

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי
المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلتين الاعدادية والثانوية

פעילויות מתמטיות רבות עוצמה חוברת לתלמיד

פיתוח : המרכז הארצי למתמטיקה בחינוך העל יסודי

פורסם באתר מרכז המורים: <http://highmath.haifa.ac.il>

כתובת המערכת

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל-יסודי

הפקולטה לחינוך אוניברסיטת חיפה

הר הכרמל חיפה, 31905

טל. 04-8288351, פקס:

04-8240757

דוא"ל: hmthcntr@edu.haifa.ac.il

חלק מהמשימות מבוססות על פעילויות ומפיוצחים שפותחו על ידי **המרכז הארצי למורים**

למתמטיקה בחינוך העל יסודי, <http://highmath.haifa.ac.il>.

בנוסף יש הפניות לפעילויות באתרים אלו.

יצא לאור במימון האגף למדעים במזכירות הפדגוגית
ומינהלת מל"מ המרכז הישראלי לחינוך מדעי טכנולוגי
© כל הזכויות שמורות למשרד החינוך



מינהלת מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי
טכנולוגי ע"ש עמוס דה שליט



אוניברסיטת חיפה
הפקולטה לחינוך



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי

المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلتين الاعدادية والثانوية

תוכן העיניינים

4.....	מבוא.....
5.....	עניין של זמן... ..
9.....	מצא את הממוצע.....
10.....	___טוב ללכת בדרכים... ..
14.....	___מבט גאומטרי.....
15.....	___לעבודה ולמלאכה.....
16.....	מה ערך המערך?.....
21.....	פרבולה וכפל מה הקשר?.....

מבוא

בחוברת זו ארבע יחידות הכוללות פעילויות רבות עוצמה. הפעילויות עוסקות בנושאים שונים אך כולן חושפות את העוצמה של המתמטיקה ככלי חשיבה, ייצוג ופתרון.

במהלך פתרון הפעילויות מומלץ (אך לא הכרחי) להשתמש ביישומונים הדינאמיים המשולבים ביחידה, המאפשרים לראות את פעולת ההזזות והמתיחות באופן חזותי ומוחשי וכתנועה חיה של הגרפים.

ניתן להשתמש ביישומים האינטרנטיים או להוריד גאוגברה (תוכנה חינמית) מהאתר <http://geogebra.org.il>.

עניין של זמן...

בפעילות זו נתבונן בקשרים שבין מהירות הנסיעה, זמן הנסיעה ואורך הדרך.
בפרט נעסוק בהשפעת ההגדלה של מהירות הנסיעה על זמן הנסיעה במקרה של נוסע מהיר ובמקרה של נוסע איטי.

נוסע מהיר ונוסע איטי מגבירים את המהירות ב- 20 קמ"ש. מי יחסוך זמן נסיעה רב יותר? האם זה בכלל שווה את המאמץ? שאלות למחשבה.

עופרה, מורה למתמטיקה, נוסעת בכל בוקר לבית הספר הנמצא במרחק 20 ק"מ מביתה. הדרך של עופרה עוברת בכביש הררי צר ומפותל, ללא יכולת עקיפה. ביום טוב, כשהדרך פנוייה, עופרה נוסע במהירות 50 קמ"ש. לפעמים הכביש עמוס יותר, ואז מהירות הנסיעה יורדת ל- 30 קמ"ש.

1. בדרך לבית הספר

עופרה מתכננת את זמן היציאה מהבית באופן שיבטיח לה להגיע בדיוק בצלצול, גם אם הכביש יהיה עמוס והיא תיאלץ להשתרך אחר משאיות שמהירות נסיעתן בעלייה היא 30 קמ"ש.

- א. כמה זמן נמשכת הנסיעה במקרה זה?
- ב. כמה זמן מוקדם יותר עפרה תגיע ביום טוב בו הכביש פנוי ומאפשר לה לנסוע במהירות 50 קמ"ש?
- ג. בכמה דקות תאחר אם תיסע אחרי משאית כבדה שנוסעת במהירות 10 קמ"ש?

2. נסיעה בכביש פתוח

גם מקום העבודה של עופר נמצא במרחק 20 ק"מ מהבית, אך הדרך לעבודתו עוברת בכביש פתוח והוא נוסע לעבודה במהירות של 100 קמ"ש.

- א. מהו זמן הנסיעה של עופר לעבודה?
- ב. בכמה יתקצר זמן הנסיעה של עופר אם המהירות המותרת בכביש תעלה ל- 120 קמ"ש?
- ג. עופר שמע שבמדינות אחדות אין כלל הגבלה על מהירות הנסיעה. כמה זמן היה עופר חוסך לו היה נוסע במהירות 140 קמ"ש?

3. השפעת מהירות הנסיעה על זמן הנסיעה

נבדוק את השפעת מהירות הנסיעה על זמן הנסיעה של עופרה ושל עופר לעבודתם.

א. מלאו את הטבלה.

מהירות בקמ"ש	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
הזמן הדרוש לנסיעה של 20 ק"מ.															

- ב. סרטטו את גרף הפונקציה המתאימה למהירות הנסיעה בקמ"ש את הזמן בדקות הדרוש לנסיעה של 20 ק"מ.
- ג. רשמו ביטוי אלגברי לפונקציה.
- ד. איזו תופעה (או תופעות) ממחיש הגרף?
- ה. האם ניתן להכליל את המסקנות גם למקרה שהדרך ארוכה יותר או קצרה יותר? פרטו. תוכלו להיעזר ביישומון הדינאמי בקישור: <http://tube.geogebra.org/student/matYoXqOu>

4. נהפוך את נקודת המבט

לפעמים מתאים לשאול שאלה הפוכה: באיזו מהירות עלינו לנסוע כדי להגיע בזמן ליעד הנמצא במרחק 20 ק"מ מאיתנו.

א. מלאו את הטבלה הבאה.

הזמן העומד לרשותנו בדקות	5	10	15	20	25	30	60	120	150
המהירות הדרושה על מנת להגיע בזמן ליעד במרחק 20 ק"מ.									

- ב. רשמו ביטוי אלגברי לפונקציה המתאימה לזמן בדקות העומד לרשותנו, את המהירות בקמ"ש בה עלינו לנסוע, על מנת להגיע בזמן ליעד הנמצא במרחק 20 ק"מ מאיתנו.
- ג. הסבירו את הדמיון הויזואלי בין הגרפים של הפונקציות, ואת ההבדלים ביניהם.

בדרך הישר ...

- א. הניחו שקובי נוסע במהירות קבועה של 80 קמ"ש. כמה זמן הוא מבלה בנסיעה לעבודה אם המרחק של מקום עבודתו מביתו הוא (1) 20 ק"מ; (2) 40 ק"מ; (3) 60 ק"מ; (4) 80 ק"מ? בנו גרף מתאים.
- ב. בכל יום ששי קובי מבלה בנסיעה על אופניים. הניחו שהוא נוסע במהירות קבועה של 20 קמ"ש. מהו אורך מסלול הרכיבה שלו כשהוא רוכב: חצי שעה, שעה, שעה וחצי, שעתיים? בנו גרף מתאים.
- ג. הסבירו את ההבדל בין הגרפים שקיבלתם בשאלה זו לבין הגרפים שהתקבלו בסעיפים הקודמים.

מצא את הממוצע

בפעילות זו נעסוק בבעיות דרך, בעיות הספק ובעיות גאומטריות, שפתרונותיהן קשורים בסוגים שונים של ממוצעים. בפרט, נראה עד כמה יכולים להיות דומים פתרונות לבעיות, שלמראית עין הן שונות מאד זו מזו.

1. צעידה לעת ערב



ביישוב נוף הרים טיילת נוף הצופה לים, ותושבים רבים נוהגים לצאת בה לצעידה או לריצה. נורית צועדת כל ערב במהירות קבועה לאורך הטיילת ומשלימה את הצעידה, הלוך וחזור בשעה. רקפת צועדת אף היא במהירות קבועה ומשלימה את הצעידה, הלוך וחזור, בשעה וחצי. יום אחד יצאו שתיהן לצעידה באותה השעה, כשכל אחת יצאה מצד אחר של הטיילת.

א. ענו, אם הנתונים מאפשרים:

1. כמה פעמים ייפגשו נורית ורקפת בצעידתן?
 2. באיזה מהירות צועדת נורית?
 3. פי כמה מהר יותר צועדת נורית מרקפת?
 4. אם אורך הטיילת 3 ק"מ, אחרי כמה זמן ייפגשו נורית ורקפת בפעם הראשונה?
 5. אם אורך הטיילת 5 ק"מ, באיזו שעה ייפגשו נורית ורקפת בפעם הראשונה?
 6. אם לא ידוע אורך הטיילת, האם נוכל לדעת באיזו שעה ייפגשו נורית ורקפת בפעם הראשונה?
 7. מה אורך הטיילת?
 8. אם נורית ורקפת ייפגשו פעם נוספת, באיזו שעה ייפגשו?
 9. מה עוד מאפשרים הנתונים לדעת על הצעידה של רקפת ונורית?
- ב. בכל סעיף בו השבתם שהנתונים לא מאפשרים לענות על השאלה, עליכם למצוא נימוק משכנע מדוע הנתונים לא מספיקים, ולהציע נתון נוסף שיאפשר לענות על השאלה.

2. נסיעה לעבודה



דנה נוסעת כל בוקר לעבודה בשעות העומס במהירות 50 ק"מ לשעה. בדרכה חזרה הדרך פנויה ולכן מהירותה הממוצעת היא 100 קמ"ש.

א. אם אפשר, ענו על השאלות הבאות:

1. מה הדרך שדנה עברה?
2. מהו זמן הנסיעה של דנה?
3. מהי המהירות הממוצעת של דנה בנסיעה כולה (הלוך וחזור)?

בארוחת הערב, דנה סיפרה בבית על תלאות הדרך ותהתה מה המהירות הממוצעת בה נסעה. עידן ועומר בניה הציעו פתרון לבעיה. עידן טען שהמהירות הממוצעת היא 75 קמ"ש כי זה הממוצע בין המהירויות. ואילו עומר אמר שהמהירות לא יכולה להיות 75 קמ"ש כי דנה נסעה יותר זמן במהירות האיטית מאשר במהירות הגבוהה.

מה דעתכם? הציעו דרך לשכנע את עידן או את עומר שהשני צודק.

ב. באיזו מהירות הייתה צריכה לנסוע דנה בחצי הדרך השנייה כדי שמהירותה הממוצעת תהיה 75 קמ"ש?

3. על גלגלים



אורי יצא לאימון רכיבת אופניים. ביום הראשון רכב במשך שעה במהירות קבועה של 20 קמ"ש, ובשעה שלאחריה הגביר מהירותו ונסע במהירות קבועה של 30 קמ"ש.

למחרת, אורי רכב חצי מהדרך בעליה במהירות של 20 קמ"ש ואת חציה השני של הדרך בירידה נסע במהירות של 30 קמ"ש.

ענו, אם הנתונים מאפשרים:

א. מה המהירות הממוצעת של אורי ביום הראשון?

ב. מה המהירות הממוצעת של אורי ביום השני?

ג. האם הדרך שאורי רכב היתה שווה בשני ימי הרכיבה?

ד. האם זמן הרכיבה היה שווה בשני הימים?

ממה נובע השוני בחישוב הממוצעת בשני המקרים?

4. מירוץ שליחים

באליפות בתי הספר התחרו שתי נבחרות ריצה במירוץ שליחים של שני אצנים.

בנבחרת תיכון אביבים, מהירות האצן הראשון 10 קמ"ש ומהירות האצן השני 15 קמ"ש. בנבחרת תיכון רביבים, שני האצנים תאומים זהים הרצים במהירות זהה.

א. מה צריכה להיות לפחות מהירות האצנים התאומים בנבחרת תיכון רביבים כך שינצחו בתחרות?

ב. הכלילו את התשובה למקרה שמהירות האצן הראשון בנבחרת תיכון אביבים היא A ומהירות

האצן השני בנבחרת תיכון זה היא B.

5. מהירות ממוצעת

מכונית עברה דרך של 40 ק"מ במהירות ממוצעת של 40 קמ"ש.

מה צריכה להיות מהירותה הממוצעת ב-40 הק"מ הבאים כדי שמהירותה הממוצעת לאורך כל 80 הק"מ תהיה 80 קמ"ש?



6. שני חברים יצאו לדרך, בים בם בום...

תמי וניר שכנים בבית משותף ולומדים באותה כיתה. כל בוקר הם יוצאים יחדיו ברגל מביתם בשביל המוביל לבית הספר. יום אחד הם התחילו ללכת ביחד באותו קצב (v_1). ניר המשיך ללכת באותה המהירות מחצית מהזמן ולאחר מכן הלך במהירות איטית יותר (v_2) עד הגיעו לבית הספר. לעומתו תמי המשיכה באותה מהירות חצי מהדרך (v_1), ובמחצית השנייה של הדרך, האטה והלכה במהירות האיטית של ניר (v_2).

- א. התוכלו לקבוע מי הגיע ראשון לבית הספר?
 ב. אם היו תמי וניר מתחילים במהירות איטית יותר, ולאחר מכן מגבירים את הקצב. מי אז היה מגיע ראשון לבית הספר?

הנחיה – תארו את הבעיה במערכת צירים והיעזרו ב יישום הדינאמי.

7. סדרה הרמונית - מה הקשר?

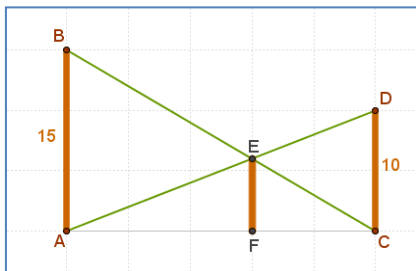
נתבונן בסידרה:

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$$

1. רשמו ביטוי אלגברי לאיבר הנמצא במקום ה- n .
2. הראו שאם a, b, c הם שלושה איברים סמוכים בסידרה זו אז $b = \frac{2ac}{a+c}$.
3. מצאו קשר בין שאלה זו לאחדות מן השאלות בסידרת השאלות "טוב ללכת בדרכים?"

1. בעית המיתרים של בסקרה – הודו

בסקרה (Bhaskra) אסטרונום ומתמטיקאי הודי מהמאה ה-12. מפורסם בפיתוח שיטות לפתרון משוואות ריבועיות ועוד, חיבר כללים לפעולות במספרים חיוביים ושליילים ואף הציג שתי הוכחות יפות ופשוטות למשפט פיתגורס בעזרת דמיון משולשים.



בין שני עמודים בגובה 15 מטר ו-10 מטר נמתחו מיתרים. כל מיתר מחבר את הקצה העליון של אחד העמודים עם החיבור לקרקע של העמוד השני. בנקודת המפגש בין המיתרים הוצב עמוד תומך. המרחק בין העמודים 50 מטר.

א. חשבו את גובהו של העמוד התומך.

(רמז – חפשו משולשים דומים)

ב. הזיזו והרחיקו את העמודים כך שהמרחק ביניהם 100 מטר. חשבו כעת את גובה העמוד התומך.

הזיזו וקרבו את העמודים כך שהמרחק ביניהם 1 מטר. חשבו כעת את גובה העמוד התומך.

ג. האם משנה המרחק בין העמודים? התנסו [ביישומון](#) והסבירו ממצאכם.

ד. אם ידוע שגובה שני העמודים a ו-b. הביעו באמצעות a ו-b את גובה העמוד התומך

2. ממוצעים בין מלבן וריבוע

נתון מלבן שמידותיו x ו-y. נשאל את עצמנו שאלות אחדות:

א. מה צריך להיות אורך צלע הריבוע שהיקפו ישווה להיקף המלבן?

ב. מה צריך להיות אורך צלע הריבוע ששטחו ישווה לשטח המלבן?

ג. מה צריך להיות אורך צלע הריבוע שאלכסונו ישווה לאלכסון המלבן?

ד. מה צריך להיות אורך צלע הריבוע שהיחס בין שטחו להיקפו ישווה ליחס בין שטח והיקף

המלבן?

הידעתם?

כאשר חוקרים את תפקודם הביולוגי של גופים חיים יש חשיבות עיקרית לא לנפח הגוף בפני עצמו, או לשטח חיצוני של הגוף בפני עצמו, אלא ליחס שבין הנפח לשטח הגוף. באותה מידה בצורות שטוחות יש חשיבות ליחס שבין שטח הצורה להיקפה. למשל, מדינה שקו הגבול שלה ארוך מאוד ביחס לשטחה יש לה בעיות ביטחוניות מסובכות. באיזה ממוצע כדאי להשתמש?

1. ביחד או לחוד



בחופשת הקיץ חברת האריזה "פרי הארץ" מעסיקה תלמידים באריזת תפוחי עץ.

בכל יום נקבעת מכסה קבועה של מספר ארגזים שכל עובד צריך לארוז.

שחר ואור הזמנו לעבודה. שחר משלים את העבודה במשך 4 שעות ואור משלים אותה במשך 5 שעות.

יום אחד הצטברה כמות כפולה של עבודה ואור ושחר הזמנו לבצע אותה ביחד.

א. הניחו שכל אחד מהם עובד באותו קצב שהוא עובד כאשר הוא מבצע את העבודה לבד. כמה זמן דרוש לאור ושחר להשלים את העבודה הכפולה ביחד?

ב. אם שחר משלים את המיכסה ב- m שעות ואור משלים אותה ב- n שעות, בכמה זמן ישלימו ביחד כמות מכסת אריזה כפולה?

מה ערך המערך?

האם קרה לכם, שאחרי שפתרתם בעיה או חידה והתבוננתם בה שוב, גיליתם עוד ועוד דרכים לפתור אותה, חלקן פשוטות בהרבה מזו הראשונה?

הפעילות שלפניכם, מתחילה כחידה שניתן לפתור בדרכים מגוונות. מגוון הפתרונות והשאלות שבהמשך מאפשרים להתבונן על פעולות מתמטיות מוכרות באור חדש.

הפעילות פשוטה אך היא עוסקת באחד מהרעיונות המרכזיים של המתמטיקה.

מה ערך המערך? - פעילות חקר

1. גלו את המספר שבמשבצת הריקה.

לפניכם מערך משבצות צבעוני.

המספרים בשוליים הם סכומי המספרים בשורות או בעמודות.

				9
				5
				14
				8
9	8	8	?	

א. מיהו לדעתכם המספר החסר? הסבירו את שיקוליכם

ב. נסו לגלות את המספר החסר בכמה שיותר דרכים.

2. האם יש רמזים עודפים?

				9
				5
				14
				8
9	8	8	?	

א. הניחו שלכל המשבצות הצבועות באותו מילוי יש אותו ערך. האם תוכלו לגלות את המספר החסר מבלי להשתמש בכל המספרים הרשומים בשולי המערך?

ב. אם לא – מדוע לא?

ג. אם כן – נסו להשאיר מספר מינימלי של מספרים שמאפשר לגלות את המספר החסר.

3. בדרך שלהם.

9	9	8	8	?
5	9	8	8	?
14	9	8	8	?
8	9	8	8	?
	9	8	8	?

אור אמרה: אני ראיתי שסכום המספרים בשתי השורות התחתונות הוא 22 והבנתי שסכום המספרים בעמודה הימנית הוא 11. למה אור מתכוונת, לדעתכם?

נועם אמר: אני הסתכלתי בשתי השורות האמצעיות והגעתי למסקנה שהערך של משבצת כחולה גדול ב-3 מהערך של משבצת צהובה. אחר כך הסתכלתי בשתי העמודות הימניות והגעתי למסקנה שסכום המספרים בעמודה הימנית הוא 11. מה לדעתכם היו השיקולים של נועם?

אלון אמר: הדרך שלי דומה לשל נועם אבל אני קראתי לאדום A לכחול K ולצהוב Z. מהעמודות השמאליות למדתי ש- $A=Y+1$. בשורה השנייה יש רק משבצות אדומות וצהובות ולכן יכולתי לכתוב $3Y+Y+1=5$, וככה הגעתי לערכים של כל הצבעים. המשיכו את הדרך של אלון.

עינת אמרה: אני בכלל לא התייחסתי למילוי והגעתי לאותה תשובה. מה יכולה להיות הדרך של עינת?

4. האם הרמזים מספיקים?

- א. לפניכם חידת מספרים חדשה.
- ב. הפעם הרמזים מאפשרים למצוא רק חלק מהמספרים החסרים.
- ג. אם ניתן למצוא את הערך של שורה או עמודה – מצאו בדרכים שונות.
- ד. אם לדעתכם לא ניתן למצוא את ערכה של שורה או של עמודה – הסבירו מדוע לא ניתן לעשות זאת.

?	?	20	36	20	36	?
?	?	20	36	20	36	?
?	?	20	36	20	36	?
?	?	20	36	20	36	?
?	?	20	36	20	36	?

5. הפינה לשיפוטכם

לפניכם שתי הצעות למילוי מערך המספרים. (המספרים שהוספו בשולים רשומים באדום)

ההצעה של תמר

13	13	5	5	5	5	46
13	13	5	13	5	13	62
5	5	5	13	5	13	46
5	5	5	5	5	5	30
36	36	20	36	20	36	

ההצעה של שי

13	13	9	9	1	1	46
13	13	9	13	1	13	62
1	9	1	13	9	13	46
1	1	1	1	9	9	22
28	36	20	36	20	36	

כל אחד מהם בדק את החישובים של השני והם הגיעו למסקנה שאף אחד מהם לא טעה בחישוב.

א. כיצד יתכן שכל אחד הגיע לתוצאות אחרות?

ב. כיצד קרה שרוב המספרים בשוליים זהים בהצעות של שי ותמר?

6. מה הקשר?

א. ענו בלי לפתור משוואות

המחיר של 3 כרטיסי נוער ו-2 כרטיסי מבוגר להופעה בפארק הוא 120 ₪.

המחיר של 6 כרטיסי נוער ו-5 כרטיסי מבוגר לאותה הופעה הוא 270 ₪.

זוג הורים רוצה להגיע להופעה עם שני ילדיהם. כמה ישלמו?

ב. לכל אחת מן המשוואות הבאות קבעו את מספר הפתרונות.

(3)

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 6x + 9y = 25 \end{cases}$$

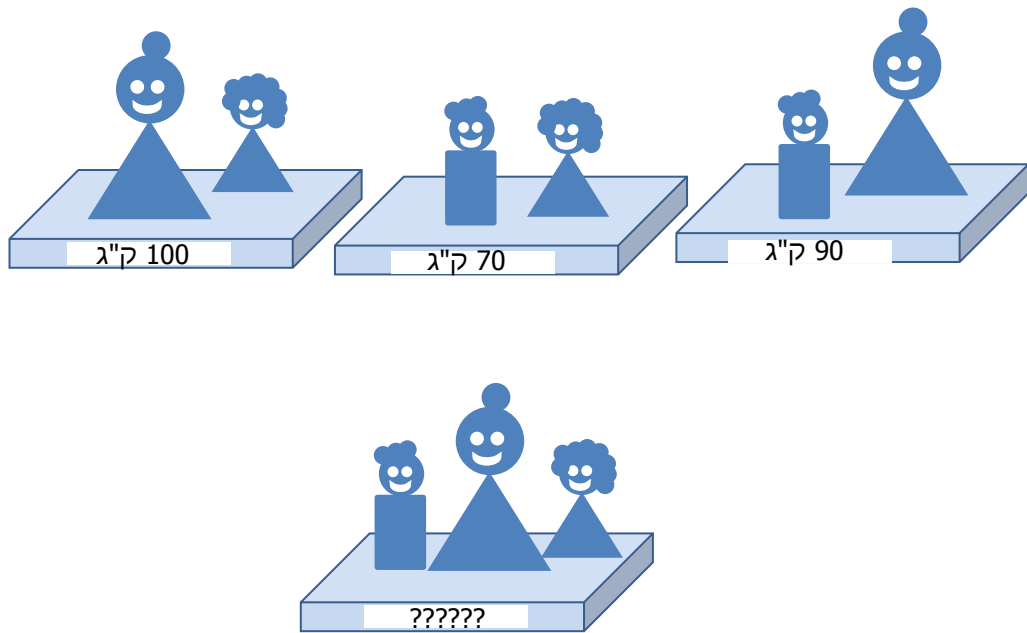
(2)

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

(1)

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 6x + 9y = 36 \end{cases}$$

7. שומרי משקל



8. מפלצות ידידותיות – עם משוואות כאלה, מי צריך מחשבון?

א. פתרו ללא מחשבון את מערכת המשוואות

$$\begin{cases} 7231x + 2769y = 27231 \\ 2769x + 7231y = 22769 \end{cases}$$

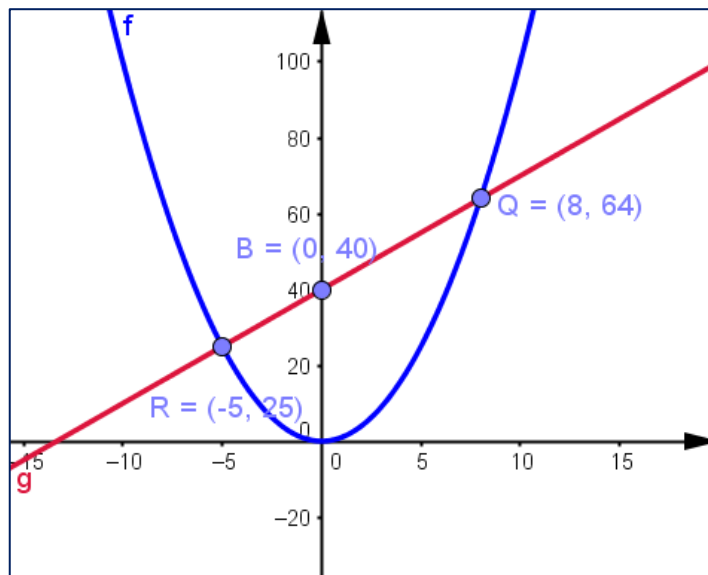
ב. נסו לחבר עוד מערכות משוואות ידידותיות עם חזות מפלצתית.

פרבולה וכפל

מה הקשר?

בפעילות זו תוצג בפניכם עובדה פשוטה ומפתיעה ממנה נצא לפעילות חקירה הבודקת מקרים שונים כדי להגיע להכללה ולהסבר מתמטי של התופעה, נשאל מה אם אחרת ונבדוק את ההשפעה של שינויים שנעשה ולבסוף יוצגו לכם משימות שיש בהן יישום של פעילות החקירה.

במהלך היחידה מומלץ (אך לא הכרחי) להשתמש ביישומונים הדינאמיים המשולבים ביחידה, המאפשרים לבדוק מקרים שונים ולראות את פעולת ההזזות והמתיחות באופן חזותי ומוחשי וכתנועה חיה של הגרפים.



שרטטנו את הפרבולה $f(x) = x^2$.

סימנו על הפרבולה שתי נקודות בהן $x=8$ ו- $x=-5$ והעברנו ישר בין שתי הנקודות.

שימו לב, לשיעורי ה- x של שתי הנקודות ולנקודת החיתוך של הישר עם ציר ה- y .

מעניין... $5 \times 8 = 40$!!!

א. האם התכונה הזו נשמרת גם כאשר שיעורי ה- x של שתי הנקודות הם $x=6$ ו- $x=-2$? אתם יכולים להיעזר **ביישום הדינאמי** (קישור לקובץ גאוגברה).

ב. ומה קורה במקרים אחרים? בחרו שני מספרים אחרים ובדקו האם התכונה נשמרת.

ג. אם לדעתכם התכונה מתקיימת גם במקרים אחרים, תארו אותה במילים.

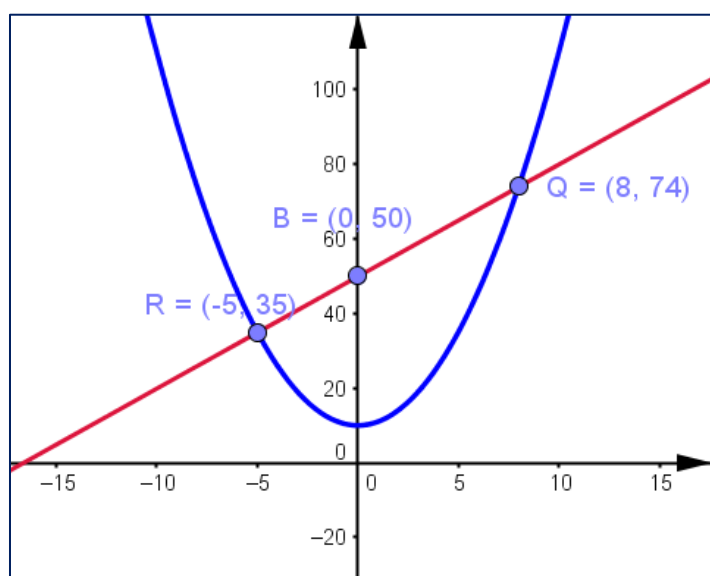
ד. האם אפשר להכליל את השיטה לכל שתי נקודות על הפרבולה? **ביישום הדינאמי** (קישור לקובץ גאוגברה) בנינו פרבולה $f(x) = x^2$, סימנו עליה שתי נקודות אקראיות וחיברנו את הנקודות בישר. שנו את q ו- r (שיעורי ה- x של הנקודות Q ו-R) ומצאו את הקשר בין שיעורי ה- x של שתי הנקודות ושיעור ה- y של נקודת החיתוך של הישר המחבר ביניהן עם ציר ה- y (שיעור ה- y של הנקודה B).

אם כן, הסבירו מדוע הקשר הזה מתקיים. נסו להסביר בכמה שיותר דרכים.

האם הקשר הזה נשמר גם בפרבולות אחרות?

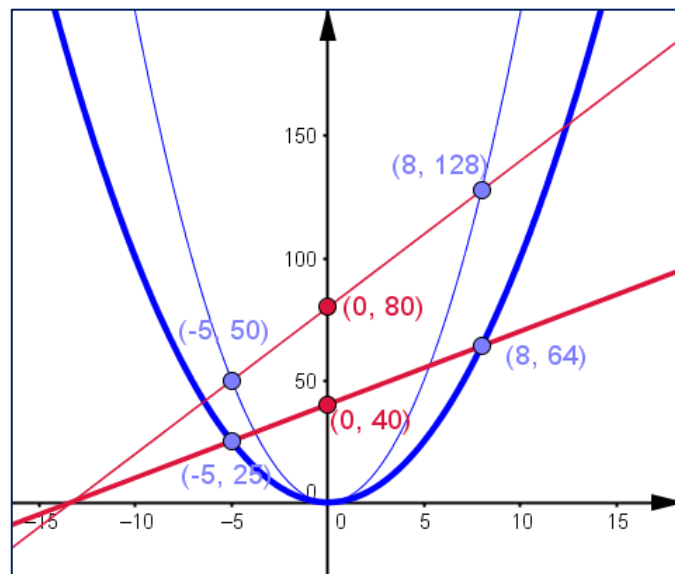
נבדוק האם הקשר מתקיים גם על פרבולות אחרות. מה יקרה כשנזיז ונמתח את $f(x) = x^2$? כלומר, האם הקשר בין שיעורי ה- x של שתי נקודות על הפרבולה ושיעור ה- y של נקודת החיתוך של הישר המחבר ביניהם עם ציר ה- y יישמר. אם לא, האם תוכלו למצוא קשר אחר? לשם כך נסתכל על הצורה הקודקודית של הפרבולה $f(x) = a(x - p)^2 + k$

1. הזזה אנכית (למעלה ולמטה) של הפרבולה



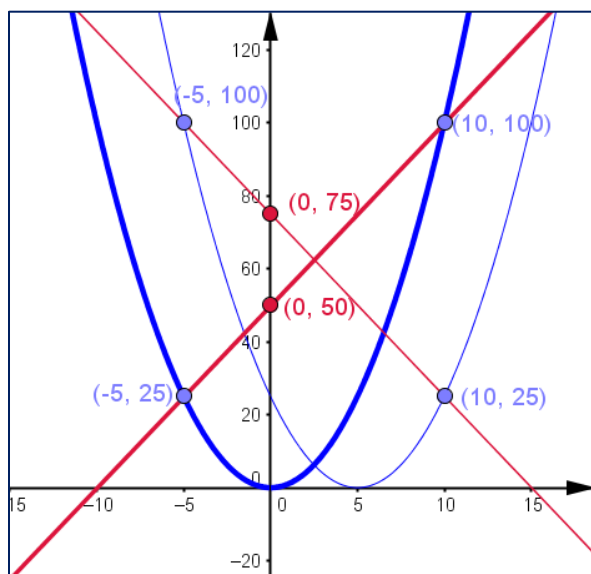
- א.** אם נזיז את הפרבולה $f(x) = x^2 + 10$ יחידות למעלה, מה יהיה לדעתכם הקשר בין שיעורי ה- x של הנקודות Q ו- R ובין שיעור ה- y של הנקודה B ?
- ב.** **ביישום הדינאמי** (קישור לקובץ גאוגברה) בנינו את הגרף של פונקציה ריבועית בצורה הקודקודית $f(x) = a(x - p)^2 + k$, סימנו על הפרבולה שתי נקודות אקראיות וחיברנו את הנקודות בישר. שנו את הערך של k ($k=10$) ובדקו את השערתכם.
- ג.** בדקו הזות נוספות (שנו את k) ובדקו נקודות נוספות (שנו את q ו- r). מה הקשר בין שיעורי ה- x של הנקודות Q ו- R ובין שיעור ה- y של הנקודה B ?
- ד.** הסבירו מדוע מתקיים הקשר. אתם יכולים להיעזר **ביישום הדינאמי** (קישור לקובץ גאוגברה)

2. מתיחה וכיווץ של הפרבולה



- א.** נכווץ את הפרבולה $f(x) = x^2$ פי שתיים. מה לדעתכם יהיה הקשר בין שיעורי ה- x של הנקודות Q ו- R ובין שיעור ה- y של הנקודה B ?
- ב.** שנו את הערך של a **ביישום הדינאמי** (קישור לקובץ גאוגברה) ($a=2$) ובדקו את השערתכם.
- ג.** בדקו מתיחות וכיווצים נוספים (שנו את a) ונקודות נוספות (שנו את q ו- r).
- מה הקשר בין שיעורי ה- x של הנקודות Q ו- R ובין שיעור ה- y של הנקודה B ?
- ד.** הסבירו מדוע מתקיים הקשר. אתם יכולים להיעזר **ביישום הדינאמי** (קישור לקובץ גאוגברה)

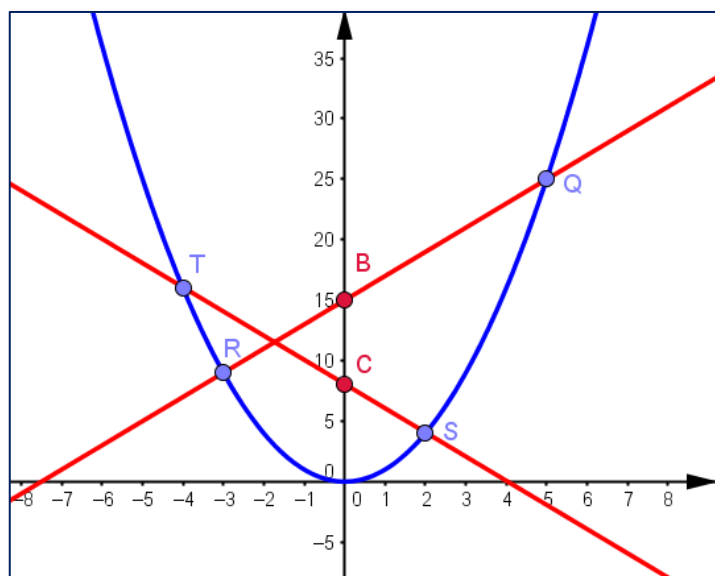
3. הזזה אופקית (ימינה ושמאלה) של הפרבולה



- א.** הזזנו את הפרבולה $f(x) = x^2$ 5 יחידות ימינה. מה לדעתכם יהיה הקשר בין שיעורי ה- x של שתי נקודות על הפרבולה לבין שיעור ה- y של נקודת החיתוך בין הישר המחבר אותן לציר ה- y ?
- ב.** שנו את הערך של p **ביישום הדינאמי (קישור לקובץ גאוגברה)** ($p=5$) ובדקו את השערתכם.
- ג.** בדקו הזזות נוספות (שנו את p) ונקודות נוספות (שנו את q ו r).
- מה הקשר בין שיעורי ה- x של הנקודות Q ו- R ובין שיעור ה- y של הנקודה B ?
- ד.** הסבירו מדוע מתקיים הקשר. אתם יכולים להיעזר **ביישום הדינאמי (קישור לקובץ גאוגברה)**

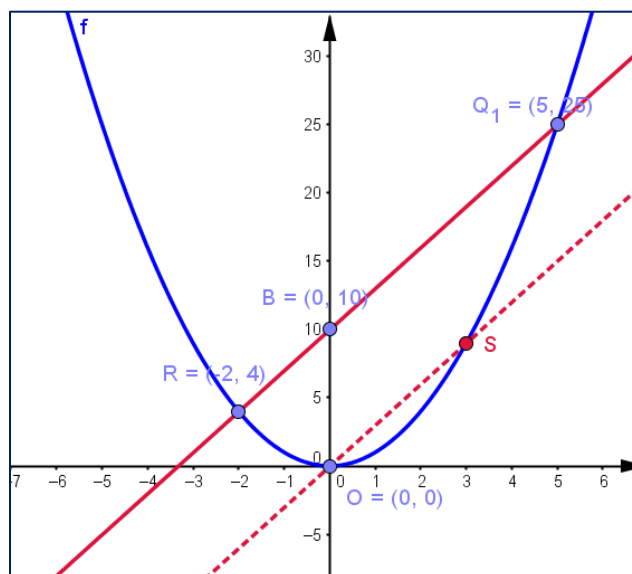
ומה עוד אפשר ללמוד?

1. ארבע נקודות ושני ישרים נחתכים



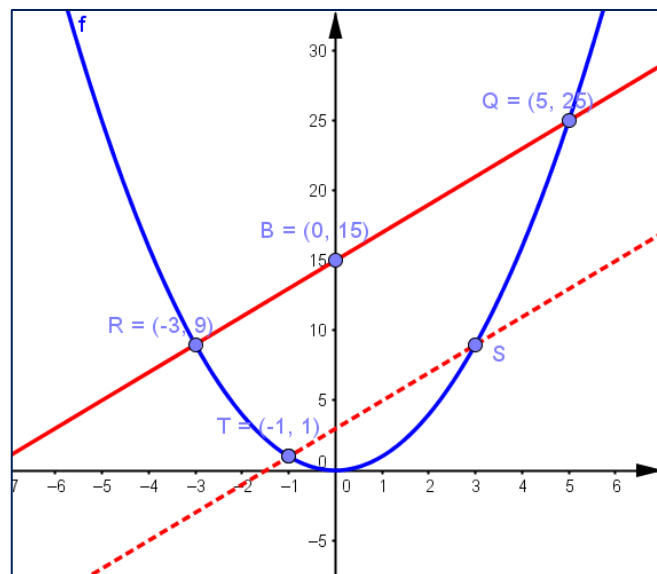
- א.** סימנו על הפרבולה $f(x) = x^2$ ארבע נקודות כלשהן T, S, R, Q .
שרטטנו ישר המחבר את הנקודות Q ו- R וישר המחבר את S ו- T .
האם תוכלו לשער מה יהיה המרחק בין נקודות החיתוך של QR ו- ST עם ציר ה- y ?
- ב.** בידקו **ביישום הדינאמי** (קישור לקובץ גאוגברה) מצבים שונים שיכולים להתקבל.
- ג.** מה הקשר בין המרחק נקודות החיתוך של הישרים עם ציר ה- y לבין שיעורי ה- x של הנקודות T, S, R, Q ?
- ד.** הסבירו מדוע מתקיים הקשר.

2. שתי נקודות ושני ישרים מקבילים



- א.** סימנו על הפרבולה $f(x) = x^2$ שתי נקודות כלשהן Q ו-R על הפרבולה.
- ב.** העברנו ישר OS (S היא נקודת החיתוך של הישר והפרבולה), העובר דרך ראשית הצירים ומקביל לישר QR. האם תוכלו למצוא את שיעורי הנקודה S אם שיעורי ה-x של Q ו-R הם 5 ו-2 בהתאמה?
- ג.** בידקו **ביישום הדינאמי** (קישור לקובץ גאוגברה) נקודות נוספות. שנו את q ו-r (שיעורי ה-x של הנקודות Q ו-R) ומצאו קשר בין שיעורי ה-x של שתי הנקודות ושיעור ה-x של הנקודה S.
- ד.** הסבירו מדוע הקשר הזה מתקיים.

3. שלוש נקודות ושני ישרים מקבילים - ומה אם הישר המקביל ל QR אינו עובר דרך ראשית הצירים?



- א. דרך נקודה שלישית $T(-1, 1)$ על הפרבולה העברנו ישר ST (S היא נקודת החיתוך של הישר והפרבולה) המקביל לישר QR .
- ב. האם תוכלו למצוא את שיעורי הנקודה S אם שיעורי ה- x של R, Q ו- T הם $5, -3$ ו- -1 בהתאמה?
- ג. בידקו ביישום הדינאמי (קישור לקובץ גאוגברה) נקודות נוספות. שנו את r, q ו- t (שיעורי ה- x של הנקודות R, Q ו- T) ומצאו קשר בין שיעורי ה- x של ארבע הנקודות.
- ד. בידקו מצבים שונים.
- ה. הסבירו מדוע הקשר הזה מתקיים.