

נושא השיעור: האם החלוקה לחלקים שווים תמיד "שווה"?

מהלך השיעור	מעטפת תוכנית ופדגוגית לשיעור	תיאור היישומן	מאפייני השיעור
-----------------------------	---	-------------------------------	----------------

מאפייני השיעור

כיתה: ה'

נושא בתכנית הלימודים: משמעותיות השבר הפשוט: השבר כמנת חילוק (עמוד 98)

מיומנויות מתכנית הלימודים: שליטה במיומנויות מתמטיות, ייצוג מצבי חילוק בעזרת המחשה

מיומנויות לומד (מבין מיומנויות המאה ה-21): פתרון בעיות, יצירתיות, יכולת מעבר מייצוג לייצוג

שימוש ביישומן: <http://chalal.net/zshalem/shvarimMifgash1.swf>

למטרת חקירה, המחשה ותיעוד.

להעלאת היישומן יש צורך בתוכנת java.

כתבו: צוות מדריכים הפיקוח על המתמטיקה

עריכה מדעית, התנסות, הערות והארות: ד"ר ראיסה גוברמן, תמי גירון, אורלית כהן

* לנוחות הקריאה, השיעור נכתב בלשון זכר, אך מתייחס לשני המינים כאחד.

מהלך השיעור	מעטפת תוכנית ופדגוגית לשיעור	תיאור היישומון	מאפייני השיעור
-----------------------------	--	--------------------------------	--------------------------------

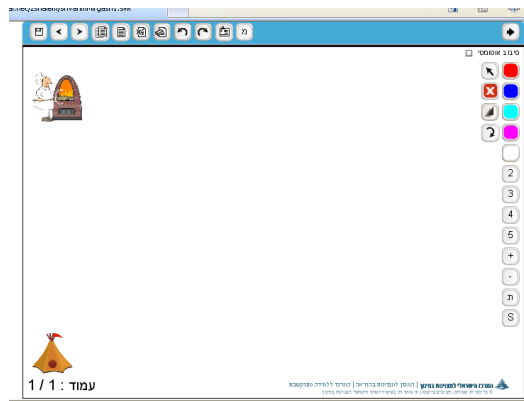
תיאור היישומון

<http://chalal.net/zshalem/shvarimMifgash1.swf>

תיאור כללי

יישומון של המרכז למצוינות בחינוך שמיועד להמחשת השברים והפעולות בהם. היישומון הוא יישומון פתוח שניתן ליצור בו עיגולים, חלוקת העיגולים, צביעה ושינוי המיקום של חלקים מהעיגולים. ההנחיות ביישומון מופיעות בעברית.

כדי להיכנס ליישומון, במסך הראשון לוחצים על "שברים כללי" ומגיעים למסך הבא:



במסך מופיעים בשורה למעלה אייקונים - אלו אייקונים כלליים שמופיעים בכל יישומון של המרכז למצוינות בחינוך. בהנחת הסמן על כל אייקון מופיע כיתוב בעברית שמציג את הפעולה שניתן לבצע באמצעות האייקון.

הפעולות הן: (מימין לשמאל)

- הוספת מספר למסך (לאחר הופעת המספר יש אפשרות לבחירה בין מספר עשרוני, שבר ומספר מעורב)
- הוספת תיבת טקסט שניתן לכתוב בה על המסך
- שחזור של הפעולה האחרונה
- ביטול הפעולה האחרונה
- ניקוי הדף
- מחיקת הדף
- יצירת דף חדש (הדפים הקודמים יישמרו ויאוגדו ברצף)
- שכפול הדף הקיים

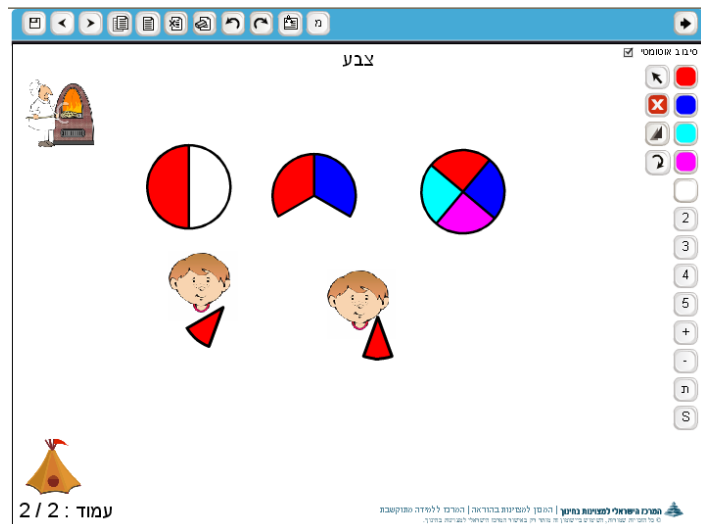
- תנועה קדימה ואחורה בין הדפים
- שמירה

על המסך אפשר להוסיף שני סוגים של אובייקטים: **עיגולים** (פיצות) המופיעים בלחיצה על תנור האפייה שבצד שמאל של המסך למעלה, ו**ילדים** המופיעים בלחיצה על האוהל שבצד שמאל של המסך למטה.

במסך מופיעים **אייקונים גם בטור בצד ימין** - אלו אייקונים ייחודיים ליישומון הזה, והם מסמלים את הפעולות שניתן לבצע על העיגולים שסורטטו על המסך.

הנחת הסמן על כל אייקון מופיע כיתוב בעברית שמציג את הפעולה שניתן לבצע. הפעולות הן:

- צביעת העיגולים או חלקים מהם (בחמישה צבעים שונים)
- הזזת עיגול או חלק ממנו - על פי בחירת המשתמש
- מחיקת עיגול או חלק ממנו - על פי בחירת המשתמש
- שכפול עיגול או חלק ממנו - על פי בחירת המשתמש
- סיבוב עיגול או חלק ממנו - על פי בחירת המשתמש. קיימת גם אפשרות של סיבוב אוטומטי המאפשר הנחת גזרות זו על זו.
- חלוקת העיגול או חלק ממנו ל-2, 3, 4 או 5 חלקים (חלוקות נוספות אפשר לבצע על ידי חלוקות חוזרות).
- הגדלה והקטנה של כל העיגולים על המסך
- הסתרה וגילוי של כתוביות על המסך
- אחיזה באובייקט שעל המסך



מהלך השיעור	מעטפת תוכנית ופדגוגית לשיעור	תיאור היישומן	מאפייני השיעור
-----------------------------	---	-------------------------------	--------------------------------

מעטפת תוכנית ופדגוגית לשיעור

עקרונות מתמטיים מרכזיים בשיעור

1. חלוקה שווה במתמטיקה מתייחסת לכמות ולחלק מכמות זו ומתעלמת מהיבטים אחרים שאינם כמותיים.
2. השבר $\frac{a}{b}$ מבטא תוצאה של פעולת חילוק של שני מספרים שלמים, כאשר המחלק b שונה מאפס; המונה מבטא את המחולק, והמכנה מבטא את המחלק.
3. כאשר מחלקים מספר שלם במספר שלם ומתקבלת שארית, אפשר להמשיך לחלק את השארית ולהציג את המנה באמצעות מספר שכולו או חלקו שבר.
4. כל צירוף (חיבור) של חלקי שלם ניתן לביטוי כמספר רציונלי, בין השאר – מספר טבעי (שלם, שבר או מספר מעורב).

מטרות השיעור

1. התלמידים יבחינו בין חלוקה שווה של כמויות וחלקים לבין "שוויון" שאיננו מבוסס על השוואת כמויות.
2. התלמידים יציעו כיצד לחלק כמות פיצות שאיננה שווה למספר הילדים וגם איננה כפולה של מספר הילדים, וינמקו את דרך החלוקה שיציעו.
3. התלמידים יבינו שאפשר לבצע את פעולת החילוק בין כל שני מספרים טבעיים, גם כאשר המנה אינה מספר שלם (בתנאי שהמחלק שונה מאפס).
4. התלמידים יקשרו בין ייצוגים חזותיים שונים המבטאים את פעולת החילוק לייצוגים מספריים, כמו תרגילים המבטאים את הפעולות הקונקרטיות. פעולת החילוק תוצג גם במקרים שבהם המנה איננה מספר שלם.
5. התלמידים יתנסו בחיבור חלקים של השלם ובביטוי הסכום כמספר אחד.

ידע ורקע קודם

הכרת משמעות השבר כמנת חילוק בין שני מספרים, הבנת משמעות השבר כחלק משלם, הבנת משמעות של שבר גדול משלם ושבר קטן משלם, ידע והבנה של פעולת החילוק כולל חילוק עם שארית.

השיעור משתלב ברצף הלמידה הבא:

חלוקה לחלקים שווים כאשר השוויון הוא רק כמותי - האם החלוקה לחלקים שווים תמיד שווה?	השבר כמנת חילוק	בעיות מילוליות של חילוק שלמים (בין השאר כשהמנה היא שבר יחידה) ושל חילוק עם שארית	חיבור וחיסור מספרים מעורבים בעלי אותו מכנה	מספרים מעורבים, הכרת שברים ששוים לשלמים ושברים גדולים משלם (חזרה והרחבת הייצוגים)
---	-----------------	--	--	---

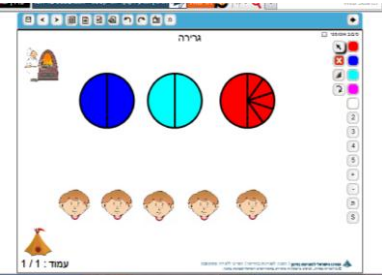
זמן משוער לשיעור: 50 דקות

ציוד לשיעור:

- מחברת ודפים לתיעוד העבודה (פתרון התרגילים בעזרת ציורים).
- אמצעי המחשה שונים המיועדים לייצוג השברים.
- מחשב לכל קבוצה עם חיבור לאינטרנט.
- קישור ליישומון: <http://chalal.net/zshalem/shvarimMifgash1.swf> (עולה לאחר התקנת java).

מאפייני השיעור	תיאור היישומון	מעטפת תוכנית ופדגוגית לשיעור	מהלך השיעור
--------------------------------	--------------------------------	--	-------------

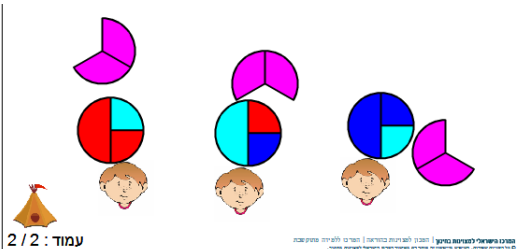
מהלך השיעור

נקודות לתשומת לב המורה	פעילויות למידה	
יש חשיבות רבה שהמורה יבנה לעיני התלמידים את ההמחשה ביישומון וידגים להם כיצד לעבוד ביישומון.	<p>מציגים לתלמידים את הבעיה הבאה: רוצים לחלק 3 פיצות בטעמים שונים שווה בשווה ל-5 ילדים. איזה חלק מכל אחת מהפיצות יקבל כל ילד? משוחחים על האסטרטגיות ועל הפתרונות שהתלמידים יציעו תוך כדי המחשה ביישומון: http://chalal.net/zshalem/shvarimMifgash1.swf לצד ההמחשה המורה יכתוב על הלוח את השברים ואת התרגילים המתאימים.</p> <p><u>הצעות אפשריות לפתרון</u></p> <p>1. פתרון שבו כל אחד מהילדים מקבל אותה כמות מכל אחת מהפיצות: חלוקת כל אחת מהפיצות ל-5 חלקים שווים. לכל ילד נותנים חלק אחד מכל פיצה (חמישית מכל אחת מהפיצות).</p> <p>2. פתרון שבו כל אחד מהילדים מקבל כמות אחרת מכל אחת מהפיצות: מחלקים כל פיצה ל-2 חלקים שווים, כלומר מקבלים 6 חצאים.</p> 	<p>שלב חשיפת/הבנת העקרונות החשובים שיופיעו במשימה המרכזית של השיעור שתוצג בהמשך</p>

נקודות לתשומת לב המורה	פעילויות למידה	
<p>בשלב השיגור יש להסתפק בהצגת אפשרות אחת לחלוקה שבה כל הילדים מקבלים אותו חלק מכל אחת מהפיצות, כלומר גם חלוקת הטעמים של הפיצות שווה, ואפשרות אחרת לחלוקה שבה כל אחד מהילדים מקבל את אותו החלק מכל הפיצות אבל בטעמים שונים.</p>	<p>בשלב הראשון נותנים לכל ילד חצי פיצה. אחר כך מחלקים את החצי שנותר ל-5 חלקים שווים (כל חלק הוא עשירית פיצה) ומחלקים לכל ילד עוד עשירית. בסה"כ כל ילד מקבל:</p> $\frac{1}{2} + \frac{1}{10} = \frac{6}{10}$ <p>חישוב הסכום יתבצע על בסיס הכרת שמות שונים של החצי. חשוב להשתמש בידע זה גם כדי להראות ש- $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$. כלומר, בשני הפתרונות כל ילד מקבל אותו חלק. אבל בפתרון השני לא כל הילדים טועמים מכל סוגי הפיצה, וכל אחד מקבל חלק אחר מכל פיצה.</p> <div data-bbox="550 1064 1061 1355" style="text-align: center;"> <p>עמוד: 1 / 1</p> </div> <p>יש להדגיש בשלב השיגור את ההבדל בין שני המצבים:</p> <p>מצב שבו החלוקה שווה בין הילדים - כל אחד קיבל מכל הפיצות, כל אחד קיבל מכל אחד מהטעמים, וגם חלוקת הטעמים שווה בין הילדים.</p> <p>ומצב שבו כל אחד קיבל $\frac{3}{5}$ מכל הפיצות, אבל חלוקת הטעמים שונה, ולא בהכרח כל אחד יטעם מכל טעם.</p>	

נקודות לתשומת לב המורה	פעילויות למידה	
<p>על השולחנות יונחו אמצעי המחשה ודפי נייר גדולים. יש לאפשר לתלמידים להציג את הפתרונות שלהם באמצעות היישומון (שמירת הדף שיצרו ושליחה לעמדת מורה) או באמצעות סרטוט על דף הנייר.</p> <p>תלמידים שיעבדו עם אמצעי המחשה יתבקשו לשחזר את עבודתם בסרטוט או ביישומון.</p> <p>בזמן העבודה המורה יסתובב בין התלמידים, יאתר אסטרטגיות שונות לפתרון ויתכנן את סדר הצגתן במליאה.</p>	<p>המורה יבצע שינוי בבעיה שהוצגה בשלב השיגור ויציג את הבעיה החדשה:</p> <p>רוצים לחלק 5 פיצות בטעמים שונים, שווה בשווה ל-3 ילדים. איזה חלק מכל אחת מהפיצות יקבל כל ילד?</p> <p>התלמידים יתבקשו למצוא פתרון שבו תהיה חלוקה שווה בין הטעמים ופתרון שבו לא תהיה חלוקה שווה בין הטעמים.</p> <p>התלמידים יופנו לעבודה ביישומון.</p> <p>המורה יבקש מהתלמידים להציג את דרך הפתרון ביישומון ו/או בדף המצורף בעזרת ציורים והמחשה, ולהגיע לתוצאה הסופית (איזה חלק קיבל כל ילד). לצד ההמחשה המורה יבקש מהתלמידים להציג את דרך החישוב בעזרת מספרים ותרגילים.</p> <p><u>אסטרטגיות מצופות לפתרון</u></p> <p>פתרונות שבהם כל אחד מהילדים מקבל אותה כמות מכל אחת מהפיצות:</p> <p>1. חלוקת כל אחת מחמש הפיצות לשלושה חלקים שווים. לאחר החלוקה אפשריות כמה דרכים, למשל:</p> <ul style="list-style-type: none"> • מניית מספר החלקים (השלישים): סה"כ יש 15 שלישים שאותם צריך לחלק ל-3 ילדים, כלומר - כל ילד יקבל 5 שלישים. • חלוקה בכמה סבבים של שלישי אחד מכל עוגה לכל ילד. בסה"כ כל ילד יקבל 5 שלישים. 	<p>שלב הצגת המשימה המרכזית של השיעור ושלב ההתמודדות העצמית של התלמידים</p>

נקודות לתשומת לב המורה	פעילויות למידה	
<p>על המורה להיות ער לכך שעשויות לעלות אסטרטגיות נוספות, בלתי צפויות לפתרון.</p>	<p>הביטוי המספרי של הפעולות שנעשו יכול להיות בדרכים שונות, למשל - אפשר להציג את החלוקה של כל העוגות כך:</p> $\frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{3}{3} = \frac{15}{3}$ <p>או: 5 פעמים $\frac{3}{3}$ שווה ל- $\frac{15}{3}$: $5 \times \frac{3}{3} = \frac{15}{3}$</p> <p>את החלוקה ל-3 ילדים אפשר להציג כך:</p> $15 : 3 = 5$ $\frac{15}{3} : 3 = \frac{5}{3}$ <p>(צורת כתיבה זו תיעשה על ידי התלמידים בצורה אינטואיטיבית מבלי שלמדו חילוק שברים).</p> <p>או: $\frac{5}{3} + \frac{5}{3} + \frac{5}{3}$ (בדיקה כמה פעמים אפשר להכיל כמות קבועה ב- $\frac{15}{3}$).</p> <p>פתרונות שבהם כל אחד מהילדים מקבל כמות אחרת מכל אחת מהפיצות:</p> <p>2. בשלב הראשון מחלקים 3 פיצות - אחת לכל אחד משלושת הילדים. לאחר מכן מחלקים את שתי העוגות הנותרות, כל אחת ל-3 חלקים שווים, ומחלקים לכל אחד מהילדים $\frac{1}{3}$ פיצה + $\frac{1}{3}$ פיצה, או שכבר בשלב החלוקה מחלקים לכל אחד מהילדים $\frac{2}{3}$ פיצה.</p> <p>הביטוי המספרי של הפעולות שנעשו יכול להיות בדרכים שונות, למשל - אפשר להציג</p>	<p>שלב הצגת המשימה המרכזית של השיעור ושלב ההתמודדות העצמית של התלמידים</p>

נקודות לתשומת לב המורה	פעילויות למידה	
<p>במקרים שבהם תלמידים מבצעים ישר תרגילים, מומלץ לבדוק אם הם מבינים את הקשר בין המספרים שקיבלו לפעולה הקונקרטית שנעשתה - חלוקת העוגות. הבנה זו תבוא לידי ביטוי ביכולת המחשה באמצעות ציור או ביישומן.</p> <p>ביישומן המוצע בשיעור זה קיימת אפשרות לשמירה. התלמידים ישמרו את המסכים שבהם מוצגות החלוקות, ועל ידי שיתוף בין הקבצים או שליחה בדוא"ל תתאפשר הצגת העבודות שלהם במליאה.</p>	<p>את החלוקה של כל הפיצות כך:</p> $5 - 3 = 2$ $2 = \frac{3}{3} + \frac{3}{3} = \frac{6}{3}$ <p>$\frac{6}{3}$ לחלק ל-3 ילדים < כל ילד מקבל, בנוסף לפיצה השלמה שקיבל עוד $\frac{2}{3}$ מפיצה אחרת.</p> <p>בסה"כ כל ילד יקבל:</p> $1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$ <p>3. מחלקים כל אחת משלוש הפיצות לחצי ועוד שני רבעים. את שתי הפיצות הנותרות מחלקים כל אחת לשלושה חלקים שווים. את החלוקה בין הילדים אפשר לראות בסרטוט הבא:</p>  <p>עמוד: 2 / 2</p> <p>כלומר כל ילד יקבל:</p> $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$ <p>החלק מכל הפיצות והכמות שווה בין הילדים, אבל חלוקת הטעמים איננה שווה בין הילדים.</p> <p>4. התלמידים יבצעו תרגיל: (שארית 2) $5 : 3 = 1$, ויבינו שהשארית 2 היא $\frac{2}{3}$ מפיצה.</p> <p>או: יחלקו בעזרת קו שבר (מתוך ידע שקו</p>	

נקודות לתשומת לב המורה	פעילויות למידה	
	<p>השבר הוא סימן חילוק) ויכתבו: $\frac{5}{3}$.</p>	
<p>סדר הצגת האסטרטגיות השונות לפתרון יהיה מהפשוטות אל המורכבות יותר.</p>	<p>הדרכים השונות לחלוקה יוצגו על ידי התלמידים באמצעות היישומון ו/או סרטוטים שנעשו על נייר. כל אסטרטגיה תוצג גם באמצעות תרגיל. ייערך דיון על האסטרטגיות השונות לפתרון ועל השקילות שבין כל הפתרונות הנכונים. השקילות בין הפתרונות תוצג גם כשקילות בין התרגילים, לדוגמה בשיחה על השקילות שבין שני התרגילים הבאים:</p> $5 : 3 = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1\frac{2}{3}$ <p>חשוב להראות את החלק $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$ של כל תרגיל ששווה לשלם ואת השקילות בין חלקים אלו ($\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$) ובהמשך את השקילות בין הייצוגים השונים של $\frac{2}{3}$.</p> <p>בנוסף, יודגש בשיחה הרעיון שבכל המקרים החלק מכל הפיצות שווה, אבל חלוקת הטעמים שונה (שוויון מתמטי לעומת אי-שוויון בשפת חיי היום-יום).</p> <p>במהלך הדיון יחוזק גם הרעיון שנלמד בשיעור הקודם - אפשר לבצע חילוק בין שני שלמים, גם כשהמנה איננה שלמה, ואת השארית אפשר להמשיך ולחלק. במקרה זה מתקבל שבר או מספר מעורב, כלומר - שבר הוא מנה שבין שני שלמים.</p>	<p>שלב איסוף הרעיונות לרעיון מרכזי</p>