

## מיון שלב ב' – הנבחרת הצעירה במתמטיקה ומדעים – תשע"ח

21.6.18

### הוראות לבחינה

- משך המבחן 3 שעות.
- אין להשתמש במחשבון או בכל אמצעי עזר אחר בזמן המבחן.
- על המבחן עונים בעט בלבד. יש לענות על השאלות הפתוחות באופן מסודר וברור.
- המבחן מורכב משני חלקים – החלק הראשון מכיל שאלות פתוחות ועליו עונים במחברת הבחינה. החלק השני מכיל שאלות סגורות ועליו עונים בדף האחרון של טופס זה. בתום המבחן יש לתלוש את דף המענה על השאלות הסגורות ולהגיש אותו יחד עם מחברת הבחינה.
- המבחן קשה. לא מצופה מכם להספיק לענות על כל השאלות ולהוציא 100. כן מצופה שתעשו כמיטב יכולתכם.
- קראו תחילה את כל השאלות לפני שאתם מתחילים לפתור. התחילו בשאלות שאתם מרגישים איתן יותר בנוח.
- על השאלות הפתוחות יש לענות תשובות מלאות ומנומקות.

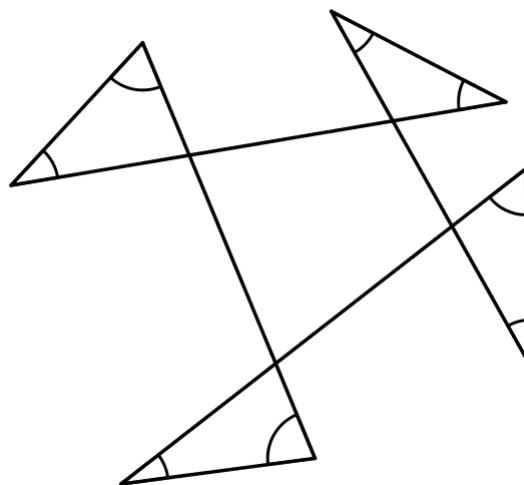
## שאלות פתוחות

### שאלה 1

נתונים שני מספרים  $x, y$ . ידוע כי אם מגדילים את  $x$  ב-1% ואת  $y$  ב-4% סכומם גדל ב-3%. נתון כי  $x = 13$ . **לכמה שווה  $y$ ?**

### שאלה 2

**מצאו את סכום הזוויות המסומנות בציור.** נמקו את תשובתכם.

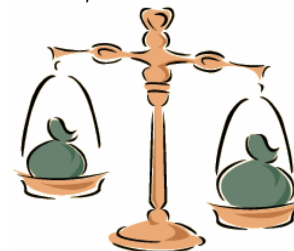


### שאלה 3

למוטי יש ארבעה מטבעות עתיקים של 1 ש"ח, 2 ש"ח, 3 ש"ח ו-5 ש"ח ששוקלים בהתאמה 1 גרם, 2 גרם, 3 גרם ו-5 גרם. לילה אחד גנב התגנב לביתו של מוטי והחליף את אחד ממטבעותיו העתיקים במטבע מזויף שנראה בדיוק כמו המטבע הקודם, אך משקלו שונה (לא ידוע אם המטבע המזויף שוקל יותר או פחות). מוטי מבין שאחד המטבעות שלו הוחלף ורוצה לגלות איזה מהם באמצעות שתי שקילות בלבד במאזני כפות, ובעזרת ארבעת המטבעות בלבד.

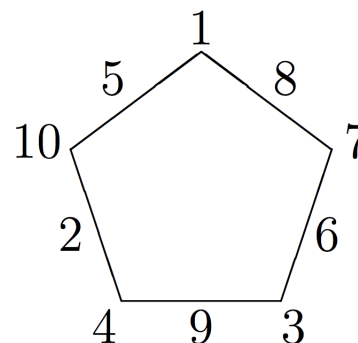
**הוכיחו כי מוטי יכול לזהות מי המטבע המזויף באופן זה.** תארו את סדר השקילות שהייתם מבצעים והסבירו כיצד תדעו אחריהן בוודאות מהו המטבע המזויף.

במאזני כפות בכל שקילה אנו מגלים רק איזה צד כבד יותר או האם המשקל זהה.



#### שאלה 4

על קדקודי מחומש וצלעותיו, הניחו את המספרים מ-1 עד 10 כך שסכום המספרים בכל אחת מהצלעות זהה. לדוגמא, במחומש הנתון הסכום על כל צלע הוא 16



**מה הסכום הקטן ביותר ומהו הסכום הגדול ביותר שיכול להתקבל על צלע המחומש על ידי סידור כזה?**

הוכיחו את טענתכם: הראו דוגמא לסידור עם סכום גדול ככל האפשר וקטן ככל האפשר על כל צלע, והוכיחו כי אי אפשר למצוא סידורים טובים יותר.

#### שאלה 5

סכומם של שלושה מספרים שלמים חיוביים  $x, y, z$  הוא 695. נכפיל את שלושת המספרים. **מהו רצף האפסים הארוך ביותר שיכול להתקבל בסוף המכפלה, כלומר בצד ימין של המספר  $x \cdot y \cdot z$ ?**

הוכיחו את תשובתכם: מצאו  $x, y, z$  שסכומם כמו בנתון, אשר בסוף מכפלתם מספר האפסים המירבי, והסביר מדוע אכן לא ניתן להשיג יותר.

#### שאלה 6

שי לקח גוש גבינה וחילק אותו לעשר חתיכות (לאו דווקא בגודל שווה), מתוכן הוא אכל את החתיכה הקטנה ביותר. אחר כך, הוא בחר אחת מ-9 החתיכות שנותרו וחילק אותה לשתי חתיכות (לאו דווקא בגודל שווה), ושוב מבין 10 החתיכות אכל את הקטנה ביותר. הוא ביצע את התהליך הזה פעם אחרונה – חילק חתיכה ואז מתוך ה-10 אכל את הקטנה ביותר. אם שי רצה לאכול חלק כמה שיותר גדול מהגבינה, **כמה הוא יכול לאכול אחרי שלוש הפעמים שביצע את התהליך?** הוכיחו את טענתכם.

## שאלות סגורות

### שאלה 1

כאשר קופצים מגובה רב אל רצפה קשה, עלולים להיפצע. לעומת זאת, כאשר קופצים למזרן עבר ורך, לא נפצעים. מה גורם להבדל?

1. זווית הפגיעה ברצפה גורמת לפציעות.
2. המזרן מאריך את זמן ההאטה.
3. המזרן מאיט אותנו מהר יותר.
4. הרצפה מפעילה עלינו פחות כוח ולא מצליחה לעצור את הנפילה.

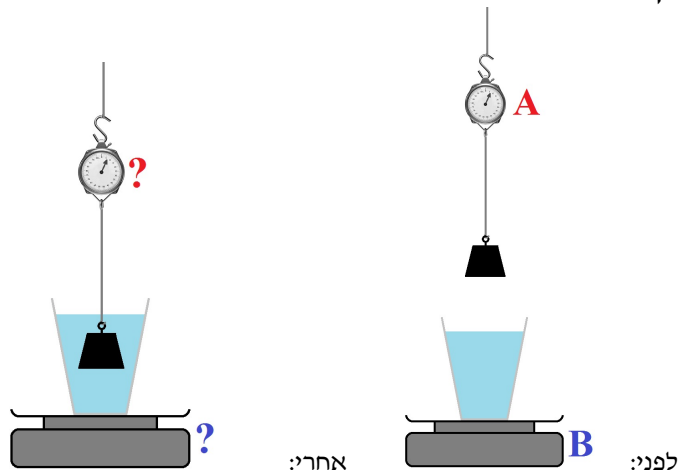
### שאלה 2

אנחנו שומרים מזון במקרר כדי שהוא לא יתקלקל. מה גורם למזון להתקלקל פחות בקירור?

1. רוב החומרים מתכווצים בקור ודברים קטנים יותר מתקלקלים לאט יותר.
2. הקור גורם ללחות להתעבות על האוכל וטיפות המים הקטנות שומרות עליו.
3. כשקר, תהליכים כימיים נוטים לקרות לאט יותר.
4. הקור מחזק את מנגנוני ההגנה של המוצרים במקרר.

### שאלה 3

משקולת תלויה על שעון קפיץ שמודד את משקלה ומראה את התוצאה  $A$ . כוס מים יושבת על משקל דיגיטלי שמודד את משקלה ומראה את התוצאה  $B$ . מנמיכים את חוט המשקולת עד אשר היא טובלת לחלוטין בתוך המים. איך ישתנו התוצאות על השעון ועל המשקל הדיגיטלי לאחר הטבילה?



1. המשקל יראה מספר גדול יותר מ- $B$  והשעון יראה משקל קטן יותר מ- $A$ .
2. המשקל יראה מספר קטן יותר מ- $B$  והשעון יראה משקל גדול יותר מ- $A$ .
3. המשקל יראה מספר גדול יותר מ- $B$  והשעון יראה משקל גדול יותר מ- $A$ .
4. המשקל יראה מספר קטן יותר מ- $B$  והשעון יראה משקל קטן יותר מ- $A$ .

#### שאלה 4

אפרת וברכה משחקות משחק. מולן מונחות שתי ערימות של גפרורים. כל אחת בתורה מורידה מספר גפרורים מאחת הערימות בלבד, לפי הכלל הבא: אם בערימה יש  $x$  גפרורים מותר להריד ממנה מספר גפרורים שמחלק את  $x$ . לדוגמא אם בערימה יש 6 גפרורים מותר להוציא ממנה 1, 2, 3 או 6 גפרורים. לעומת זאת אם בערימה יש 13 גפרורים מותר להוציא ממנה או 13 או 1. מנצחת במשחק זאת שאחרי תורה אין יותר מהלכים, כלומר, זאת שלקחה את הגפרור האחרון. **אפרת היא זו שמבצעת את המהלך הראשון.** מי מהשתיים תנצח? הדבר תלוי במספר הגפרורים שנמצאים בכל ערימה בתחילת המשחק וברמת המשחק של אפרת וברכה. נניח שאפרת וברכה משחקות הכי טוב שאפשר. להלן ארבע אפשרויות למספר הגפרורים שנמצאים בכל ערימה בפתיחת המשחק. **באיזו מהאפשרויות תנצח ברכה?**

1. 2, 3

2. 6, 8

3. 5, 7

4. 7, 10

## טבלת סימון לפתרון השאלות הסגורות

שם מלא:

תעודת זהות:

בית הספר:

הקיפו את התשובה הנכונה בכל שאלה לפי הסדר בחלק השאלות הסגורות.

### שאלה 1

.1

.2

.3

.4

### שאלה 2

.1

.2

.3

.4

### שאלה 3

.1

.2

.3

.4

### שאלה 4

.1

.2

.3

.4