משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

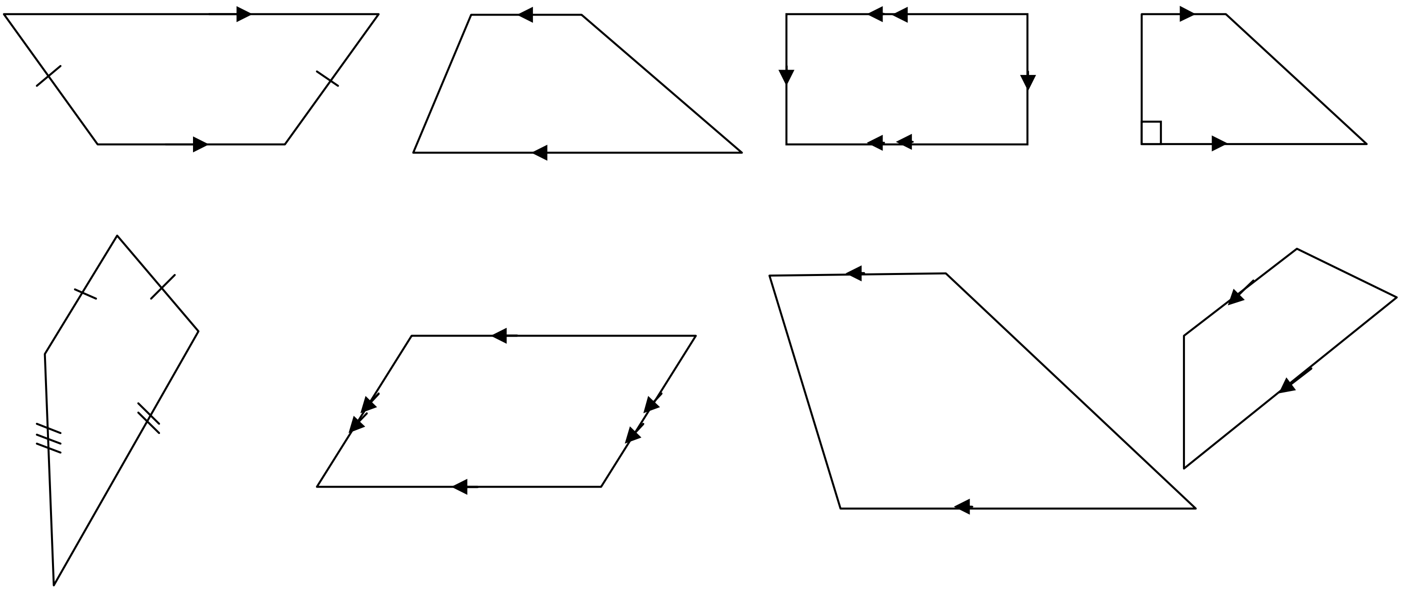
טרפז

שיעור 1

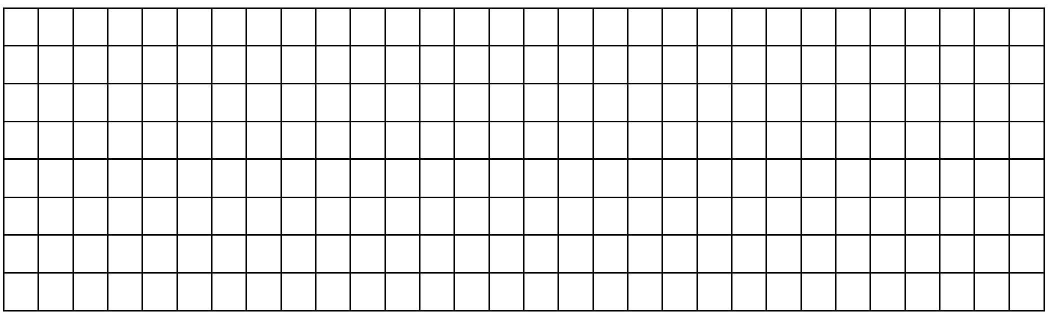
הגדרה: מרובע בעל **זוג יחיד** של צלעות נגדיות מקבילות.

כלומר – בטרפז זוג יחיד של צלעות מקבילות וזוג שני של צלעות שאינן מקבילות.
(צלעות נחתכות אינן מקבילות).

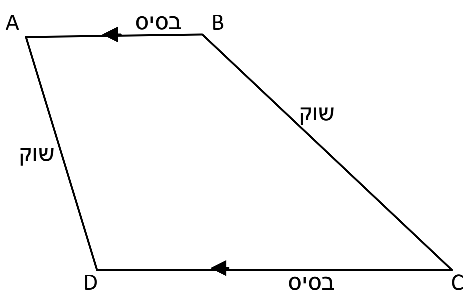
1. סמנו את הטרפזים בין המרובעים הבאים:



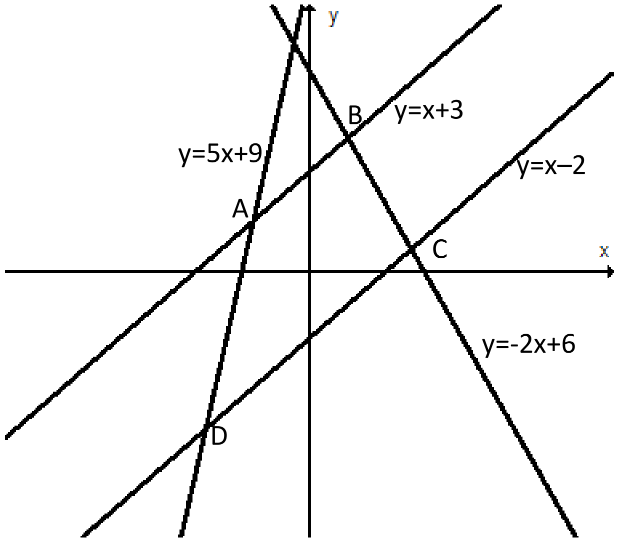
2. שרטטו שלושה טרפזים שונים זה מזה:



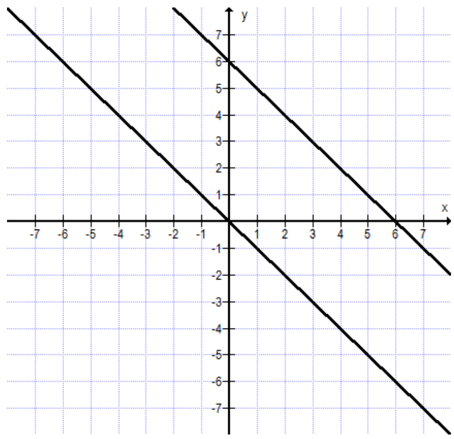
נכיר את הטרפז
הצלעות המקבילות נקראות בסיסים:
AB, DC בסיסי הטרפז, AB || DC
AB בסיס עליון, DC בסיס תחתון
הצלעות שאינן מקבילות נקראות שוקיים:
AD, BC שוקי הטרפז.

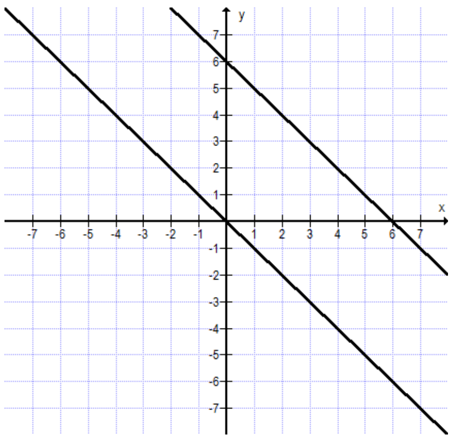


3. לפניכם מערכת צירים ובה ישרים הנחתכים בנקודות A, B, C, D. הישרים יוצרים מרובע שקדקודיו בנקודות החיתוך הנ"ל. נמקו מדוע המרובע הוא טרפז.

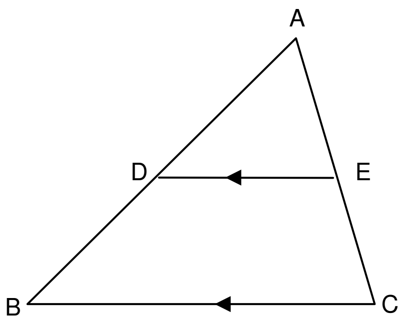


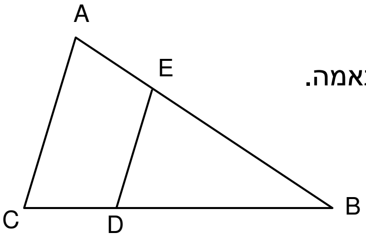
4. לפניכם שתי מערכות צירים ובהם משורטטים הישרים $y = -x$, $y = -x + 6$.
א. אילו צלעות יכולות להיות מונחות על הישרים הנתונים?
ב. שרטטו שני טרפזים שונים כך ששתי צלעות הטרפזים מונחות על הישרים הנתונים.
כתבו את משוואות הישרים עליהם מונחות שתי הצלעות האחרות של הטרפזים.



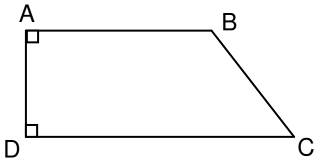


5. במשולש ABC העבירו ישר מקביל לצלע BC החותך את הצלע AB בנקודה D ואת הצלע AC בנקודה E.
א. הסבירו מדוע המרובע DBCE הוא טרפז.
ב. נתון: במשולש ABC זווית A בת $70°$ וזווית B בת $40°$.
מצאו את כל זוויות הטרפז.

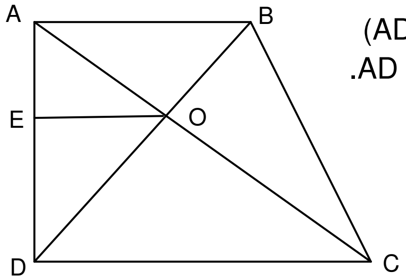




6. במשולש ABC הנקודות D, E מונחות על הצלעות BC, AB בהתאמה.
$\measuredangle BED = 70°$, $\measuredangle B = 30°$, $\measuredangle C = 80°$
א. הוכיחו: המרובע AEDC טרפז.
ב. חשבו את כל זוויות הטרפז.



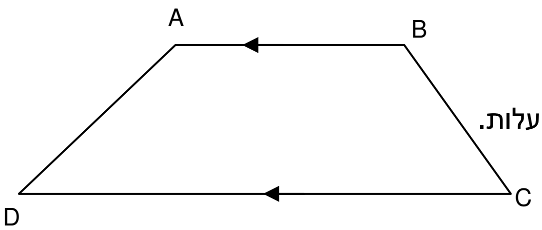
הגדרה: טרפז שלו שוק אחת המאונכת לבסיסים הוא טרפז ישר זווית.
$\measuredangle A = \measuredangle D = 90°$,$AB \parallel DC$



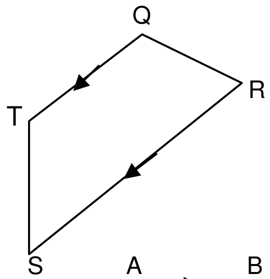
7. האלכסונים של טרפז ישר זווית ABCD ($AB \parallel CD$, $AD \perp AB$)
נפגשים בנקודה O. הקטע EO מקביל לבסיס AB , E על שוק AD.
א. הוכיחו כי מרובע ABOE הוא טרפז.
ב. הוכיחו כי מרובע EOCD הוא טרפז.

שיעור 2

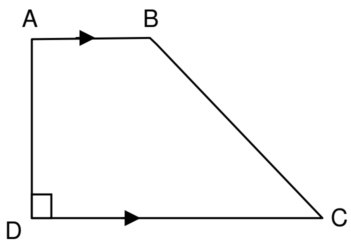
1. נתון טרפז ABCD ($CD \parallel AB$)
זוויות A, D זוויות **סמוכות** ליד אותה השוק (שוק AD)
זוויות B, C זוויות **סמוכות** ליד אותה השוק (שוק BC)
א. האם ניתן למצוא בטרפז זוגות זוויות סמוכות נוספות?
ב. הסבירו מדוע זוויות סמוכות ליד אותה השוק סכומן 180 מעלות.



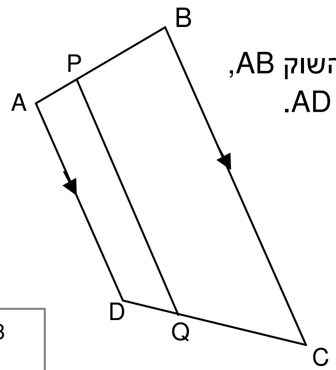
תכונה: זוויות סמוכות ליד אותה השוק בטרפז סכומן °180.



2. בטרפז TQRS ($TQ \parallel RS$) נתון:
$\measuredangle Q = 110°$, $\measuredangle T = 132°$.
חשבו את זוויות S, R. נמקו.

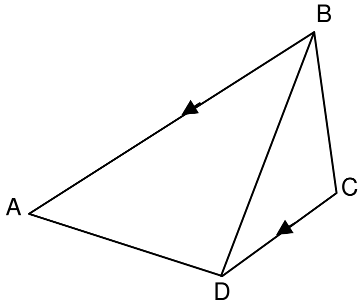


3. טרפז ABCD הוא טרפז ישר זווית.
נתון: $\measuredangle C = 36°$
חשבו את זוויות A, B. נמקו.

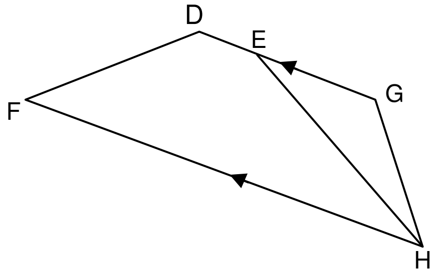


4. בטרפז ABCD (AD מקביל ל- BC) נקודה P מונחת על השוק AB,
ונקודה Q מונחת על השוק CD כך ש- PQ מקביל לבסיס AD.
הראו כי המרובע PBCQ הוא טרפז.

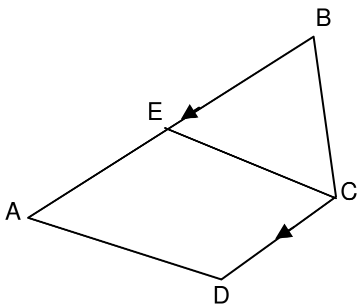
5. בטרפז ABCD ($AB \parallel CD$) האלכסון BD חוצה את זווית B.
הוכיחו: משולש BDC הוא משולש שווה שוקיים.



6. בטרפז DFHG ($FH \parallel DG$) הקטע HE חוצה זווית H.
הוכיחו: משולש GEH משולש שווה שוקיים.

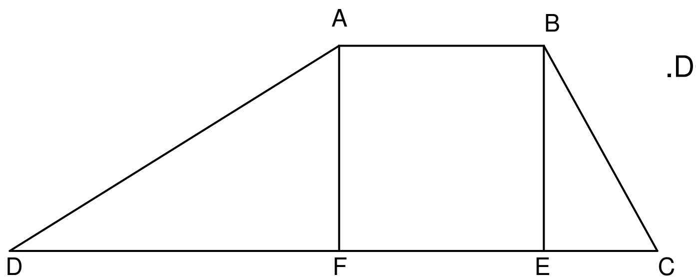


7. משולש BCE משולש שווה שוקיים ($BC = BE$)
הקטע CE חוצה את זווית C. $AD \nparallel BC$
הוכיחו: המרובע ABCD טרפז.

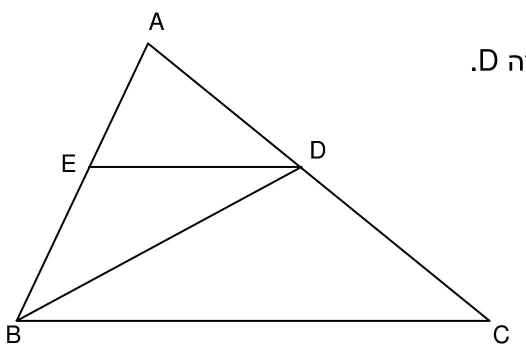


8. ABCD הוא טרפז ($AB \parallel CD$).
האלכסונים חוצים את הזוויות C, D.
הוכיחו כי שלוש מבין צלעות הטרפז שוות זו לזו.

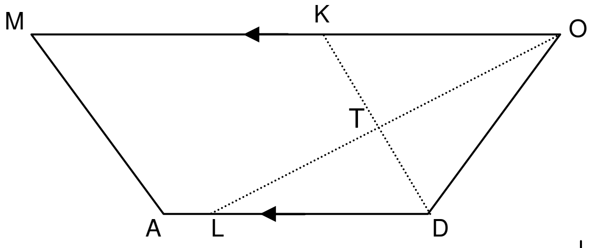
9. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel CD$)
המרובע ABEF הוא ריבוע.
הנקודות E, F נמצאות על צלע הטרפז DC.
נתון: $\sphericalangle CBE = \sphericalangle D$
הוכיחו:
א. $\Delta ADF \sim \Delta CBE$
ב. $\frac{AD}{CB} = \frac{AB}{CE}$



10. במשולש ABC חוצה הזווית B חותך את הצלע AC בנקודה D.
E נקודה על הצלע AB המקיימת: $EB = ED$.
הוכיחו כי EBCD הוא טרפז.



שיעור 3



1. נתון טרפז MODA שבו OL חוצה זווית O
DK חוצה זווית D
הוכיחו: $KD \perp LO$
(שתי דרכים להוכחה)

<u>הוכחה א'</u>

סמנו את $\measuredangle LOD$ ב- α

איזו זווית ניתן גם כן לסמן ב- α? __________

סמנו את $\measuredangle KDO$ ב- β

איזו זווית ניתן גם כן לסמן ב- β? __________

השלימו:

$\measuredangle O + \measuredangle D =$ ______

$\Downarrow$

$2\alpha + 2\beta =$ ______

$\Downarrow$

$\alpha + \beta =$ _____

$\Downarrow$

$\measuredangle OTD =$ ___

$\Downarrow$

___ $\perp$ _____

<u>רמז להוכחה ב'</u> (היעזרו ברמז והשלימו את ההוכחה)

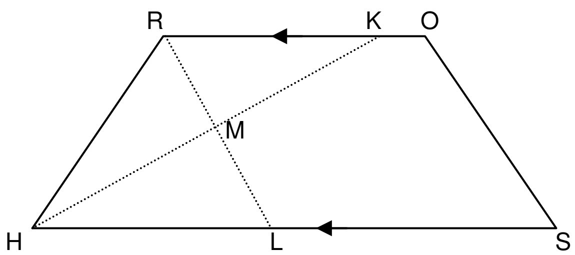
מה ניתן לומר על משולש OLD?

KD חוצה זווית ____

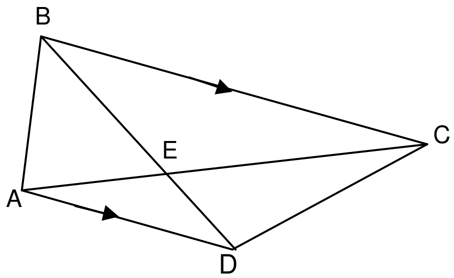
KD גובה ל _______

ולכן

$KD \perp LO$



2. ROSH הוא טרפז שבו $HS \parallel RO$.
RL חוצה זווית R, HK חוצה זווית H.
הוכיחו:
א. משולש RMK משולש ישר זווית
ב. $KM = HM$

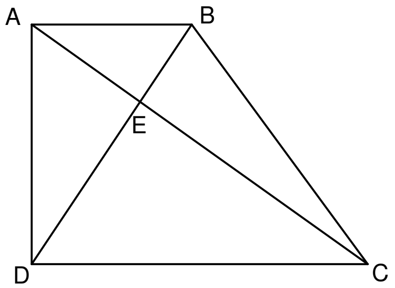


3. בטרפז ABCD ‏($BC \parallel AD$) E היא נקודת חיתוך האלכסונים.
הוכיחו $\Delta CBE \sim \Delta ADE$

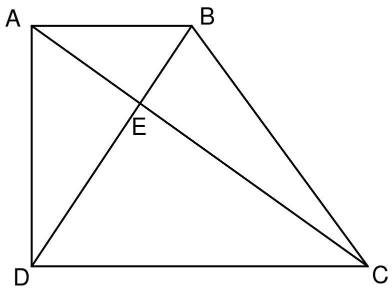
תזכורת:
במשולש סכום שתי צלעות גדול מצלע שלישית.

4. הוכיחו: בטרפז סכום האלכסונים גדול מסכום השוקיים.

5. הוכיחו: בטרפז סכום האלכסונים גדול מסכום הבסיסים.

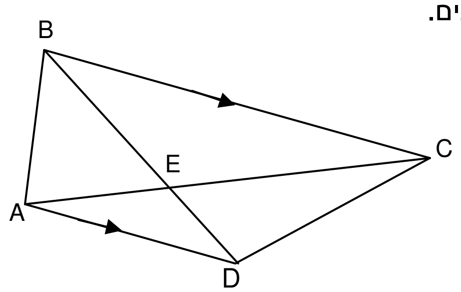


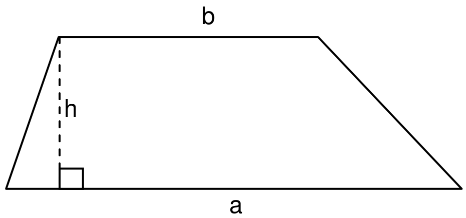
6. בטרפז ABCD (AB || CD) האלכסונים AC ו- BD נחתכים בנקודה E (ראו ציור).
AB = 4 ס"מ, DC = 12 ס"מ, BD = 8 ס"מ.
מצאו את BE ואת DE.



7. בטרפז ישר זווית ABCD (AB || CD), $\measuredangle D = 90^\circ$,
AB = 4 ס"מ, BD = 12 ס"מ.
חשבו את AD.

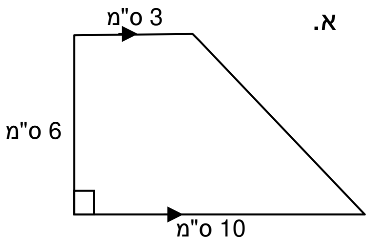
8. בטרפז ABCD (BC || AD) E היא נקודת חיתוך האלכסונים.
הוכיחו: שטח המשולש ABE שווה לשטח המשולש CDE.

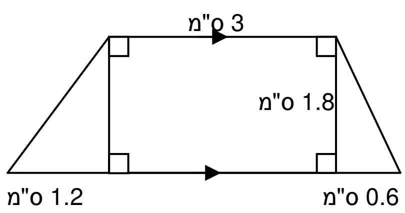


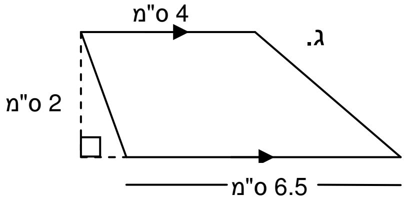


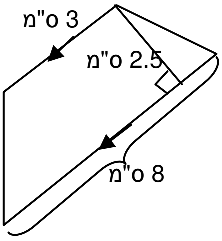
תזכורת:
חישוב שטח טרפז
$$S = \frac{(a+b)\cdot h}{2}$$

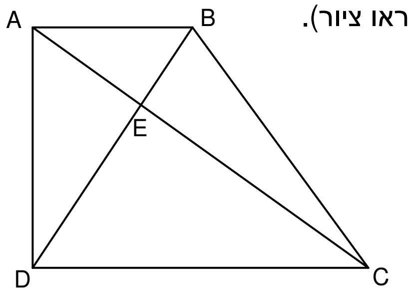
9. חשבו את שטחי הטרפזים על פי הנתונים המסומנים על גבי השרטוטים:

א.


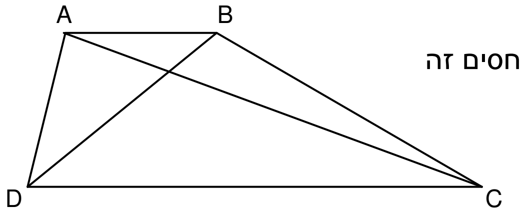
ב.


ג.


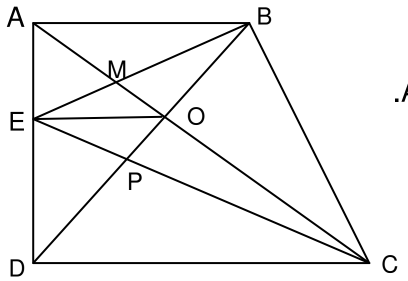
ד.




10. בטרפז ABCD האלכסונים AC ו- BD נחתכים בנקודה E (ראו ציור).
א. 6 ס"מ = AB, ‏12 ס"מ = DC
מהו יחס השטחים בין המשולש ABE למשולש CDE?
ב. נתון בנוסף כי המרחק בין בסיסי הטרפז הוא 8 ס"מ.
מצאו את שטח הטרפז, את שטח המשולש ABC
את שטח המשולש ABD, את שטח המשולש CAD
ואת שטח המשולש BCD.

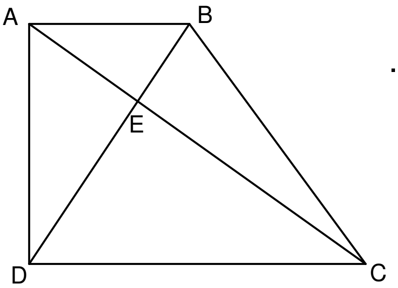


11. בטרפז ABCD (AB || CD) הבסיסים של הטרפז מתייחסים זה לזה כמו 3 : 1. שטח משולש ACD הוא 12 יח"ר.
מהו שטח הטרפז?

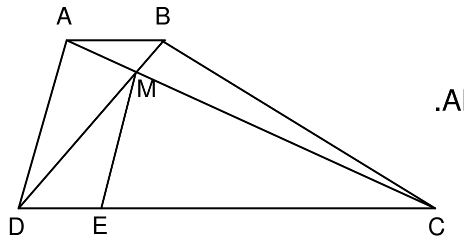


12. האלכסונים של טרפז ישר זווית ABCD (AB ⊥ AD ,CD || AB)
נפגשים בנקודה O. הקטע EO מקביל לבסיס AB , E על שוק AD.
א. הוכיחו כי משולש AMB דומה למשולש EMO.
ב. הוכיחו כי שטח המשולש OPC שווה לשטח המשולש EPD.

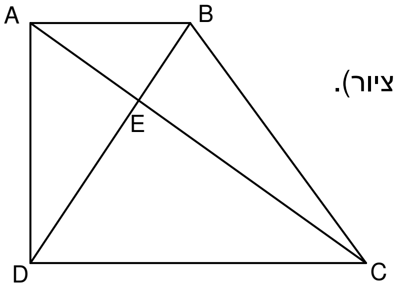
<u>שלוש שאלות למתקדמים על טרפז</u>



1. בטרפז ABCD האלכסונים AC ו- BD נחתכים בנקודה E (ראו ציור).
א. נתון כי הבסיסים של הטרפז מתייחסים זה לזה כמו 9 : 4
ושטח המשולש BEC הוא 108 סמ"ר.
מהו שטח הטרפז?
ב. נתון בנוסף כי הטרפז הוא ישר זווית ואלכסוני הטרפז ניצבים זה לזה
מה הם אורכי האלכסונים?



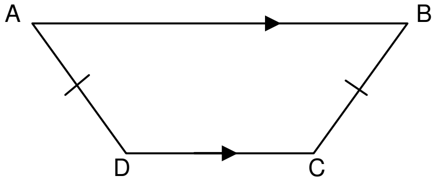
2. בטרפז ABCD הבסיס DC גדול פי 4 מהבסיס AB.
אלכסוני הטרפז נפגשים ב- M.
הקטע ME מקביל לשוק AD (ראו ציור).
מהו יחס הקטעים ME : AD ?



3. בטרפז ABCD האלכסונים AC ו- BD נחתכים בנקודה E (ראו ציור).
6 ס"מ = AB, ‏12 ס"מ = DC
המרחק בין בסיסי הטרפז הוא 8 ס"מ.
מצאו את שטחי המשולשים DEC ,AED ,BEC ,ABE.

טרפז שווה שוקיים

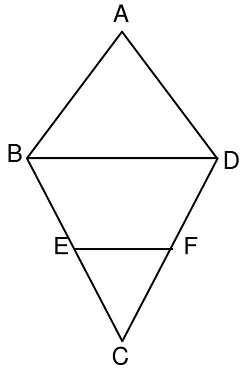
שיעור 4



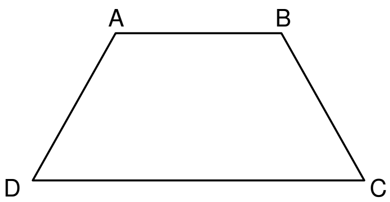
הגדרה: טרפז שווה שוקיים הוא טרפז בעל **שוקיים שוות זו לזו.**

המרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים

$AD = BC$,$AB \parallel DC$

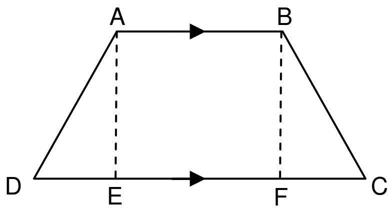


1. המרובע ABCD הוא דלתון. BD האלכסון המשני.
הנקודות E, F מונחות על שוקי הדלתון BC, DC בהתאמה.
נתון: $BD \parallel EF$.
הוכח: המרובע BDFE טרפז שווה שוקיים.



2. **משפט: בטרפז שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו.**

א. כתבו את המשפט מחדש: אם..... אזי......
ב. כתבו את הנתון בכתיב מתמטי.
ג. כתבו מה שצריך להוכיח בכתיב מתמטי.



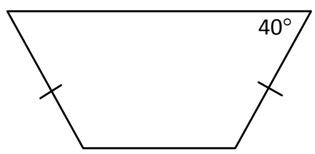
3. הוכחת המשפט:
בניות עזר – $AE \perp DC, BF \perp DC$
א. הסבירו מדוע הגבהים לבסיס בטרפז שווים זה לזה.
ב. הוכיחו: $\Delta ADE \cong \Delta BCF$
ג. הוכיחו: $\sphericalangle D = \sphericalangle C$

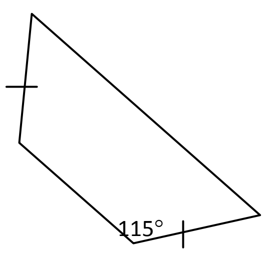
מסקנה: בטרפז שווה שוקיים יש שני זוגות של זוויות שוות.

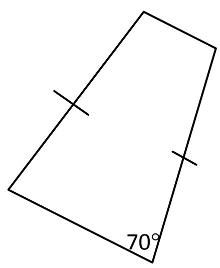
4. *תהייה: האם כל מרובע שיש לו שני זוגות של זוויות שוות הוא טרפז שווה שוקיים? אם לא – תנו דוגמה נגדית.*

5. *תהייה: האם טרפז ישר זווית יכול להיות טרפז שווה שוקיים? נמקו.*

6. לפניכם שרטוטים של טרפזים שווי שוקיים. השוקיים השוות מסומנות.
מצאו את הזוויות החסרות:

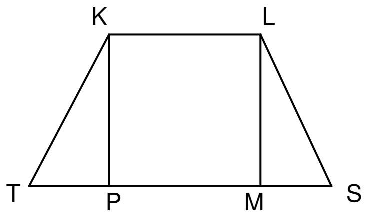
א.


ב.


ג.


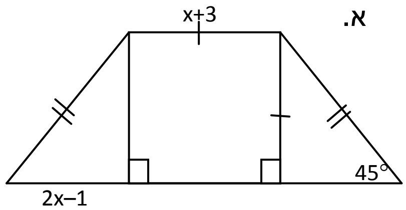
7. א. חשבו את גודל הזוויות בטרפז שווה שוקיים שבו סכום שתי זוויות בסיס השוות זו לזו הוא $82°$.
ב. חשבו את גודל הזוויות בטרפז שווה שוקיים שבו סכום שתי זוויות בסיס השוות זו לזו הוא $244°$.
ג. חשבו את גודל הזוויות בטרפז שווה שוקיים שבו סכום שלוש זוויות שלו הוא $290°$.

8. המרובע KLST הוא טרפז שווה שוקיים.
המרובע KLMP הוא ריבוע.
הנקודות M, P מונחת על בסיס הטרפז ST.
היקף הריבוע 16 ס"מ. 3 ס"מ = TP
א. חשבו את היקף הטרפז
ב. חשבו את שטח הטרפז.

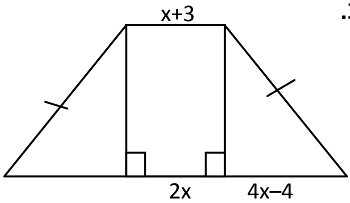


9. הטרפזים שלפניכם הם שווי שוקיים. משורטטים הגבהים לבסיס.
חשבו את אורכי הבסיסים של הטרפז על פי הביטויים האלגבריים הנתונים.

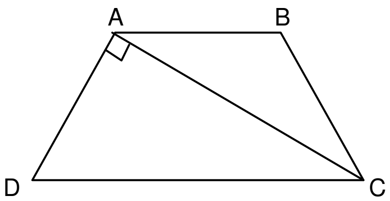
א.



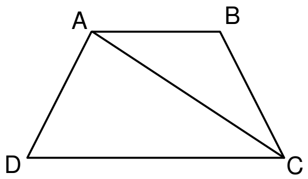
ב.



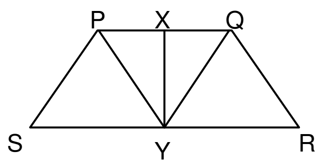
10. בטרפז שווה שוקיים ABCD (AB || CD, AD = BC)
נתון: $AC \perp AD$, AB = BC
חשבו את זוויות הטרפז.



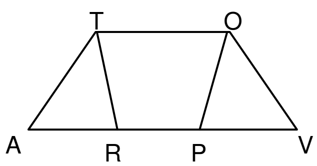
11. בטרפז שווה שוקיים ABCD (AB || CD, AD = BC)
נתון: AC חוצה זווית C, AC = CD
חשבו את זוויות הטרפז.



12. המרובע PQRS הוא טרפז שווה שוקיים (RS || PQ, QR = PS)
XY הוא קטע המחבר את אמצעי הבסיסים.
הוכיחו: א. משולש PQY משולש שווה שוקיים
ב. $XY \perp SR$



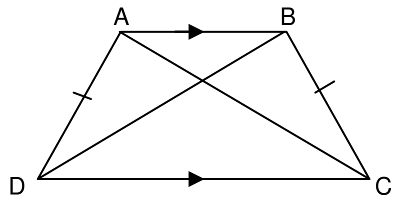
13. המרובע TOVA הוא טרפז שווה שוקיים (TO || VA, TA = OV).
נתון: הנקודות P, R על הבסיס AV כך ש AR = PV
$TR \nparallel OP$
הוכיחו: המרובע TOPR טרפז שווה שוקיים.



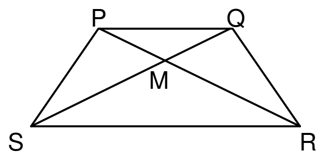
שיעור 5

1. **משפט: האלכסונים בטרפז שווה שוקיים שווים זה לזה.**

א. כתבו את המשפט מחדש: אם..... אזי......
ב. כתבו את הנתון בכתיב מתמטי.
ג. כתבו מה שצריך להוכיח בכתיב מתמטי.
ד. הוכיחו את המשפט.

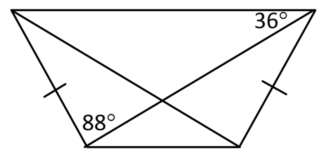


2. המרובע PQRS הוא טרפז שווה שוקיים (RS || PQ, QR = PS).
אלכסוני הטרפז נחתכים בנקודה M
הוכיחו: MR = MS, MQ = MP

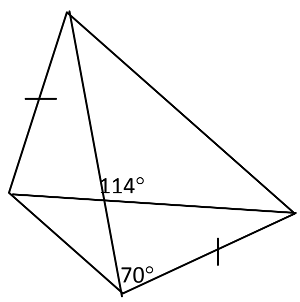


3. לפניכם טרפזים שווי שוקיים (השוקיים מסומנות). חשבו את זוויות הטרפזים על פי הנתונים בשרטוט.

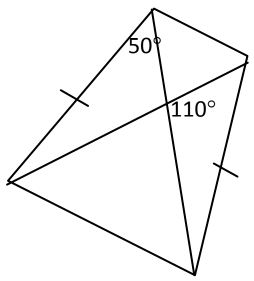
א.



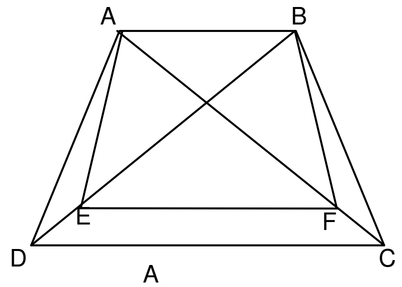
ב.



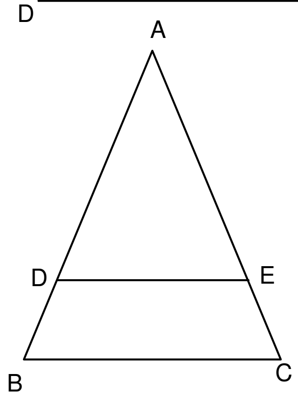
ג.



4. המרובעים ABCD ו- ABFE הם טרפזים שווי שוקיים.
AB || DC || EF
הוכיחו: המרובע EFCD הוא טרפז שווה שוקיים.

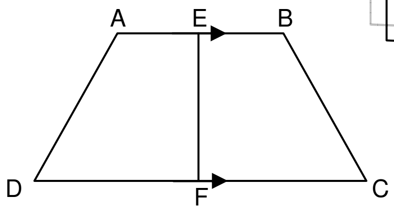


5. משולש ABC שווה שוקיים (AB = AC)
D, E נקודות על השוקיים.
נתון: DE || BC
הוכיחו: המרובע DECB הוא טרפז שווה שוקיים.

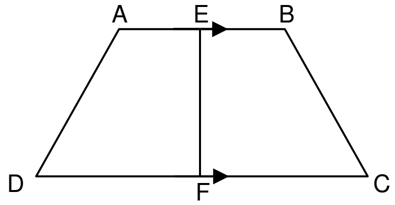


6. *תהייה: האם יתכן שאחד האלכסונים בטרפז יחצה את האלכסון השני?*
אם כן, תנו דוגמה. אם לא – הוכיחו זאת.

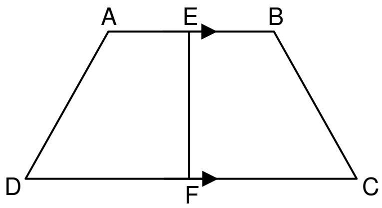
7. **טענה**: האנך האמצעי לבסיס בטרפז שווה שוקיים הוא ציר סימטרייה.



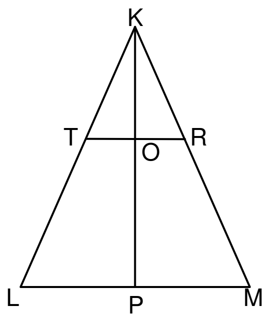
המרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים
$AB \parallel DC$, $AD = BC$
$EF \perp DC$, הנקודות E, F הן אמצעי הבסיסים AB, DC בהתאמה
צריך להראות: EF ציר סימטרייה בטרפז.



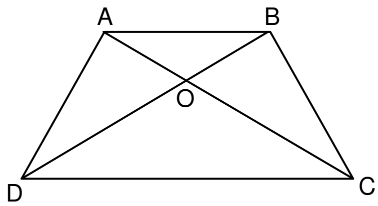
8. המרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים
$AB \parallel DC$, $AD = BC$
$EF \perp DC$, $DF = FC$
הוכיחו: $AE = EB$



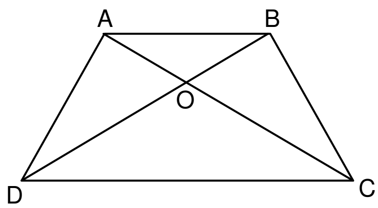
9. המרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים
$AB \parallel DC$, $AD = BC$
$DF = FC$, $AE = EB$
הוכיחו: $EF \perp DC$, $EF \perp AB$



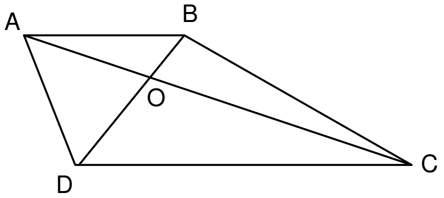
10. המרובע TRML הוא טרפז שווה שוקיים ($LT = MR$).
המשכי השוקיים של הטרפז נחתכים בנקודה K.
נתון: $LP = PM$, $TO = OR$
הוכיחו: הקטע PO מונח על הגובה לבסיס LM במשולש LKM.



11. המרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים
($AB \parallel DC$), הנקודה O היא מפגש האלכסונים.
הוכיחו: המשולשים AOB, COD הם משולשים
שווי שוקיים הדומים זה לזה.



12. המרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים
($AB \parallel DC$), הנקודה O היא מפגש האלכסונים.
הוכיחו: $\Delta AOD \cong \Delta BOC$.



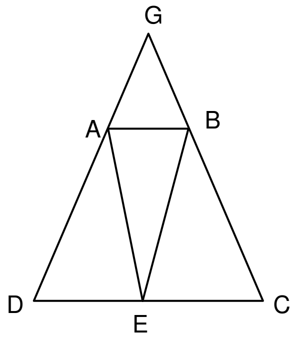
שתי השאלות הבאות מתייחסות לאיור הבא:

ABCD טרפז (AB || CD) $AD \neq BC$

O נקודת פגישת האלכסונים.

13. ***תהייה: האם בטרפז ABCD ייתכן שהמשולשים AOB ו- COD דומים?***

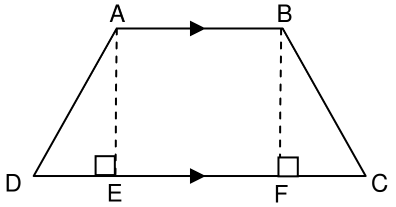
14. ***תהייה: האם בטרפז ABCD ייתכן שהמשולשים BOC ו- AOD חופפים?***



15. המרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים.
(AB || DC). הנקודה E היא אמצע הבסיס DC.
המשכי השוקיים נפגשים בנקודה G.
הוכיחו: המרובע GBEA הוא דלתון.

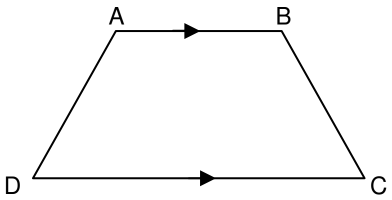
שיעור 6

1. **משפט: אם בטרפז זוויות אחד הבסיסים שוות זו לזו אז הטרפז הוא שווה שוקיים.**

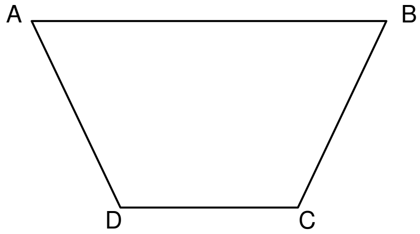


א. כתבו את הנתון בכתיב מתמטי.
ב. כתבו מה שצריך להוכיח בכתיב מתמטי.
ג. הוכיחו את המשפט (היעזרו בהעברת גבהים כבניות עזר).

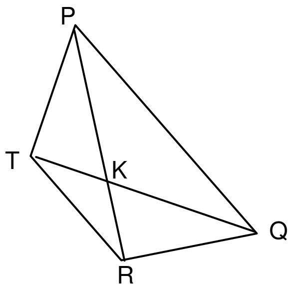
2. לפניכם טרפז ABCD ‏($AB \parallel CD$).
קבעו לגבי כל אחת מהאפשרויות האם הטרפז הוא בוודאות טרפז שווה שוקיים.



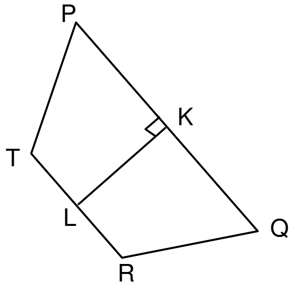
א. $\sphericalangle C = 46°$, $\sphericalangle D = 46°$
ב. $\sphericalangle B = 106°$, $\sphericalangle A = 108°$
ג. $\sphericalangle D = 72°$, $\sphericalangle A = 108°$
ד. $\sphericalangle B = 134°$, $\sphericalangle D = 46°$



3. המרובע ABCD הוא טרפז.
$\sphericalangle A + \sphericalangle C = 180°$
הוכיחו: ABCD הוא טרפז שווה שוקיים.



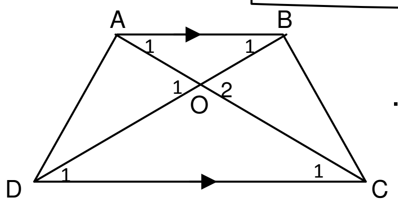
4. המרובע PQRT הוא טרפז, $PQ \parallel TR$
האלכסונים PR ,TQ נחתכים בנקודה K.
$KQ = KP$,$TK = RK$
הוכיחו: PQRT הוא טרפז שווה שוקיים.



5. הנקודות K ,L הן בהתאמה אמצעי הבסיסים TR ו- PQ בטרפז PQRT.
נתון: $LK \perp PQ$
הוכיחו: PQRT הוא טרפז שווה שוקיים.

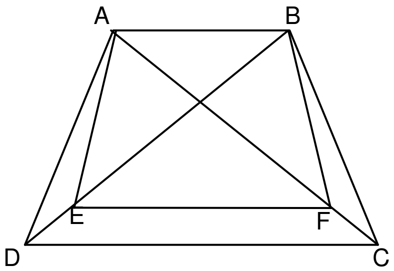
6. **משפט: טרפז שאלכסוניו שווים זה לזה הוא טרפז שווה שוקיים.**

א. כתבו את הנתון בכתיב מתמטי בטבלה להלן.
ב. כתבו מה שצריך להוכיח בכתיב מתמטי בטבלה להלן.
ג. השלימו את הנימוקים לטענות הנתונות לצורך הוכחת המשפט.



נתון:		
צ"ל:		
	טענה	נימוק
הוכחה:	$\sphericalangle A_1 = \sphericalangle C_1 = \alpha$	
	$\sphericalangle B_1 = \sphericalangle D_1 = \beta$	
	$\Downarrow$	
	$\Delta ABO \sim \Delta CDO$	
	$\Downarrow$	
	$\frac{AO}{OC} = \frac{BO}{OD} = \frac{m}{p}$	
	$AO = mx,\ BO = my$ $OC = px,\ OD = py$	
	$mx + px = my + py$ $x(m + p) = y(m + p)$ $x = y$	
	$AO = BO$	
	$DO = CO$	
	$\sphericalangle O_1 = \sphericalangle O_2$	
	$\Downarrow$	
	$\Delta AOD \cong \Delta BOC$	
	$\Downarrow$	
	$AD = BC$	

7. המרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים.
נתון: $EF \parallel AB$, הנקודות E, F מונחות על האלכסונים BD, AC
$FC = DE$, $AE \nparallel BF$
הוכיחו: המרובע ABFE הוא טרפז שווה שוקיים.



8. המרובע KLMN הוא טרפז שווה שוקיים ($KN = LM$)
נתון: הנקודות P, Q הן על האלכסונים LN, KM בהתאמה.
$KL \parallel PQ$
$\angle K_1 = \angle L_1$, $\angle PKL < 90^\circ$
הוכיחו: KLQP טרפז שווה שוקיים.