

בעיות על מספרים טבעיים

חוברת מלווה לתלמידי עמ"ט – כיתה ח'

מבוא

המספר 357 הוא מספר תלת ספרתי המורכב מהספרות 3, 5, 7. המיקום של כל ספרה קובע את ערכו:

7 – ספרת היחידות ולכן ערכה נשאר 7 ($1 \cdot 7$)

5 – ספרת העשרות ולכן ערכה מוכפל בעשר והוא 50 ($10 \cdot 5$)

3 – ספרת המאות ולכן ערכה מוכפל במאה והוא 300 ($100 \cdot 3$)

$$100 \cdot 3 + 10 \cdot 5 + 1 \cdot 7 = 357 \text{ כלומר}$$

המספר הכתוב באותן הספרות בסדר הפוך הוא _____
 כתבו את המספר בעזרת חיבור המכפלות של הספרות האלה בחזקות של 10

$$100 \cdot \underline{\hspace{1cm}} + 10 \cdot \underline{\hspace{1cm}} + 1 \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

כתבו את המספר 34,082 בעזרת חיבור המכפלות של הספרות שלו בחזקות של 10
 $10,000 \cdot 3 + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$

דוגמה 1 –

במספר תלת ספרתי ספרת המאות גדולה פי 4 מספרת היחידות

ספרת העשרות במספר גדולה פי 2 מספרת היחידות

אם נחבר למספר את המספר תלת ספרתי הכתוב באותן הספרות אך בסדר הפוך –
 נקבל 1,090. מהו המספר?

הצעה לפתרון: ביטויים אלגבריים לספרות

ספרת היחידות	ספרת העשרות	ספרת המאות	ערך המספר התלת ספרתי
x	2x	4x	$400x + 20x + x$

השלימו בטבלה את הספרות למספר הכתוב באותן הספרות אך בסדר הפוך

ספרת היחידות	ספרת העשרות	ספרת המאות	ערך המספר התלת ספרתי הכתוב בסדר הפוך

אפשר לבדוק את כל האפשרויות:

(1) ספרת היחידות היא 0 (היתכן? אם כן, מהו המספר?)

(2) ספרת היחידות היא 1 (היתכן? אם כן, מהו המספר?)

(3) ספרת היחידות היא 2 (היתכן? אם כן, מהו המספר?)

(4) ספרת היחידות היא 3 (היתכן? אם כן, מהו המספר?)

(5) ספרת היחידות היא 4 (היתכן? אם כן, מהו המספר?)

מדינת ישראל
משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

באיזו אפשרות התוצאה של המספר התלת ספרתי והמספר הכתוב באותן ספרות בסדר הפוך היא 1,090?

ניתן להשתמש במשוואה כאשר דואגים לכתוב את המספר תוך התחשבות בערכו על פי מיקומו במספר.

נתבונן במספר שבו ספרת היחידות היא x , ספרת העשרות היא $2x$ וספרת המאות היא $4x$. בעזרת ביטוי אלגברי נבטא את המספר כך:

$$100 \cdot 4x + 10 \cdot 2x + 1 \cdot x = 400x + 20x + x = 421x$$

המספר הכתוב באותן הספרות בסדר הפוך הוא:
 השלימו

$$100 \cdot \underline{\quad} + 10 \cdot \underline{\quad} + 1 \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

המשוואה שמתאימה לסכום המספרים: $421x + 124x = 1,090$
(פתרו את המשוואה וחשבו את המספר התלת ספרתי).

דוגמה 2 –

נתון מספר דו ספרתי שסכום הספרות שלו הוא 7.
 אם נחסר מהמספר 27 נקבל את המספר הכתוב באותן ספרות בסדר הפוך.

נבדוק את כל האפשרויות:

- (1) ספרת היחידות היא 0 (היתכן? אם כן, מהו המספר?)
- (2) ספרת היחידות היא 1 (היתכן? אם כן, מהו המספר?)
- (3) ספרת היחידות היא 2 (היתכן? אם כן, מהו המספר?)
- (4) ספרת היחידות היא 3 (היתכן? אם כן, מהו המספר?)
- (5) ספרת היחידות היא 4 (היתכן? אם כן, מהו המספר?)
- (6) ספרת היחידות היא 5 (היתכן? אם כן, מהו המספר?)
- (7) ספרת היחידות היא 6 (היתכן? אם כן, מהו המספר?)
- (8) ספרת היחידות היא 7 (היתכן? אם כן, מהו המספר?)
- (9) עד איזה ערך של ספרת היחידות כדאי לבדוק?

נחסר 27 מכל אחד מהמספרים ונבדוק באיזה מקרה מתקבל המספר הכתוב באותן ספרות בסדר הפוך.

ובאמצעות אלגברה –

שני משתנים	משתנה אחד
ספרת היחידות x ספרת העשרות y $x + y = 7$	ספרת היחידות x ספרת העשרות $7 - x$
המספר: $10y + x$	המספר: $10 \cdot (7 - x) + 1 \cdot x$
המספר הכתוב באותן ספרות בסדר הפוך $10x + y$	המספר הכתוב באותן ספרות בסדר הפוך $10x + 1(7 - x)$

מדינת ישראל
משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

המשוואה $70 - 10x + x - 27 = 10x + 7 - x$	מערכת המשוואות: $\begin{cases} x + y = 7 \\ 10y + x - 27 = 10x + y \end{cases}$
דרך הפתרון $43 - 9x = 9x + 7$ $36 = 18x$ $2 = x$	דרך הפתרון (בעזרת הצבה) $y = 7 - x$ $10 \cdot (7 - x) + x - 27 = 10x + 7 - x$ $70 - 10x + x - 27 = 10x + 7 - x$ $43 - 9x = 9x + 7$ $36 = 18x$ $2 = x$
הפתרון המספר הדו ספרתי הוא 52	הפתרון המספר הדו ספרתי הוא 52

דוגמה 3 –

ספרת היחידות של מספר דו ספרתי היא 8.

ספרת היחידות: 8

ספרת העשרות: x

המספר: $10x + 8$

א. המספר גדול פי 12 מספרת העשרות שלו. מהו המספר הדו ספרתי?

המשוואה: $10x + 8 = 12x$ (הסבירו את המשוואה)

דרך הפתרון: $2x = 8$

$x = 4$

הפתרון: המספר הדו ספרתי הנתון הוא 48.

בדיקה: 48 גדול פי 12 מ-4.

ב. אם מוסיפים למספר את סכום ספרותיו מקבלים 38. מהו המספר הדו ספרתי?

המשוואה: $(10x + 8) + (8 + x) = 38$ (הסבירו את המשוואה)

דרך הפתרון: $11x + 16 = 38$

$11x = 22$

$x = 2$

הפתרון: המספר הדו ספרתי הנתון הוא 28.

בדיקה: $28 + (2 + 8) = 38$

ג. אם מוסיפים למספר את מכפלת ספרותיו מקבלים 98. מהו המספר הדו ספרתי?

המשוואה: $(8x) + (10x + 8) = 98$ (הסבירו את המשוואה)

דרך הפתרון: $18x + 8 = 98$

$$18x = 90$$

$$x = 5$$

הפתרון: המספר הדו ספרתי הנתון הוא 85.

$$58 + (5 \cdot 8) = 98 \text{ בדיקה:}$$

ד. אם נוסיף משמאל למספר את ספרת העשרות נקבל מספר תלת ספרתי הגדול פי 19 מסכום ספרותיו. מהי ספרת העשרות של המספר הנתון?

המשוואה: $100x + 10x + 8 = 19(2x + 8)$ (הסבירו את המשוואה)

דרך הפתרון: $110x + 8 = 38x + 152$

$$72x = 144$$

$$x = 2$$

הפתרון: ספרת העשרות של המספר הדו ספרתי הנתון היא 2.

$$228 = 19(2 + 2 + 8) \text{ בדיקה:}$$

תרגילים¹:

1. ספרת היחידות של מספר דו ספרתי גדולה ב-4 מספרת העשרות. אם נחבר את המספר הדו ספרתי הנתון עם המספר הכתוב באותן הספרות אך בסדר הפוך נקבל 66. מהו המספר הדו ספרתי הנתון?
2. ספרת העשרות של מספר דו ספרתי היא 6. אם נחבר למספר את סכום ספרותיו נקבל 70. מהו המספר הדו ספרתי?
3. ספרת היחידות של מספר דו ספרתי היא 5. אם נחסר מהמספר את המספר הכתוב בסדר הפוך נקבל 18. מהו המספר הדו ספרתי?
4. במספר דו ספרתי נתון ספרת היחידות גדולה ב-2 מספרת העשרות. אם נוסיף למספר את המספר הכתוב באותן ספרות בסדר הפוך נקבל 88. מהו המספר הדו ספרתי הנתון?
5. במספר דו ספרתי נתון ספרת היחידות גדולה ב-2 מספרת העשרות. אם נוסיף למספר את סכום ספרותיו נקבל 82. מהו המספר הדו ספרתי הנתון?

¹ חלק מהתרגילים לקוחים מתוך ספרו של פרופ' מיכאל משלר, "אלגברה לשנה השביעית".

6. ספרת העשרות גדולה ב- 2 מספרת האחדות. אם נכניס את הספרה 8 בין שתי הספרות יתקבל מספר תלת ספרתי הגדול ב- 765 מסכום ספרותיו של המספר החדש. מהו המספר הדו ספרתי המקורי?
7. ספרת העשרות גדולה ב- 4 מספרת האחדות. אם נכניס את הספרה 4 בין שתי הספרות יתקבל מספר תלת ספרתי הגדול פי 53.5 מסכום ספרותיו של המספר החדש. מהו המספר הדו ספרתי המקורי?
8. במספר דו ספרתי ספרת היחידות היא 5. אם מחסירים ממנו מספר הכתוב באותן ספרות אך בסדר הפוך, מקבלים מספר גדול מ- 30. כמה מספרים כאלה קיימים?
9. במספר תלת ספרתי, כל ספרה גדולה פי 2 מהספרה העומדת לימינה (אם יש כזו). אם נחסר מהמספר הזה את המספר 594, נקבל מספר בעל אותן ספרות, אך כתובות בסדר הפוך. – מהו המספר?
10. סכום הספרות של מספר דו ספרתי הוא 17. אם נהפוך את סדר הספרות נקבל מספר קטן יותר. מהו המספר?
11. ספרת היחידות במספר דו ספרתי גדולה ב- 3 מספרת העשרות. אם הופכים את סדר הספרות מקבלים מספר הגדול מן המספר המקורי פי $\frac{7}{4}$. מהו המספר?
12. ספרת היחידות במספר דו ספרתי גדולה ב- 2 מספרת העשרות. אם הופכים את סדר הספרות מקבלים מספר הגדול מן המספר המקורי פי $\frac{21}{12}$. מהו המספר?

דיון:

- א. הוכיחו: ההפרש בין מספר דו ספרתי למספר הכתוב באותן ספרות אך בסדר הפוך הוא כפולה של 9.
- ב. הוכיחו: הסכום של מספר דו ספרתי למספר הכתוב באותן ספרות אך בסדר הפוך הוא כפולה של 11.

המשך תרגול:

13. ספרת היחידות של מספר דו ספרתי קטנה ב- 5 מספרת העשרות. אם מחסרים ממספר זה את המספר הכתוב באותן הספרות אך בסדר הפוך מקבלים 45. דנה אמרה: המספר הוא 72. טל אמר: המספר הוא 94. כמה פתרונות יש לשאלה?
14. א. במספר תלת ספרתי ההפרש בין ספרת המאות לספרת היחידות הוא 3. אם מחסירים מהמספר את המספר הכתוב באותן הספרות אך בסדר הפוך, מקבלים 297. מהם המספרים?
ב. במספר תלת ספרתי ההפרש בין ספרת המאות לספרת היחידות הוא 4. אם מחסירים מהמספר את המספר הכתוב באותן הספרות אך בסדר הפוך, מקבלים 396. האם הפתרון הוא פתרון יחיד?
ג. התוכלו להבחין בעובדה מעניינת?
ד. התוכלו להסבירה?
15. ספרת המאות של מספר תלת ספרתי קטנה פי 3 מספרת העשרות וקטנה ב- 1 מספרת היחידות. המספר עצמו קטן פי $1\frac{3}{4}$ ממספר הכתוב באותן הספרות אך בסדר הפוך. מהו המספר המקורי?
16. ספרת המאות של מספר תלת ספרתי גדולה ב- 1 מספרת היחידות וקטנה ב- 4 מספרת העשרות. המספר גדול פי $1\frac{1}{5}$ ממספר הכתוב באותן ספרות אך בסדר הפוך. מהו המספר המקורי?
17. ספרת היחידות במספר תלת ספרתי נתון היא 4. אם נגדיל את המספר ב- 400, נקבל מספר תלת ספרתי חדש הגדול ב- 106 מפעמיים המספר הנתון. מהו המספר הנתון?
18. א. במספר דו ספרתי ספרת העשרות מיוצגת על ידי x וספרת היחידות מיוצגת על ידי y. אם נכפול את ספרת העשרות ב- 40 ואת ספרת היחידות נכפול ב- 4 ונחבר בין המכפולות – נקבל 364. מהו המספר הדו ספרתי הנתון?
ב. כתבו שאלה דומה לשאלה המוצגת בסעיף א והציעו לחברכם לפתור.

19. במספר דו ספרתי ספרת היחידות היא 5. אם נכתוב משמאל ספרה הקטנה ב-4 מספרת העשרות, נקבל מספר תלת ספרתי הגדול פי 5 מהמספר הדו ספרתי. מהו המספר הדו ספרתי?

20. במספר דו ספרתי ספרת העשרות היא 3. אם נכתוב מימין למספר ספרה הגדולה ב- 1 מספרת היחידות, נקבל מספר תלת ספרתי שהסכום שלו ושל המספר הדו ספרתי הוא 389. מהו המספר הדו ספרתי?

21. אם נכתוב מימין למספר דו ספרתי את הספרה 9 נקבל מספר שהסכום שלו ושל המספר הנתון הוא 295. מהו המספר הדו ספרתי?

22. נתון מספר דו ספרתי. אם נרשום משמאלו את הספרה 1 ומימינו את הספרה 8, נקבל מספר ארבע ספרתי הגדול פי 82 מהמספר הדו ספרתי. מהו המספר הדו ספרתי?

23. סכום ספרותיו של מספר תלת ספרתי הוא 9. ספרת היחידות היא 2. נמחק את ספרת המאות ונקבל מספר דו ספרתי. אם נחבר את המספר התלת ספרתי למספר הדו ספרתי נקבל מספר הגדול פי 96 מספרת העשרות של המספר התלת ספרתי. מהו המספר התלת ספרתי?

בעיות התחלקות

דוגמה 1 –
 ספרת היחידות של מספר דו ספרתי היא 4.
 אם נחלק את המספר הדו ספרתי בספרת היחידות שלו נקבל מנה 8 ושארית 2.
 מהו המספר הדו ספרתי?
 דרך פתרון
 ספרת העשרות: x
 המחולק: $10x + 4$
 המחלק: 4
 המנה: 8
 השארית: 2
 דרך הפתרון:

פתרון אריתמטי	הוספת השארית למנה	החסרת השארית מהמחולק
$4 \cdot 8 + 2 = 34$	$\frac{10x + 4}{4} = 8 + \frac{2}{4}$ $10x + 4 = 32 + 2$ $10x = 30$ $x = 3$	$\frac{10x + 4 - 2}{4} = 8$ $10x + 2 = 32$ $10x = 30$ $x = 3$
המספר הוא 34		
	בדיקה:	

מדינת ישראל
משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

דוגמה 2 –

כשמחלקים מספר טבעי ב- 7 מתקבלת מנה שלמה, הקטנה מהמספר ב- 28, ושארית השווה למנה. מהו המספר?

דרך פתרון

המחולק: x

המחלק: 7

המנה: $x - 28$

השארית: $x - 28$

הוספת השארית למנה	החסרת השארית מהמחולק
$\frac{x}{7} = x - 28 + \frac{x - 28}{7}$ $x = 7x - 196 + x - 28$ $224 = 7x$ $x = 32$	$\frac{x - (x - 28)}{7} = x - 28$ $\frac{28}{7} = x - 28$ $4 = x - 28$ $32 = x$
המספר הוא 32	
בדיקה:	

דרך פתרון נוספת - מכפלת המחלק במנה והוספת השארית

y - המנה

y - השארית

$y + 7y$ - המספר

משוואה:

$8y = y + 28$

$y = 4$

המספר: $4 \cdot 8 = 32$

תרגילים

1. אם נחלק מספר ב- 12, נקבל מנה 5 ושארית 7. – מהו המספר?

2. כשמחלקים מספר ב- 9 מקבלים מנה השווה ל- 16 ושארית השווה ל- 6. מהו המספר?

3. אם נחלק מספר ב- 12 נקבל שארית הגדולה מ- 10 ומנה הגדולה ב- 2 מהשארית. – מהו המספר?

4. מספר טבעי אחד גדול ב- 12 מהשני. אם מחלקים את הגדול בקטן, המנה היא 2 והשארית היא 4. מה הם המספרים?
5. סכום הספרות של מספר דו ספרתי הוא 11. אם מחלקים את המספר בספרת היחידות מקבלים מנה 3 ושארית 2. מהו המספר הדו ספרתי?
6. כשמחלקים 17 במספר כלשהו מתקבלת המנה 3 ושארית הקטנה ב- 3 מהמחלק. מהו המחלק?
7. מספר דו ספרתי גדול פי 8 מסכום ספרותיו. אם מחלקים את ספרת העשרות בספרת היחידות מקבלים מנה 3 ושארית 1. מהו המספר?
8. במספר תלת ספרתי נתון מחליפים את ספרת המאות בספרה הגדולה ממנה ב- 5. אם מחלקים את המספר התלת ספרתי שהתקבל במספר התלת ספרתי הנתון מקבלים מנה 2 ושארית 176. מהו המספר התלת ספרתי הנתון?
9. ספרת היחידות של מספר תלת ספרתי היא 7. אם נעביר את הספרה משמאל לספרת המאות של המספר נקבל מספר תלת ספרתי חדש. אם נחלק את המספר החדש במספר הנתון נקבל מנה 5 ושארית 28. מהו המספר התלת ספרתי הנתון?
10. ממספר דו ספרתי יוצרים שני מספרים תלת ספרתיים:
(1) – הוספת 1 מימין למספר (2) הוספת 8 משמאל למספר
אם מחלקים את המספר השני (2) במספר הראשון (1) מקבלים מנה 4 ושארית 55. מהו המספר הדו ספרתי?
11. אם נחלק מספר דו ספרתי בספרת האחדות שלו נקבל מנה 10 ושארית השווה לספרת היחידות שלו. מהו המספר? האם יש מספרים נוספים? אם כן, כמה מספרים?
12. *כשמחלקים מספר ב- 11 מקבלים מנה שלמה הקטנה מהמספר פי 12 ושארית השווה למנה. מהו המספר?