שוויון, שוויון בין ביטויים, חוקי פעולות החשבון וסדר פעולות החשבון

הצעות לדיונים ולשיחות עם תלמידים

תרגילים 1- 3 מחזקים באופן אינטואיטיבי את הצורך לבצע את פעולת הכפל לפני החיבור.

בתרגיל 3 מומלץ לדון בשוויון שבין שני הביטויים 5×5 ו- $5 + 2 \times (4 + 3 + 2 + 1)$.

- הדרך של דני מבוססת על הכרת הנוסחה לחישוב שטח מלבן, או שדני זיהה חמש שורות של חמישה ריבועים, או חמישה טורים של חמישה ריבועים. חשוב להדגיש ששתי הסתכלויות נכונות ובשל חוק החילוף המתקיים בפעולת הכפל, התוצאות המתקבלת זהות.
- יש להניח שמיקי מנה את הריבועים על-פי הצבע שלהם: אחד שחור, שניים אפורים כהים וכך הלאה. כל קבוצת ריבועים קיימת פעמיים, למעט שורת הריבועים המונחת על אלכסון הריבוע הגדול.
כאשר מחשבים את התרגיל שמיקי כתב אפשר לזהות 2 פעמים 5 על-ידי חישוב הסכומים של: $4 + 1$ ושל: $3 + 2$. אם כופלים את "שתי פעמים 5" שנמצאים בסוגריים ב- 2, מקבלים בסך הכל 4 פעמים 5. אליהם מוסיפים עוד פעם אחת את 5 שהוסף אחרי הסוגריים.

בתרגיל 4 מוצגת שאלה מילולית שמשולבים בה מצבי חיבור, מצבי כפל ושימוש בסוגריים.

- ביטוי א' **מתאים** לחישוב מספר מכוניות הצעצוע שבחנות. בביטוי מחברים את מספר המכוניות שעל המדף עם מספר המכוניות שבכל אריזה. את הסכום כופלים ב- 5 אריזות. כלומר, כופלים בשלב הראשון 5 אריזות ב- 140 מכוניות. כתוצאה מפעולה זו מתקבלת מכפלה (700) שמייצגת מספר מכוניות. למכפלה זו מחברים עוד 20 מכוניות ולכן, הסכום המתקבל הוא 720 מכוניות.
- ביטוי ב' **אינו מתאים** לחישוב מספר מכוניות הצעצוע שבחנות. בביטוי מחברים את מספר המכוניות שעל המדף עם מספר המכוניות שבכל אריזה, ואת הסכום כופלים ב- 5. כלומר, מספר המכוניות שעל המדף הוכפל גם הוא בטעות ב- 5. כתוצאה מפעולה זו מתקבלת תוצאה שגויה של 800 מכוניות
- גם ביטוי ג' **אינו מתאים** לחישוב מספר מכוניות הצעצוע שבחנות. בביטוי מוכפלות 20 "מכוניות" ב- 140 "מכוניות", אליהם מחברים 5 אריזות. מכפלה של "מכוניות" ב"מכוניות" היא חסרת משמעות.
- כדי לחשב את ביטוי א' $(20 + 140 \times 5)$ אפשר לכפול את 140 ב- 10, לחלק את התוצאה ב- 2 ולהוסיף לה 20. אפשר גם לבטא את 140 כ- 20×7 לכן,
$20 + 20 \times 7 \times 5 = 20 + 140 \times 5$ בסך הכל 36 פעמים 20. חשוב לשים לב שהצגת הביטוי בדרך זו חסרת משמעות מבחינת הכינויים שליוו את המספרים בסיטואציה.

הדיון בביטוי יחדד מצד אחד את הצורך להבין את הכינוי שכל מספר מייצג כדי לבחון את משמעות התוצאה, ומצד שני את האפשרות להסתכל על המספרים כמספרים טהורים, ללא כינויים, כדי לבצע חישוב בצורה נוחה.

.

בתרגיל 5 ייעשה שימוש בחוק הקיבוץ של הכפל ובתכונות פעולת הכפל לצורך ביצוע חישובים מהירים ויעילים. חשוב לזכור שבחירת הדרך הנוחה ביותר לפתרון היא אינדיבידואלית ותלויה בנוחיות ובשליטה של כל תלמיד. להלן הצעות לפתרון .

4 x 6 x 2	4 x 12	6 x 8	2 x 24	לתלמיד השולט בעובדות הכפל יהיה מאד קל לפתור את 6 x 8. לתלמיד שעובדה זו לא נשלפת אצלו מידית יהיה קל לחבר את 24 ל- 24. כלומר, לבצע את התרגיל: 2 x 24 .
5 x 7 x 3	5 x 21	7 x 15	3 x 35	את 5 x 21 אפשר לפתור על-ידי כפל 21 ב- 10 וחילוק המכפלה ב- 2 (שימוש בתכונת ההגדלה וההקטנה של הכפל). את 7 x 15 אפשר לפתור על-ידי שימוש בחוק הפילוג: חישוב סכום המכפלות- 7 x 10 ו- 7x 5 , או לחשב את ההפרש בין המכפלות- 7 x 20 ו- 7x5 את 3 x 35 אפשר לפתור במהירות על-ידי חיבור 35, שלוש פעמים.
7 x 11 x 5	77 x 5	35 x 11	55 x 7	את התרגיל 5 x 77 אפשר לחשב על-ידי כפל ב- 10 ולאחר מכן חילוק ב- 2, או על ידי כפל 5 ב- 7 עשרות ולאחר מכן 5 ב- 7 יחידות. בסך הכל: 350 + 35 . באותה דרך אפשר לחשב גם את: 7 x 55. את 11 x 35 אפשר לחשב על-ידי כפל 35 ב- 10 וחיבור 35 למכפלה.
10 פעמים 3 x 7	3 x 70	30 x 7	21 x 10	לתלמיד השולט בעובדות הכפל שלושת התרגילים קלים לפתרון. אולם, בתרגיל האחרון: 10 x 21 למעשה אין צורך כלל לבצע חישוב. המשמעות שלו היא 21 עשרות ולכן הפתרון מלווה רק בכתיבת 0 מימין למספר 21.
7 פעמים 7 x 10	7 x 70	49 x 10		אם משתמשים במספרים המופיעים בתרגיל המקורי, יש רק שתי דרכים לפתרון בשל העובדה שאחד הגורמים חוזר על עצמו. אבל, אם מפרקים את 10 לגורמים 2 ו- 5 הרי שאפשר להגיע לדרכי פתרון נוספות . 7 x 7 x 10 = 7 x 7 x 5 x 2 = 35 x 14 49 x 10 = 49 x 2 x 5 = 98 x 5

12 פעמים 5 x 11	12 x 55	12 x 55	60 x 11	בתרגיל זה אפשר לומר שבצורה מובהקת קל יותר לפתור את 60 x 11 על ידי כפל 60 ב- 10 וחיבור פעם נוספת 60.

<u>תרגיל 6</u> מיועד כדי ליצור הכנה אינטואיטיבית לפעולה של הוצאת גורם משותף בחוק הפילוג, ולהבנת הקשר בין משמעות הכפל כ״פעמים״ לחוק הפילוג של הכפל מעל החיבור / חיסור. את הקשר שבין משמעות הכפל לחוק הפילוג אפשר להציג כך:

$$48 – 32 = 4 \times 12 – 4 \times 8 = 4 \times 4$$

במילים אפשר לתאר 12 פעמים 4 פחות 8 פעמים 4 – בסך הכל 4 פעמים 4.

<u>תרגילים 7- 8</u> מיועדים לתרגול חוקי סדר הפעולות, משמעות הפעולות וכפל וחילוק ב- 1 וב- 0. להלן התרגילים והמשוואות עם פתרונות ומספר נקודות לדיון עם התלמידים.

את כל המספרים החסרים בסעיפים השונים של תרגיל 8 אפשר להשלים מבלי לבצע חישובים מורכבים, בעזרת תובנה המבוססת על ראייה גלובלית של השוויון, פירוק הביטויים הנתונים בצד שמאל של כל שוויון, והשלמת המספר החסר על בסיס הכרת תכונות פעולות החשבון והכרת חוקי סדר הפעולות.

תרגיל 7:

א	2 + 28 : 7 = 6	ב	$\frac{3}{5}+\frac{2}{5}:2=\frac{4}{5}$
ג	163 – 87 + 17 = 93	ד	$1\frac{2}{4}-\frac{5}{6}+\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$
ה	$(\frac{1}{2}+\frac{1}{3})\times\frac{1}{4}=\frac{5}{24}$	ו	$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{7}{12}$
ז	(20 + 4) x 24 = 576	ח	20 + 4 x 24 =116
ט	(64 + 7) x 3 – 3 = 210	י	(64 + 7) x (3 – 3) =0
יא	$(\frac{1}{3}-\frac{3}{9})\times\frac{1}{4}+\frac{6}{8}=\frac{6}{8}$	יב	$\frac{1}{3}-\frac{3}{9}\times(\frac{1}{4}+\frac{6}{8})=0$
יג	$\frac{2}{5}-\frac{1}{10}+\frac{3}{5}+0.1=1$	יד	$1\frac{2}{5}-\frac{1}{10}:0.1=\frac{2}{5}$

<u>בתרגיל ב׳:</u> את תרגיל החילוק $\frac{2}{5}:2$ אפשר לבצע בצורה אינטואיטיבית (פשוט לחלק ל- 2 ולקבל $\frac{1}{5}$)

אין צורך להפעיל את האלגוריתם המקובל של חילוק שברים.

<u>בתרגילים ג׳ וד׳:</u> חשוב לשים לב שבתרגילים ג׳ וד׳, לנוחיות הפתרון ,כדאי לשנות את מיקום המספרים ביחד עם הסימן שבא לפניהם, ולבצע את החיבור לפני החיסור. המספרים שיתקבלו כתוצאה מהזזה זו יהיו נוחים לחישוב בעל-פה.

תרגיל י' : חשוב מאד להרגיל את התלמידים להתבונן בכל תרגיל לפני שמתחילים לפתור את התרגיל. התבוננות כזו תאפשר בחירת הסדר שנוח לחשב, או אבחנה מוקדמת בכפל ב-0 – פעולה שבכל מקרה תאפס את המכפלה.

תרגיל 8 :

א	16 + 4 x 6 = 40	ב	(0.5 + 0.5) X 23 = 23
ג	15 : 5 - 6 : 2 = 0	ד	0.125 x 2 x 4 = 1
ה	$1-\frac{1}{2}\times \underline{\ 2\ } = 0$	ו	$(1-\frac{1}{2})\times \underline{\ 0\ } = 0$

תרגיל 9 דורש יכולת ראייה גלובלית של השוויון, יכולת פירוק מספר לגורמים ושימוש בחוק הקיבוץ של הכפל . לתרגיל אין סוף פתרונות כשיש תלות בין המספרים שמשובצים בשני האגפים - בצד השמאלי של השוויון אפשר לכתוב כל שני מספרים (כולל שברים) . המספר החסר בצד ימין של המשוואה יהיה גדול פי 3 ממכפלת שני המספרים שייכתבו בצד שמאל.

להלן מספר דוגמאות :

9 x 1 x 2 = 3 x 6

9 x 5 x 10 = 3 x 150

$$9\times\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=3\times\frac{1}{2}$$

תרגיל 10 דורש גם הוא יכולת ראייה גלובלית של השוויון והבנת הקשר שבין המספרים והפעולות בשני האגפים. להלן דוגמאות לתשובות אפשריות לסעיפים השונים בתרגיל

א	(___ + 0.5) x 23 = $\frac{1}{2}$ x 23 + 0.5 x 23 או (___ + 0.5) x 23 = $\frac{1}{2}$ x 23 x 2
ב	990 x 58 = 990 x 60 – 990 x 2
ג	$(1-\frac{1}{2})\times\boxed{5}=5-2.5$