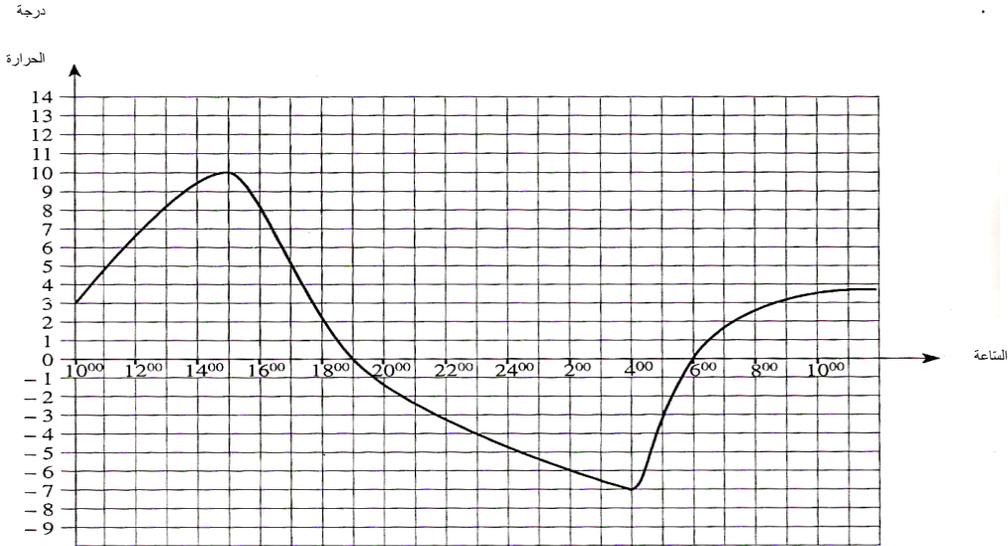


من الخط البياني إلى الصفات وبالعكس¹

مقدمة:

يصف الرسم البياني الذي أمامكم درجات الحرارة التي قيست في إحدى الدول الأوروبية في أحد أيام الشتاء. أجريت القياسات لمدة 24 ساعة ابتداء من الساعة 10^{00} صباحاً وحتى 10^{00} من صباح اليوم التالي.



تمعنوا في الرسم البياني وأجيبوا على البنود التالية:

- في أي ساعة تم قياس أعلى درجة حرارة؟
- في أي ساعة تم قياس أدنى درجة حرارة؟
- ما الفرق في الدرجات بين أعلى درجة حرارة وأدنى درجة حرارة؟
- ما هو معدل التغيير في درجة الحرارة من الساعة 15^{00} وحتى الساعة 19^{00} ؟
- بين أي ساعات كان معدل التغيير الأكبر:
بين الساعة 10^{00} حتى 15^{00} أو بين الساعة 6^{00} حتى 10^{00} في صباح اليوم التالي؟
اشرحوا إجابتكم.
- بين أي ساعات كانت درجة الحرارة تتناقص؟

¹ من أجل إنشاء الوحدة ، تم استخدام المواد المستخدمة في الدراسة "האחגה חמש" – مطاح ووزارة التربية والتعليم في الكتيب "ללמוד וללמד אנליזה" ومجمع الثلاث وحدات.

الأساس المنطقي للوحدة:

- الوحدة عبارة عن مقدّمة للتّحليل، وهو موضوع سنتعلّمه في الصّف العاشر.
- في إطار الوحدة، نوسّع مفهوم الدّالة والمفاهيم ذات الصّلة مثل مجال تصاعد الدّالة ومجال تنازل الدّالة، المجال الموجب والمجال السّالب.
- داخل الوحدة، يتمّ إعلام الطّلاب بأنّ هناك تمثيلات مختلفة للدّالة وسوف يتعرّفون على دوالّ لم تكن معروضة عليهم سابقاً (مثل الخطيّة أو التربيعية). الهدف هو أن يتعرّف الطّلاب على الدّوالّ في تمثيلات مختلفة.
- تمكّن هذه الوحدة من تعزيز المواضيع في الاساليب الجبريّة، مثل حلّ المتباينات.

في الجزء "أ" (صفحة 3 حتى صفحة 33) من الوحدة سنناقش الرّسوم البيانيّة لدوالّ متّصلة (يمكن رسم خطّها البيانيّ

بدون رفع القلم عن الورقة) ومعرّفة لكلّ x .

سنركّز على الميزات التّالية:

أ. نقاط التّقاطع مع المحورين

ب. نقاط النّهاية

ت. مجال تصاعد وتنازل الدّالة

ث. المجال الموجب والسّالب للدّالة

ج. عدد الحلول لمعادلات بواسطة الخطّ البيانيّ.

ح. رسم الخطّ البيانيّ حسب معطيات

خ. مُلائمة قانون جبري لدالة

د. إزاحات عموديّة للدّوالّ

ذ. إزاحات أفقيّة للدّوالّ

في الجزء "ب" من الوحدة (32-53) سنبحث في الدّوالّ من خلال تمثيلهم الجبري ومعلومات إضافيّة.

الجزء "أ"



أ. نقاط التقاطع مع المحاور

عند إعطاء خطّ بيانيّ لدالة، نجد نقطة التقاطع مع محور y ونقاط التقاطع مع محور x . نقاط التقاطع مع محور x والنقاط التي تمسّ الخطّ البيانيّ للدالة مع محور x تدعى **النقاط الصفرية**.

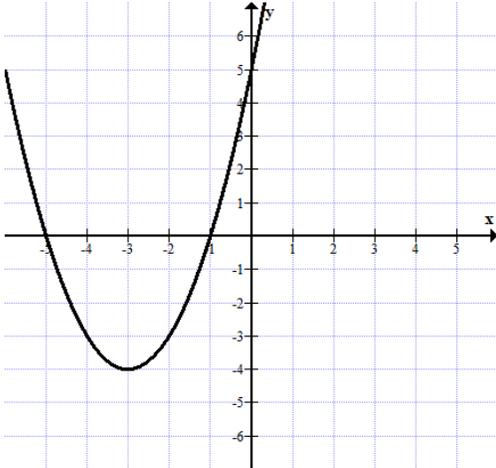


للنقاش:

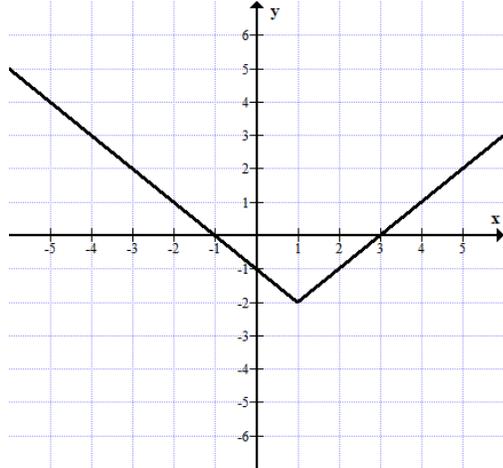
- هل يُمكن وجود أكثر من نقطة تقاطع واحدة مع محور y ؟
 - إذا علمتم أنّ الدالة متصلة، هل من الممكن أن لا تكون هناك نقطة تقاطع مع محور y ؟
 - هل يجب وجود نقاط صفرية أو نقاط تقاطع مع محور x ؟
- اشرحوا إجاباتكم.

نتمرن:

أشيروا وسجلوا إحداثيات نقاط التقاطع مع المحاور لكلّ خطّ بيانيّ:

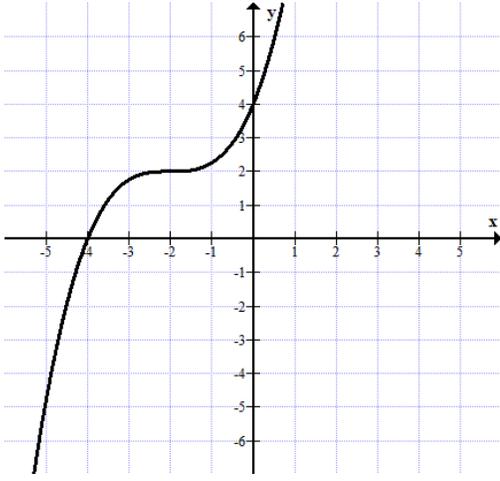


ب.

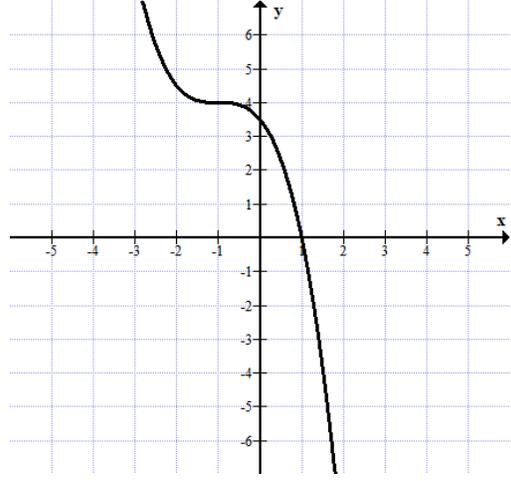


أ.

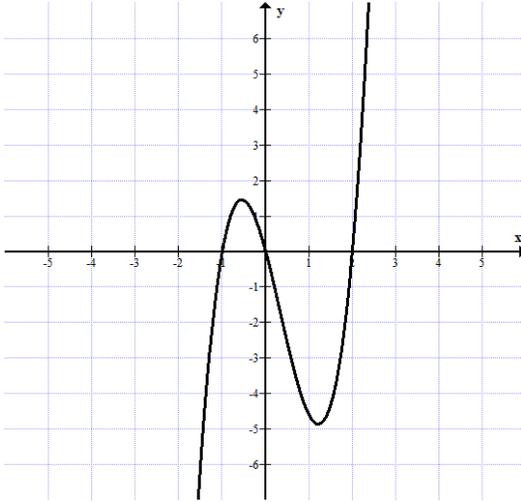
وزارة التربية
السكرتارية التربوية – فرع العلوم
التفتيش على تدريس الرياضيات



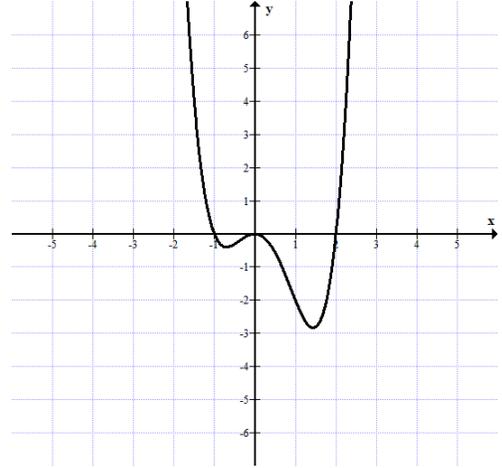
د.



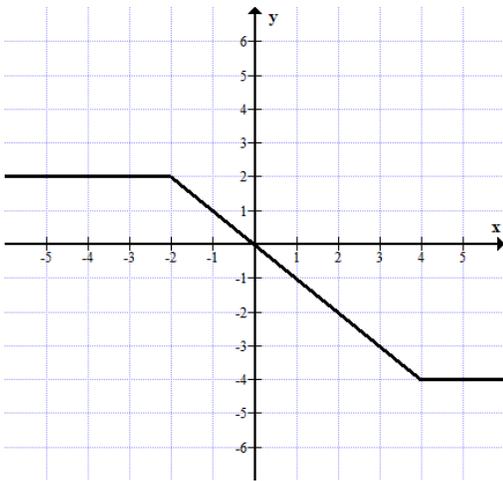
ج.



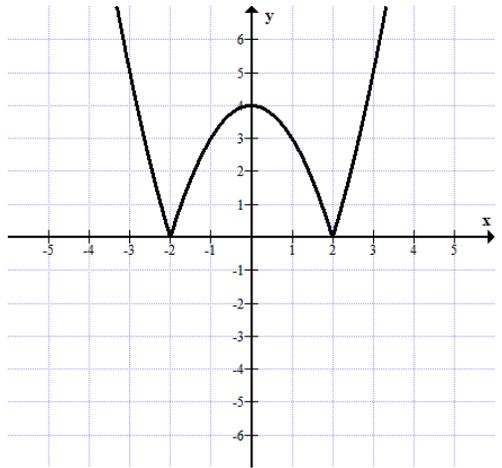
و.



هـ.



ح.



ز.

النقاط القصوى

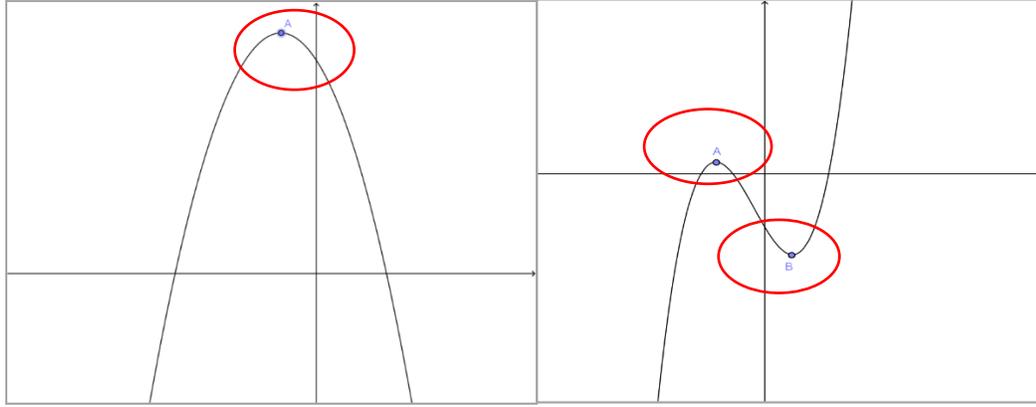
التعريف التالي يتحقق للدوال المعرفة لكل x .

نقطة نهاية عظمى هي أعلى نقطة في جوارها (نقطة الانتقال من التنازل إلى التنازل) - النقطة A في الرسومات.

نقطة نهاية صغرى هي أدنى نقطة في جوارها (نقطة الانتقال من التنازل إلى التنازل) - النقطة B في الرسومات.

النقاط القصوى هو الاسم العام لنقاط النهاية العظمى والنهائية الصغرى.

سنتعامل في هذه الوحدة مع الدوال التي بها نقاط النهاية العظمى أو النهاية الصغرى تصف الانتقال من التنازل إلى التنازل أو من التنازل إلى التنازل.



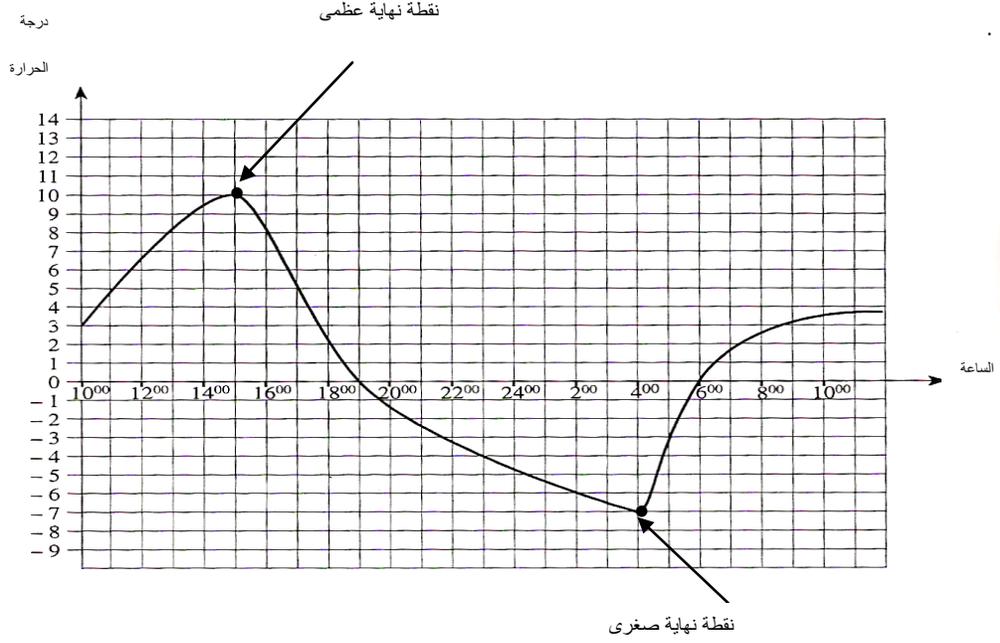
للمناقش:

- يمكن أن تكون للدالة نقطة نهاية عظمى محلية أو نقطة نهاية صغرى محلية لأن قيمة الدالة في النقطة ليست بالضرورة الأكبر أو الأصغر في كل مجال تعريفها إنما في جوار النقطة.
قارنوا بين الخط البياني للدالة في الجهة اليمنى والخط البياني للدالة في الجهة اليسرى.

- هل يمكن ألا تكون لدالة نقطة نهاية عظمى أو نقطة نهاية صغرى؟

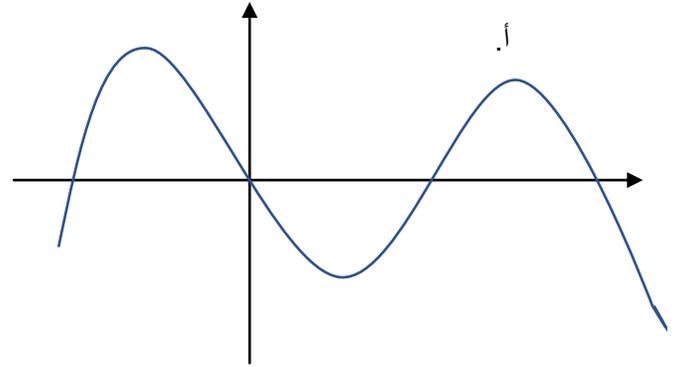
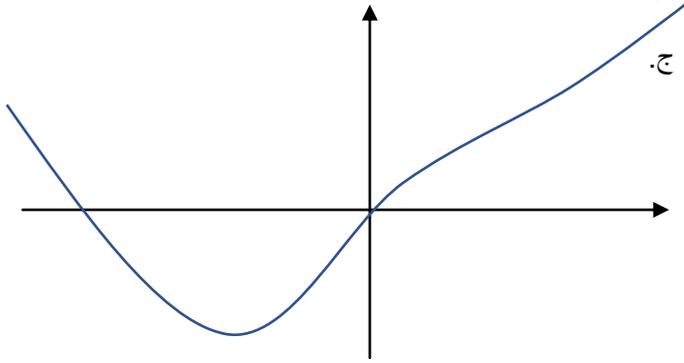
وزارة التربية
السكرتارية التربوية – فرع العلوم
التفتيش على تدريس الرياضيات

الخط البياني لدرجات الحرارة:

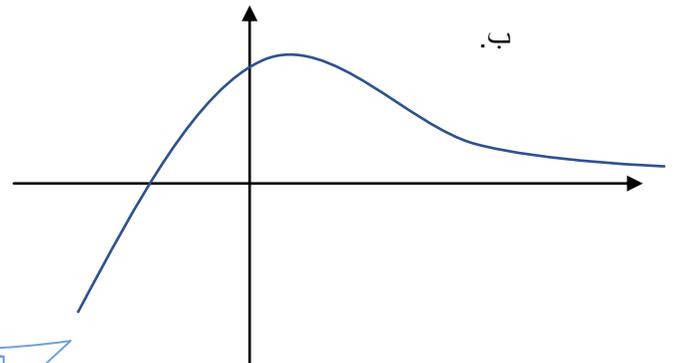


نتمرن:

1. أشيروا على الخط البياني بواسطة نقطة إلى النقاط القصوى للدوال التالية. سجلوا بجانب كل نقطة قصوى هل هي نقطة نهاية عظمى أم نقطة نهاية صغرى.

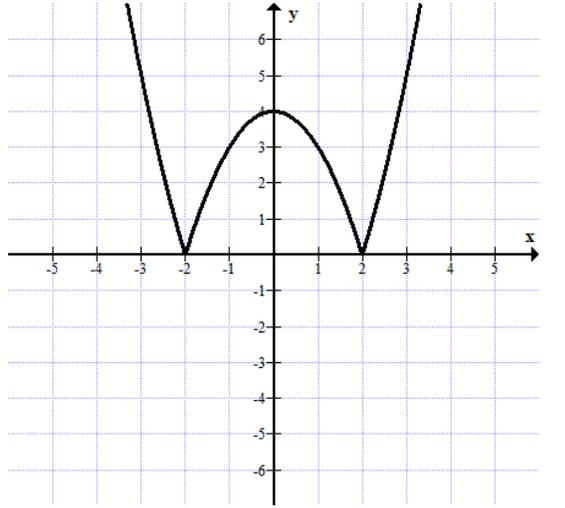
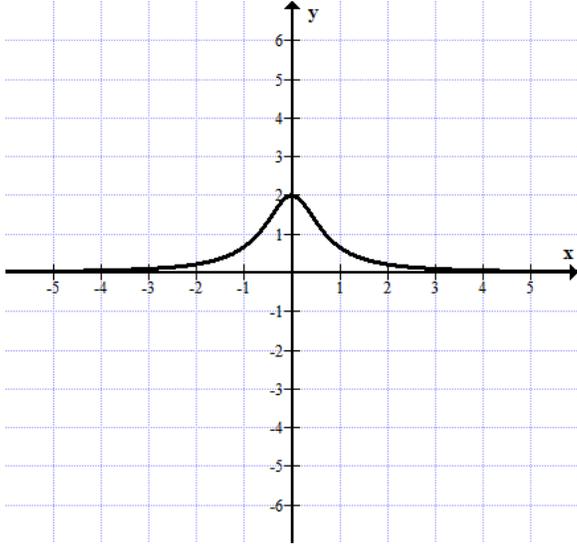
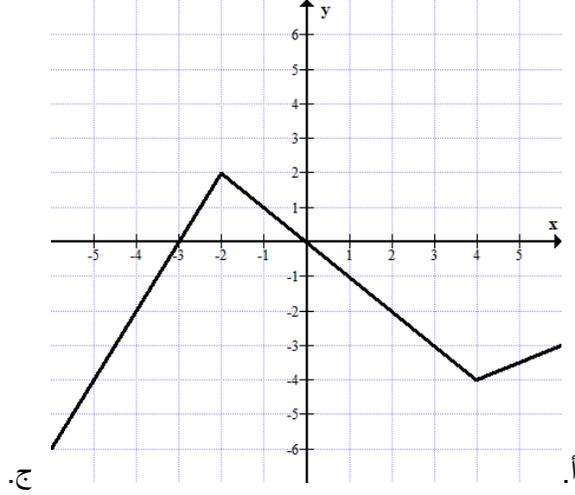
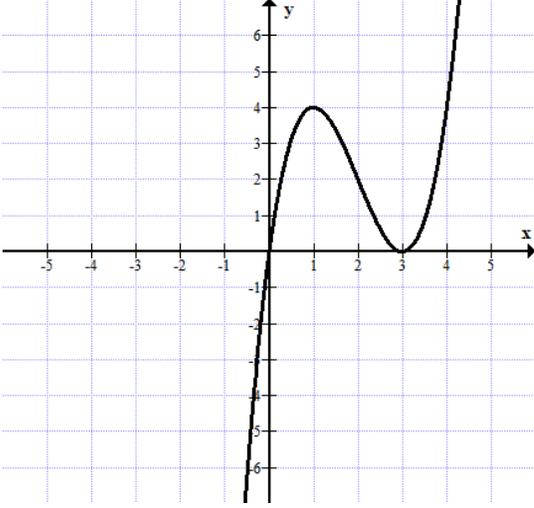


د.



وزارة التربية
السكرتارية التربوية – فرع العلوم
التفتيش على تدريس الرياضيات

2. سجّلوا النقاط القصوى لكلّ واحد من الخطوط البيانيّة التّاليّة، سجّلوا بجانب كلّ نقطة قصوى هل هي نقطة نهاية عظمى أم نقطة نهاية صغرى:



ج. مجالات التصاعد والتنازل للدوال



دالة تصاعديّة في المجال G إذا لكلّ قيمتين $x_1 < x_2$ في G يتحقّق: $f(x_1) < f(x_2)$.

دالة تنازليّة في المجال G إذا لكلّ قيمتين $x_1 < x_2$ في G يتحقّق: $f(x_1) > f(x_2)$.

دالة ثابتة في المجال G إذا لكلّ قيمتين $x_1 < x_2$ في G يتحقّق: $f(x_1) = f(x_2)$.

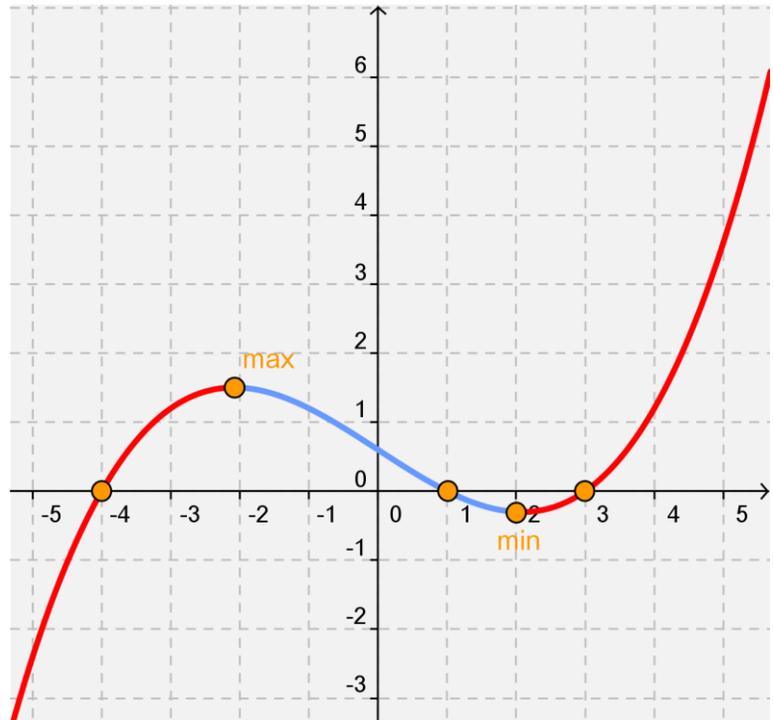
نقاط النّهاية القصوى لا تُشمل في مجالات التّصاعد والتّنازل.

مثال الدّالة $f(x) = x^2$ تصاعديّة في المجال $x > 0$ وتنازليّة في المجال $x < 0$.

بما أنّ الأعداد على محور الأعداد تكبر من اليسار إلى اليمين من السهل تحديد مجالات التّصاعد أو التّنازل للدّالة إذا تحرّكنا على الرّسم من اليسار إلى اليمين وأيضًا لتحديد إن كانت الدّالة ثابتة.

لنتمعّن في الخطّ البيانيّ للدّالة $f(x)$.

التّقاط القصوى: $(-2, 1.5)$ ، $(2, -0.3)$



مجال التّصاعد: $x > 2$ أو $x < -2$

مجال التّنازل: $-2 < x < 2$



للتفكير:

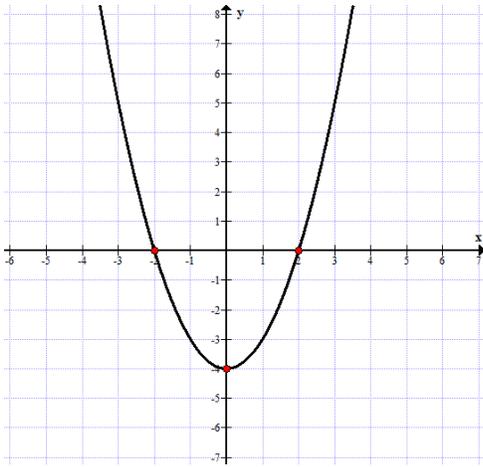
- هل هناك دوالّ تصاعديّة في كلّ مجالها؟ أعطوا مثلاً.
- يمكن إعطاء مثال بواسطة تمثيل بيانيّ أو تمثيل جبري.
- هل هناك دوالّ تنازليّة في كلّ مجالها؟ أعطوا مثلاً.
- هل هناك دوالّ ليست تصاعديّة وليست تنازليّة؟

نتمّن:

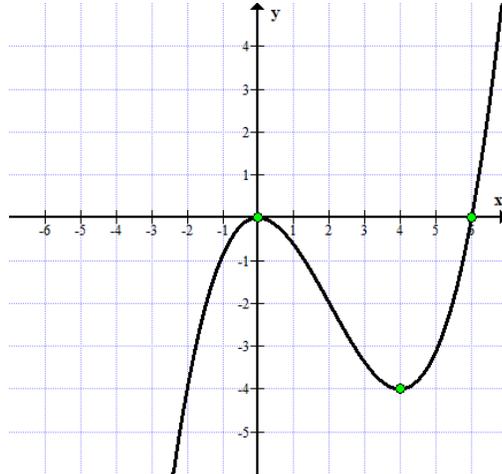
1. اكتبوا مجالات التّصاعد والتّنازل لكلّ واحدة من الدّوالّ التّالية:



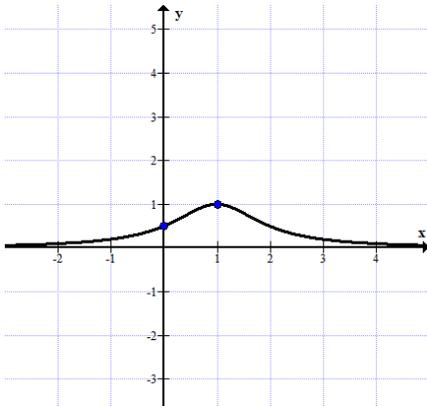
ب.



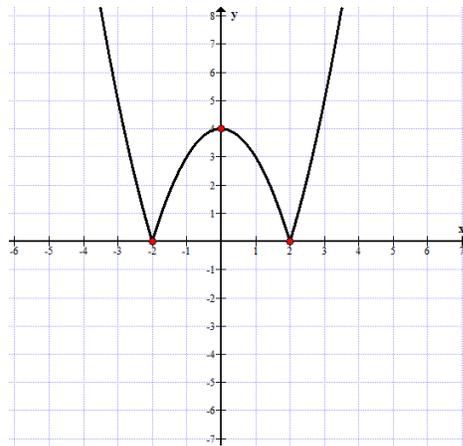
أ.



د.



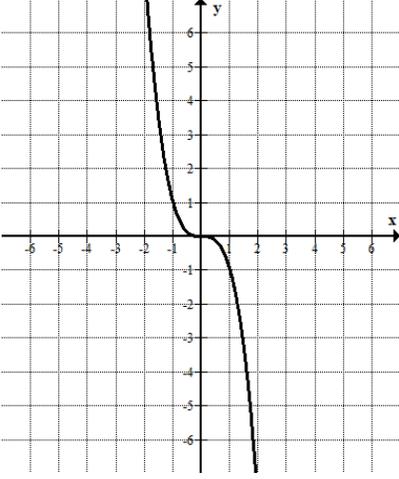
ج.



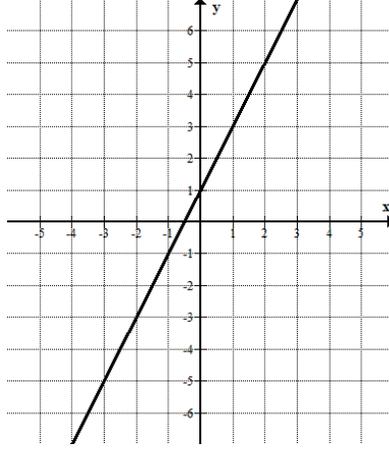
وزارة التربية
السكرتارية التربوية – فرع العلوم
التفتيش على تدريس الرياضيات

1. تمعنوا في الرسوم البيانية للدوال التالية وأشيروا الى الخطّ البيانيّ للدالة التصاعديّة في كلّ مجالها وإلى الدالة
التنازليّة في كلّ مجالها.

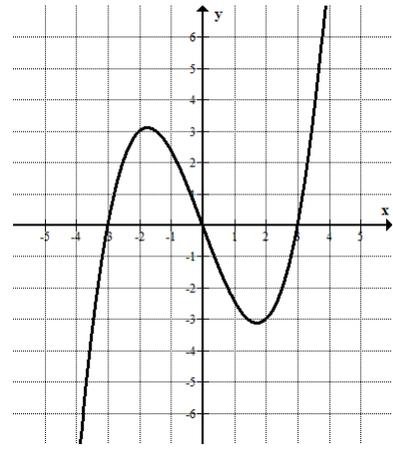
ج.



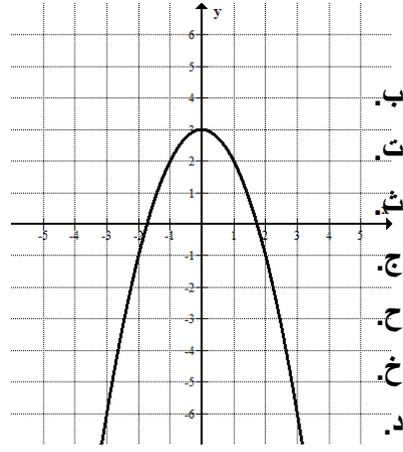
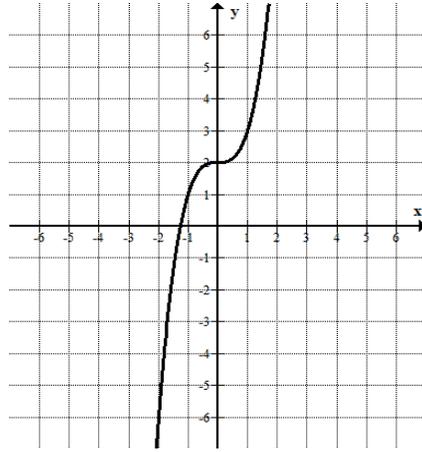
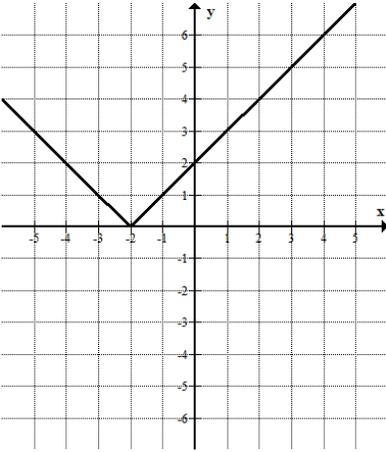
أ.



ب.



د.



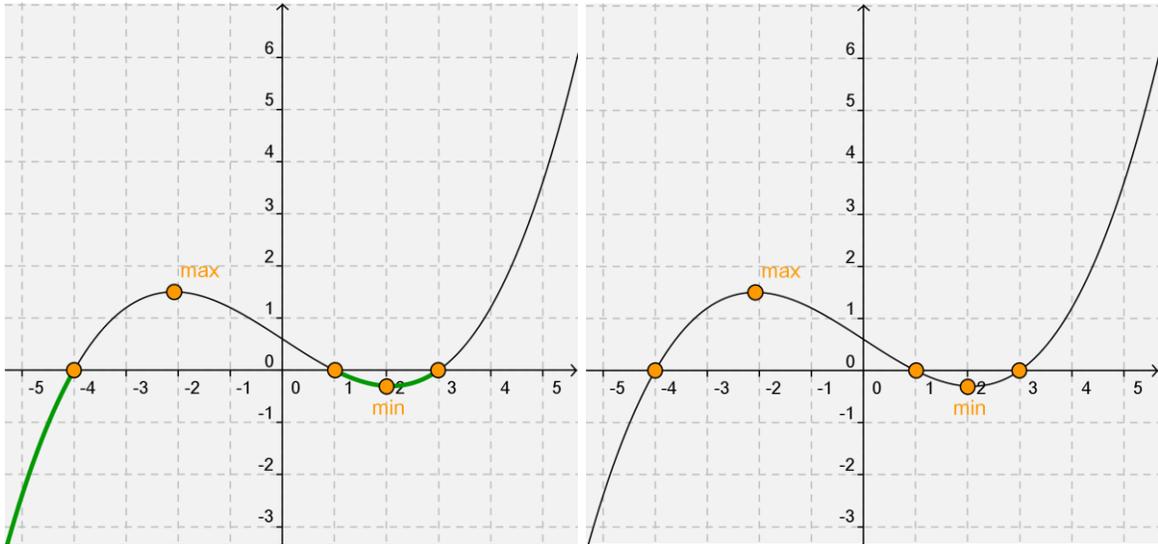
د. المجالات الموجبة والسالبة للدوال



تسمى الدالة موجبة في مجال جزئي، إذا كانت جميع قيم الدالة موجبة في هذا المجال.
تسمى الدالة سالبة في مجال جزئي، إذا كانت جميع قيم الدالة سالبة في هذا المجال.
المفهوم البياني: دالة موجبة في مجال معين – الخط البياني موجود فوق محور x في هذا المجال،
دالة سالبة في مجال معين – الخط البياني موجود تحت محور x في هذا المجال.
بصيغة رياضية: إذا تحقق لكل x في مجال معين D أن $f(x) > 0$ - الدالة $f(x)$ موجبة في المجال D
إذا تحقق لكل x في مجال معين D أن $f(x) < 0$ - الدالة $f(x)$ سالبة في المجال D

نتمغن في الخط البياني للدالة $f(x)$.

النقاط الصفرية: $(-4,0)$ $(1,0)$ $(3,0)$



المجالات السالبة حسب الخط البياني: $x < -4$ أو $1 < x < 3$

المجالات الموجبة حسب الخط البياني: $-4 < x < 1$ أو $x > 3$

للنقاش:

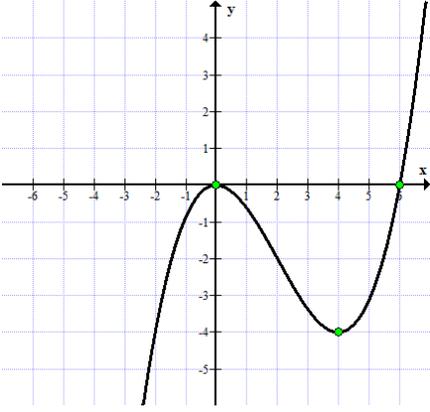


- هل هناك دوال موجبة في كل مجالها؟ أعطوا أمثلة.
- يُمكن إعطاء مثال بواسطة تمثيل بياني أو تمثيل جبري.
- هل هناك دوال سالبة في كل مجالها؟ أعطوا أمثلة.
- هل هناك دوال ليست موجبة وليست سالبة في مجال معين؟

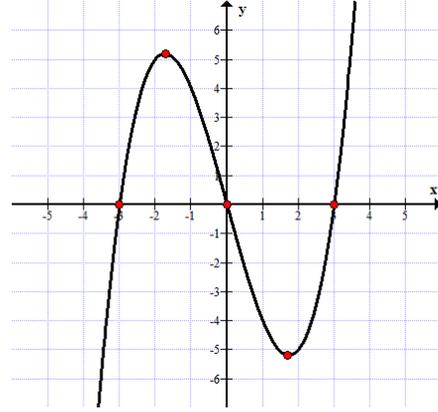
نتمرن:



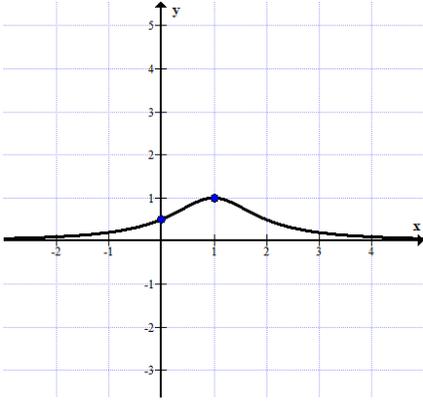
1. أكتبوا المجالات الموجبة والسالبة لكل دالة من الدوال التالية:



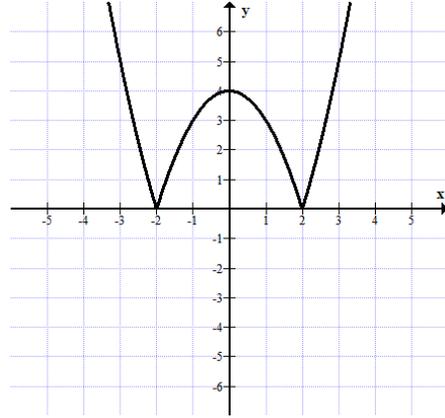
ج.



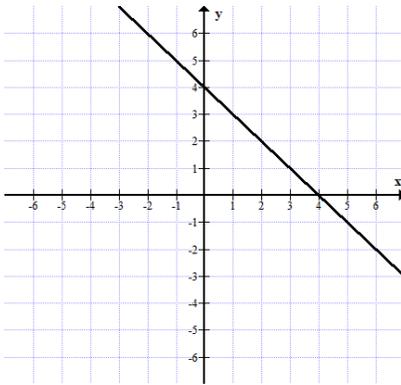
أ.



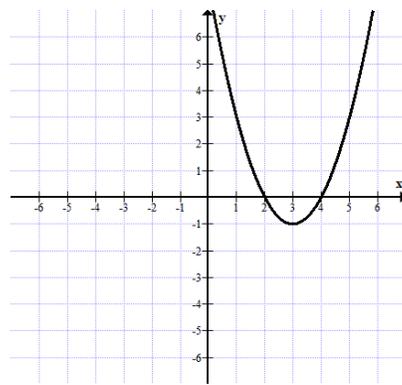
ح.



ب.



خ.

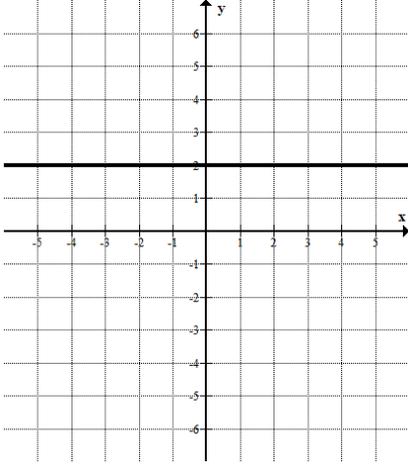


د.

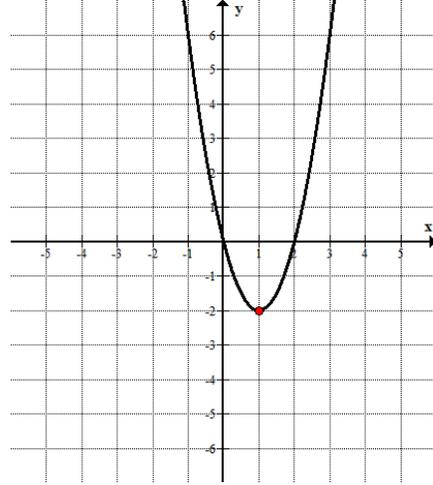
وزارة التربية
السكرتارية التربوية – فرع العلوم
التفتيش على تدريس الرياضيات

2. أكتبوا مجال التصاعد والتنازل لكل دالة من الدوال التالية:

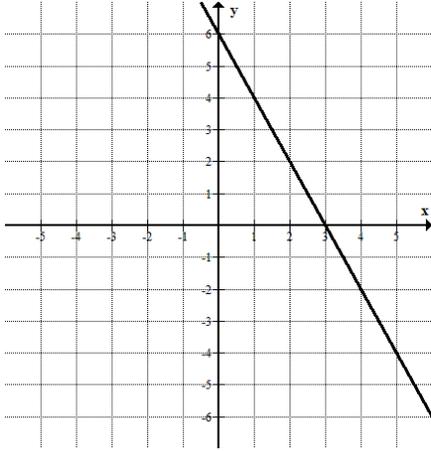
ب.



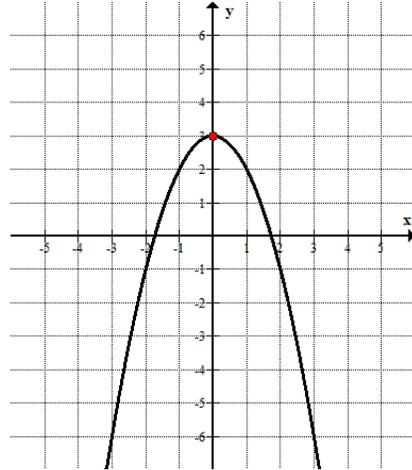
أ.



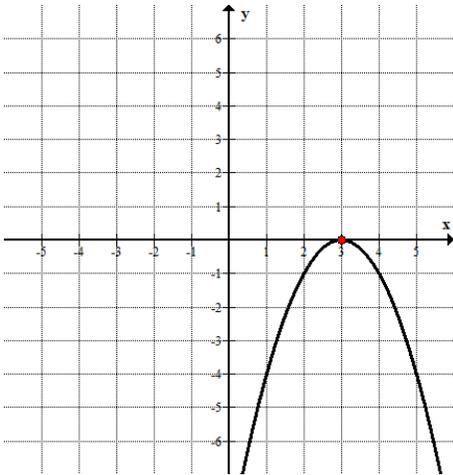
د.



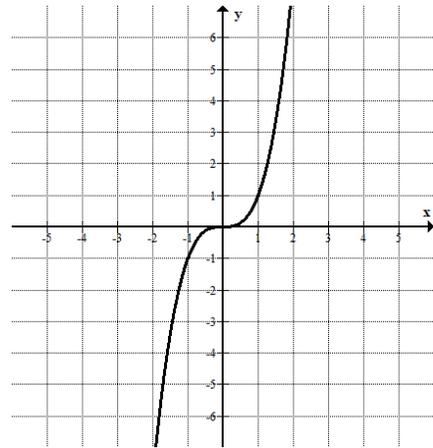
ج.



و.

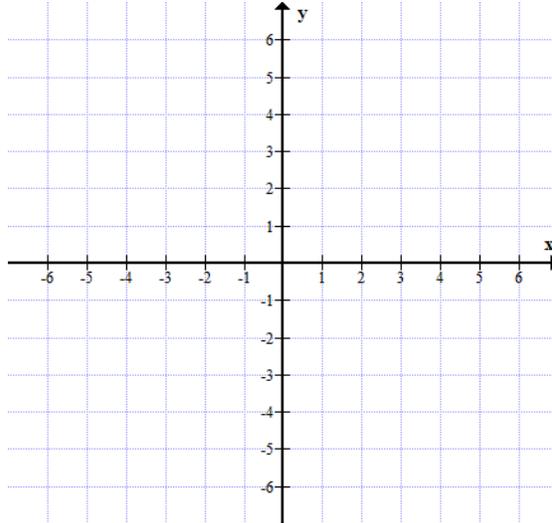
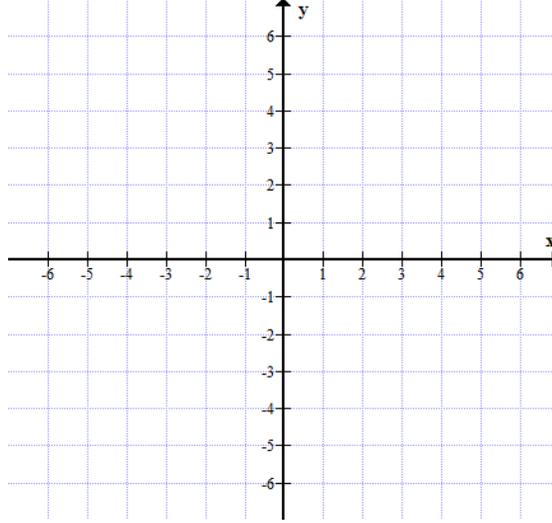
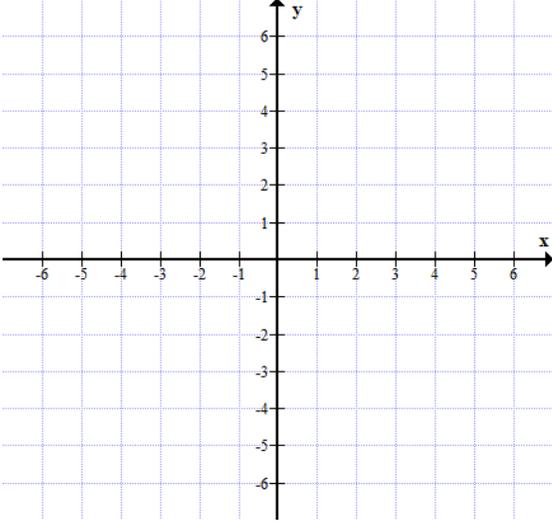


هـ.



وزارة التربية
السكرتارية التربوية – فرع العلوم
التفتيش على تدريس الرياضيات

3. ارسموا في هياث المحاور التي أمامكم خطأ بيانياً لدالة موجبة في كل مجالها، دالة سالبة في كل مجالها، ودالة غير موجبة وغير سالبة في كل المجال.

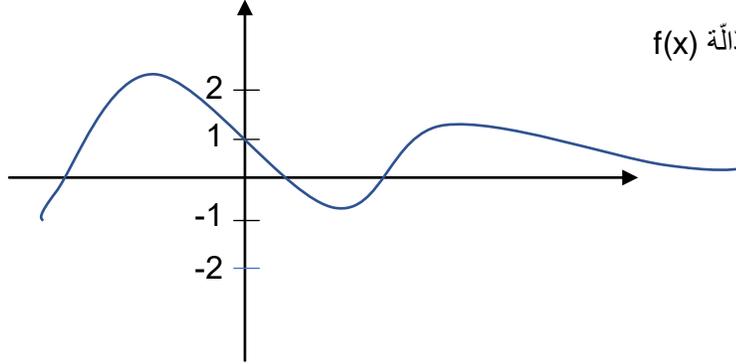


هـ. عدد الحلول لمعادلات بواسطة الرسم البياني
عند اعطاء رسم بياني لدالة يُمكن إيجاد عدد الحلول للمعادلة التي نضع بها مساواة بين الدالة للقيمة المعطاة. في حالات معينة، يُمكن إيجاد القيم لهذه الحلول.

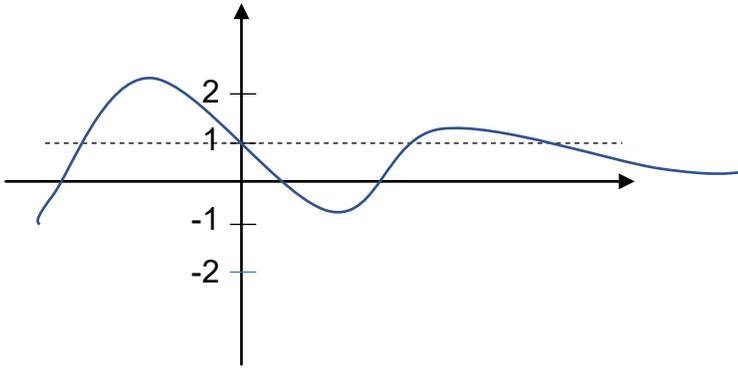


انتبهوا، للخط البياني للدالة وللخط البياني للدالة الثابتة يُمكن وجود عدة نقاط تقاطع.

مثال:

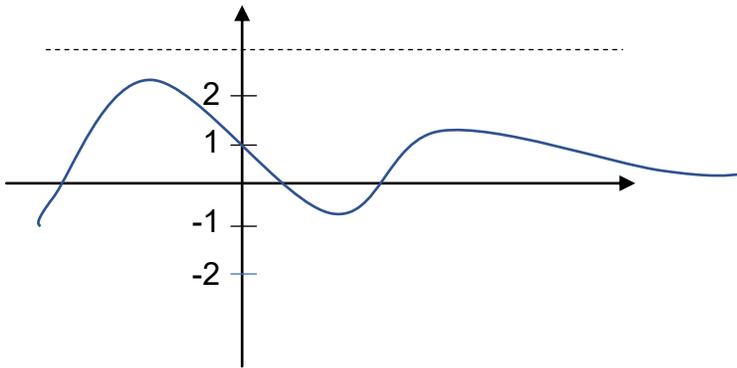


أ. كم عدد حلول المعادلة $f(x) = 1$?



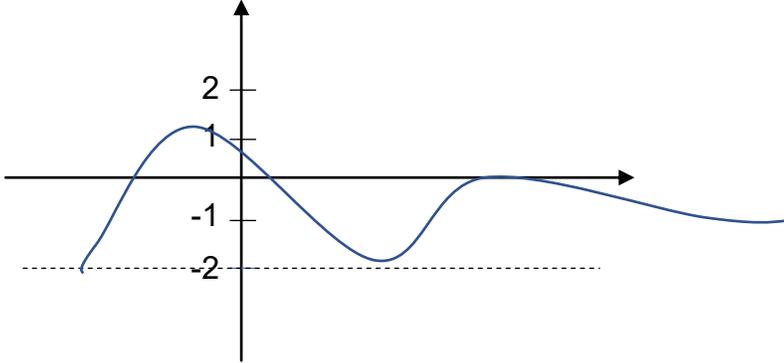
4 حلول. المستقيم $y = 1$ يقطع الخط البياني للدالة $f(x)$ في أربع نقط.

ب. كم عدد حلول المعادلة $f(x) = 3$?



لا يوجد حلول. المستقيم $y = 3$ لا يقطع الخط البياني للدالة $f(x)$ في أي نقطة.

ج. على فرض أن الخط البياني يتصرّف وفق القسم المرسوم، كم عدد حلول المعادلة $f(x) = -2$?

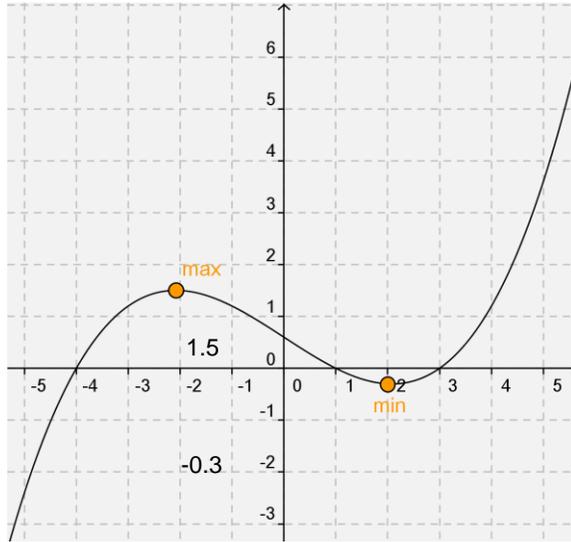


حل واحد فقط. المستقيم $y = -2$ يقطع الخط البياني للدالة $f(x)$ بنقطة واحدة في المجال المعطى.

نتمرن:

استعينوا في الرسوم البيانية المعطاة وجدوا عدد الحلول للمعادلات التالية.

2. معطى الخط البياني للدالة $f(x)$ (يوجد للخط البياني نقطة نهاية عظمى $(-2, 1.5)$)



أ. كم عدد حلول المعادلة $f(x) = 1$ ؟

ب. كم عدد حلول لمعادلة $f(x) = 3$ ؟

ت. كم عدد حلول المعادلة $f(x) = 1.5$ ؟

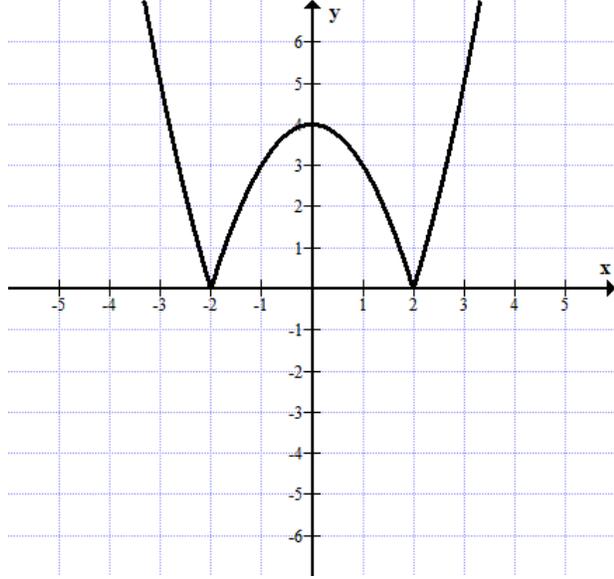
ث. كم عدد حلول المعادلة $f(x) = -2$ ؟

ج. حلوا المعادلة $f(x) = 0$.

ح. لأيّ قيم k يقطع المستقيم $y = k$ الخط البياني للدالة في المجال $-5 < x < 5$ في نقطة واحدة؟

في نقطتين؟

3. معطى الخط البياني للذالة $g(x)$



أ. ما هو عدد حلول المعادلة $g(x) = 1$ ؟

ب. ما هو عدد حلول المعادلة $g(x) = 4$ ؟

ت. حلّوا المعادلة $g(x) = 5$.

ث. ما هو عدد حلول المعادلة $g(x) = -2$ ؟

ج. حلّوا المعادلة $g(x) = 0$.

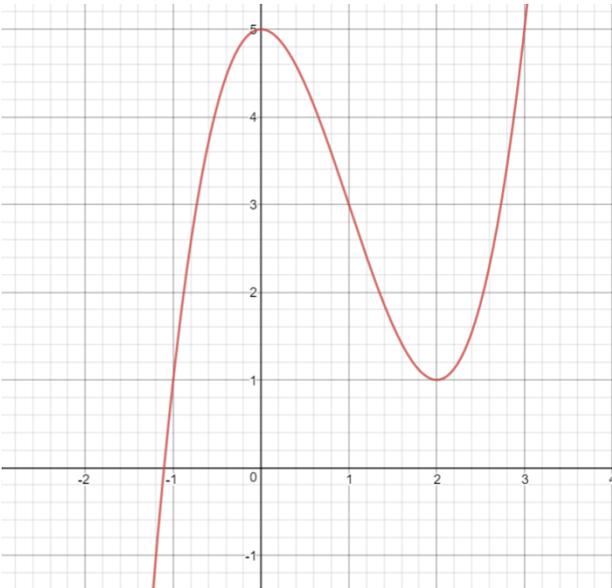
4. معطى الخط البياني للذالة $t(x)$ في المجال $-2 < x < 4$

أ. ما هي النقطة العظمى للذالة $t(x)$ ؟

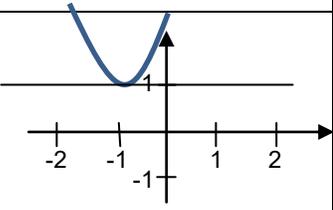
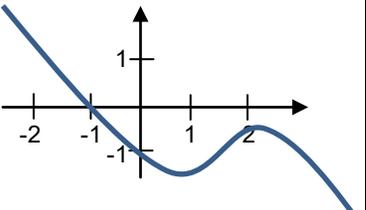
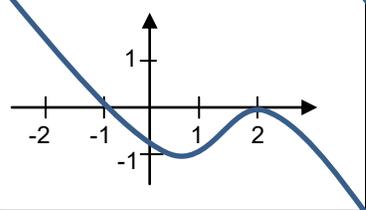
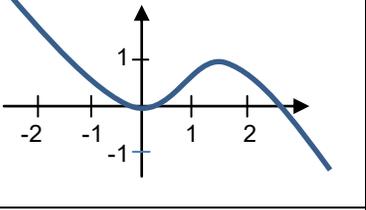
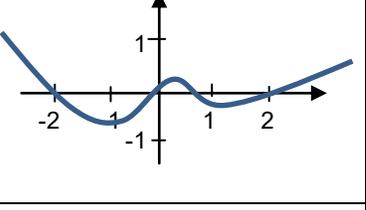
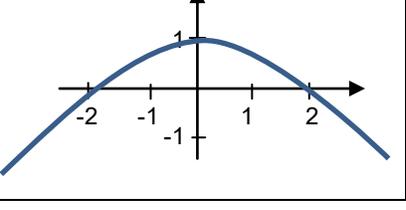
ب. ما هي النقطة الصغرى للذالة $t(x)$ ؟

ج. ما هو عدد حلول المعادلة $t(x) = 3$ ؟

د. حلّوا المعادلة $t(x) = 1$.



5. أكتبوا معادلات ملائمة لعدد الحلول في الجهة اليمنى من الجدول. استعينوا بالمثل:

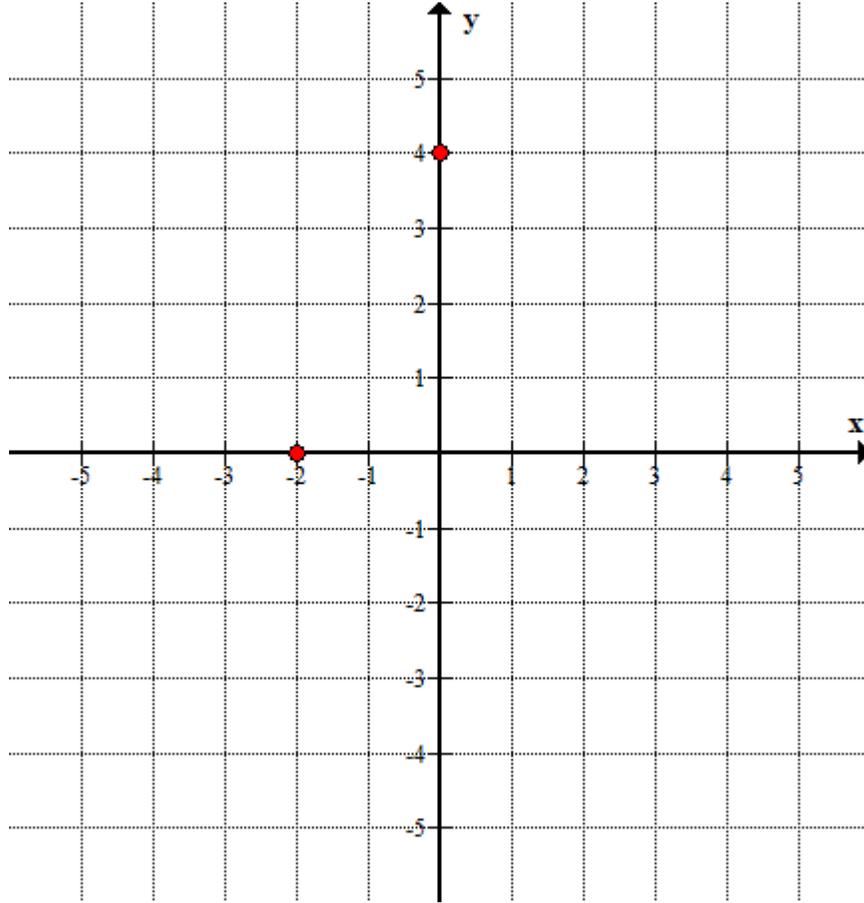
المعادلة	معطى الخط البياني للدالة $f(x)$	عدد الحلول
$f(x) = 1$		مثال: حل واحد
		حل واحد
		حلان
		أكثر من حلين
		لا يوجد حل
		*ما لا نهاية من الحلول

رسم الخط البياني لَدالة حسب مُعطيات



أ. ارسموا تخطيطاً للرسم البياني للدالة حسب المعطيات الموجودة في الجدول. الخط البياني مُتصل، مُعرّف لكل x وكلّ نقاط التقاطع والتقاطات القصوى معطاة.

تقاطع مع محور x	تقاطع مع محور y	نقطة نهاية صغرى	نقطة نهاية عظمى
$(-2,0)$	$(0,4)$	لا يوجد	لا يوجد

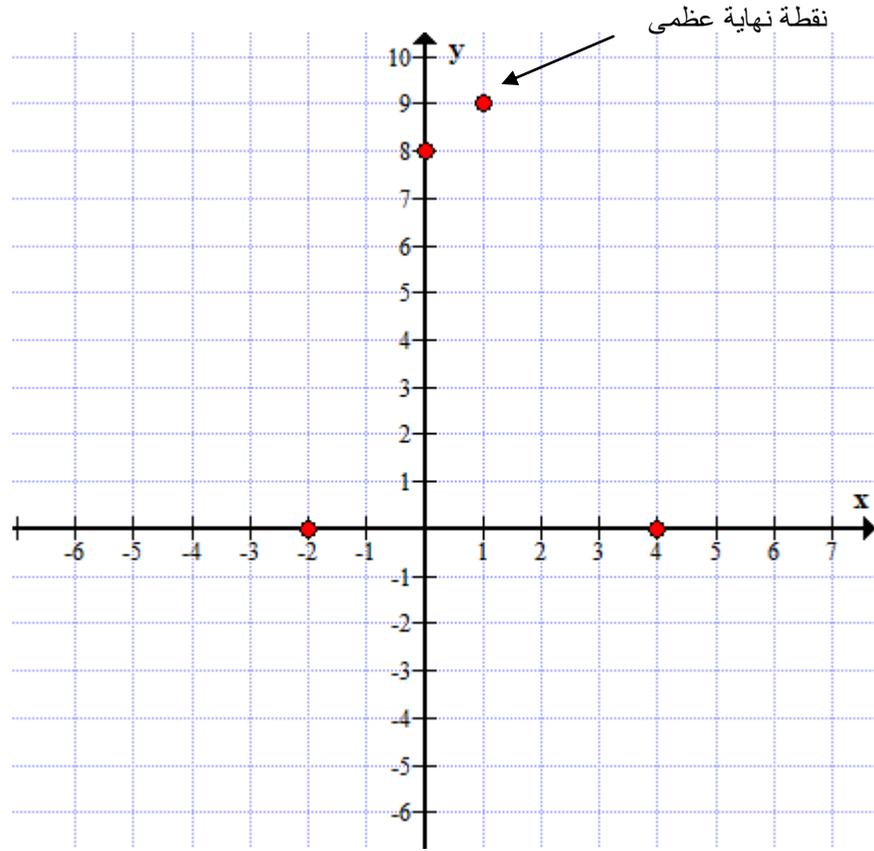


وزارة التربية
السكرتارية التربوية – فرع العلوم
التفتيش على تدريس الرياضيات

ب. ارسموا تخطيطاً للرسم البيانيّ للدالة حسب المعطيات الموجودة في الجدول. الرسم البيانيّ مُتصل، مُعرف لكل x وكل نقاط التقاطع والنقاط القصوى مُعطاة.

تقاطع مع محور x	تقاطع مع محور y	نقطة نهاية صغيرة	نقطة نهاية عظمى
$(-2,0), (4,0)$	$(0,8)$	لا يوجد	$(1,9)$

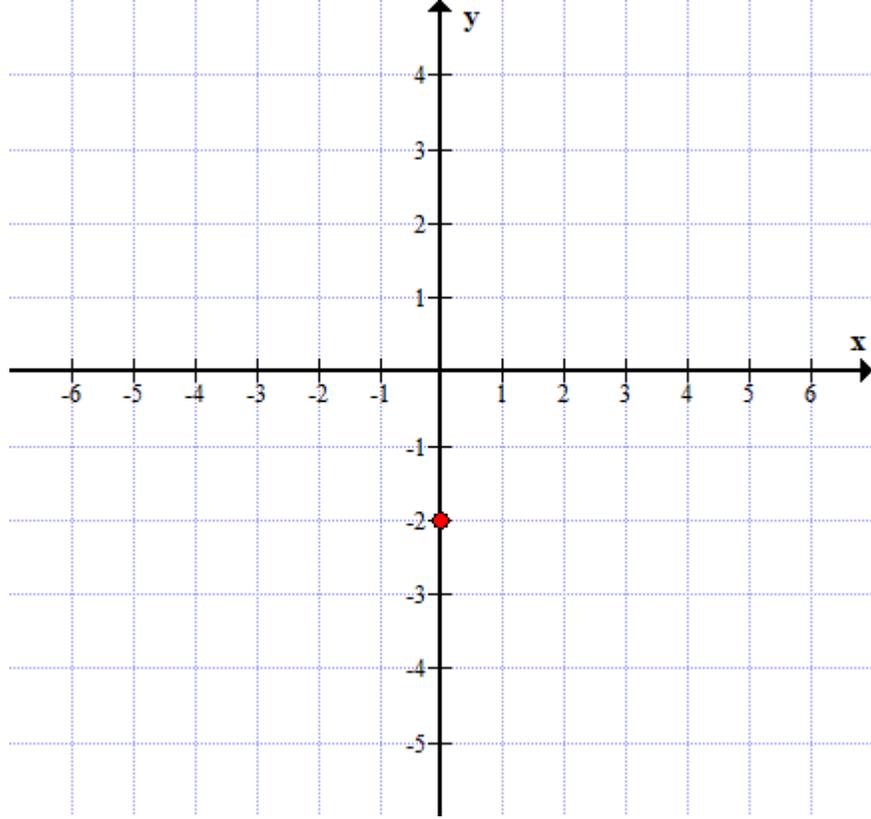
من أجل رسم الرسم البيانيّ عَيّنوا على هيئة المحاور النقاط المعطاة.



وزارة التربية
السكرتارية التربوية – فرع العلوم
التفتيش على تدريس الرياضيات

ج. ارسموا تخطيطاً للرسم البياني للدالة حسب المعطيات الموجودة في الجدول. الرسم البياني مُتَّصَل، مُعرَّف لكل x وكلّ نقاط التقاطع والنقاط القصوى مُعطاة.

نقطة نهاية عظمى	نقطة نهاية صغرى	تقاطع مع محور y	تقاطع مع محور x
لا يوجد	$(0,-2)$	$(0,-2)$	لا يوجد



انتبهوا، بما أنه معطى أن $(0,-2)$ هي النقطة القصوى الوحيدة لا توجد للدالة انتقالات أخرى من التّصاعد إلى التّنازل أو بالعكس.

لا يوجد للخطّ البيانيّ نقاط تقاطع مع محور x لذلك كل الخطّ البيانيّ يقع تحت المحور.

وزارة التربية
السكرتارية التربوية – فرع العلوم
التفتيش على تدريس الرياضيات

نتمرن:

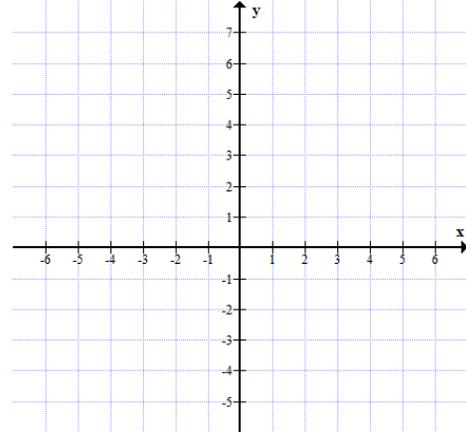
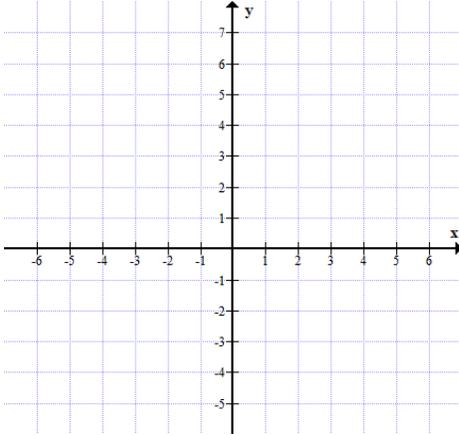


يحتوي كلّ سطر في الجدول على صفات لدالة واحدة. كلّ واحدة من الدوال مُعرفة لكلّ x ومتصلة. (مُعطى كلّ نقاط التقاطع مع المحاور وكلّ النقاط القصوى).
ارسموا الرسومات الممكنة للخطوط البيانية للدوال.

نقطة النهاية العظمى	نقطة النهاية الصغرى	تقاطع مع محور y	تقاطع مع محور x	
لا يوجد	لا يوجد	$(0, -1)$	$(2,0)$	1
لا يوجد	لا يوجد	$(0,2)$	$(2,0)$	2
$(2,1)$	لا يوجد	$(0, -3)$	$(1,0), (3,0)$	3
$(0,0)$	$(4, -4)$	$(0,0)$	$(0,0), (6,0)$	4
$(1,1)$	لا يوجد	$(0,0.5)$	لا يوجد	5
$(-1,5)$	$(1, -5)$	$(0,0)$	$(3,0), (0,0), (-3,0)$	6

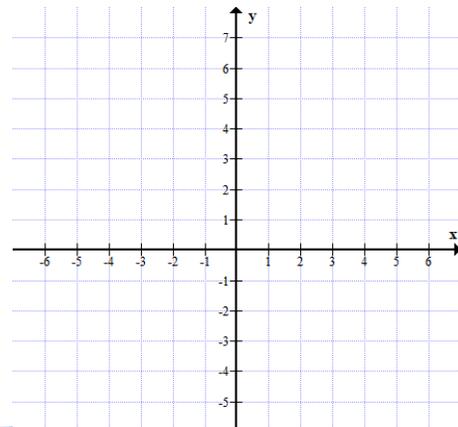
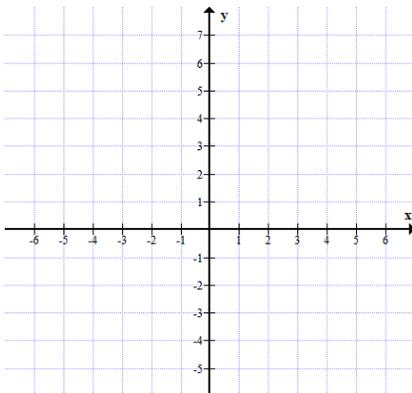
2.

1.

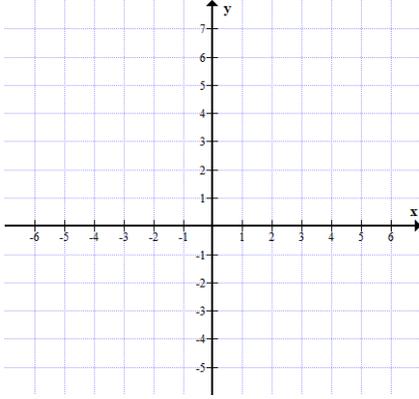


4.

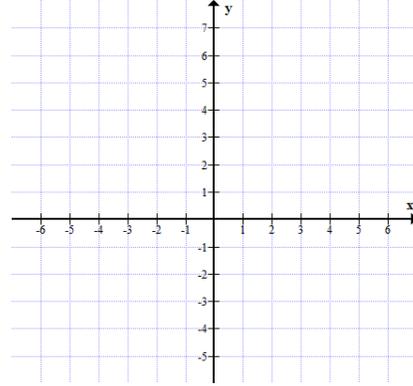
3.



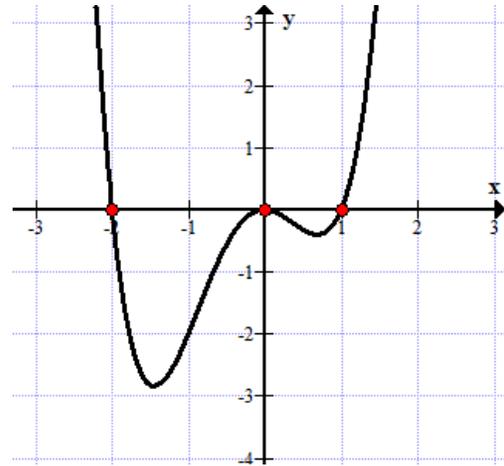
6.



5.



ز. ملانمة التمثيل الجبري للخط البياني للدالة
معطى الخط البياني لدالة:



أحد التمثيلين الجبريين التاليين يُلائم الخط البياني المعطى. أيهما؟

$$g(x) = x(x + 2)(x - 1)$$

$$f(x) = x^2(x + 2)(x - 1)$$

فحص:

نجد نقطة تقاطع كل واحدة من الدالتين مع محور y

$$g(0) = 0(0 + 2)(0 - 1) = 0$$

$$f(0) = 0^2(0 + 2)(0 - 1) = 0$$

نعوض $x = -1$ في كل واحدة من الدالتين

$$g(-1) = -1(-1 + 2)(-1 - 1) = 2$$

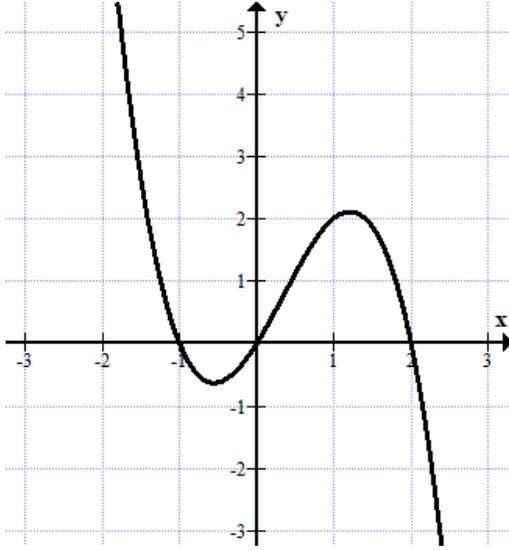
$$f(-1) = (-1)^2(-1 + 2)(-1 - 1) = -2$$

فقط $f(x)$ ملانمة للخط البياني المعطى لأن النقطة $(-1, -2)$ تقع على الخط البياني للدالة والنقطة $(-1, 2)$ لا تقع على الخط البياني للدالة.

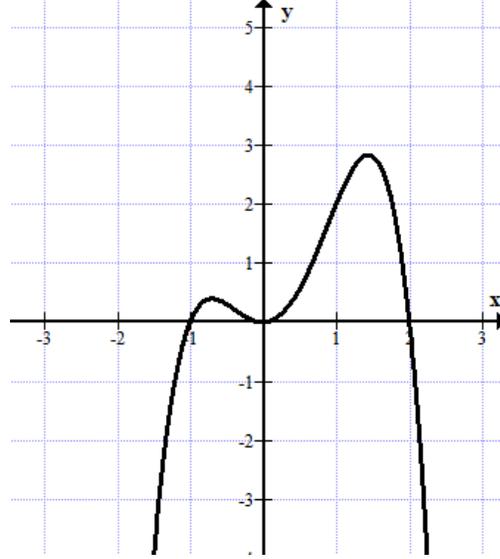
نتمرن:



1. مُعطى رسمان بيانيان وتمثيلان جبريان. لائموا لكلَّ خطِّ بيانيّ التَّمثيل الجبري.

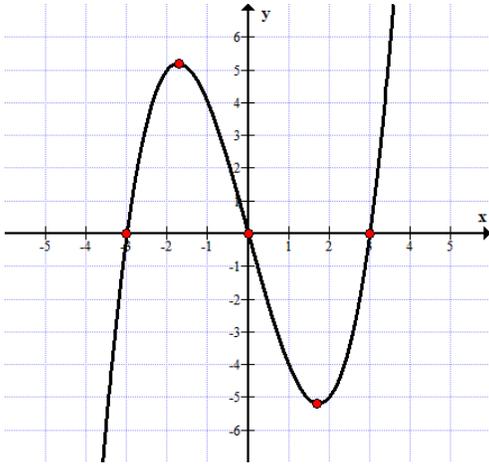


$$g(x) = -x(x - 2)(x + 1)$$



$$f(x) = -x^2(x - 2)(x + 1)$$

2. معطى رسم بيانيّ لدالة:



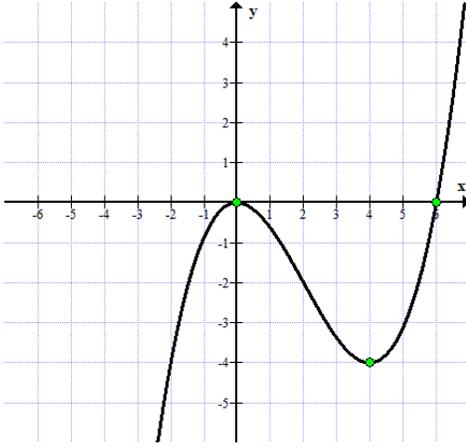
$$n(x) = \frac{1}{2}x(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$$

أي من التمثيلين الجبريين مُلائم للخطِّ البيانيّ للدالة؟
اشرحوا.

$$k(x) = \frac{1}{2}x(x^2 - 9)$$

3. استعينوا في التّطبيق: <https://www.geogebra.org/m/Z6kbyKR8>

وتعرّفوا على الرّسوم البيانيّة المُلائمة للدوالّ المختلفة المكوّنة من "بولينوم".

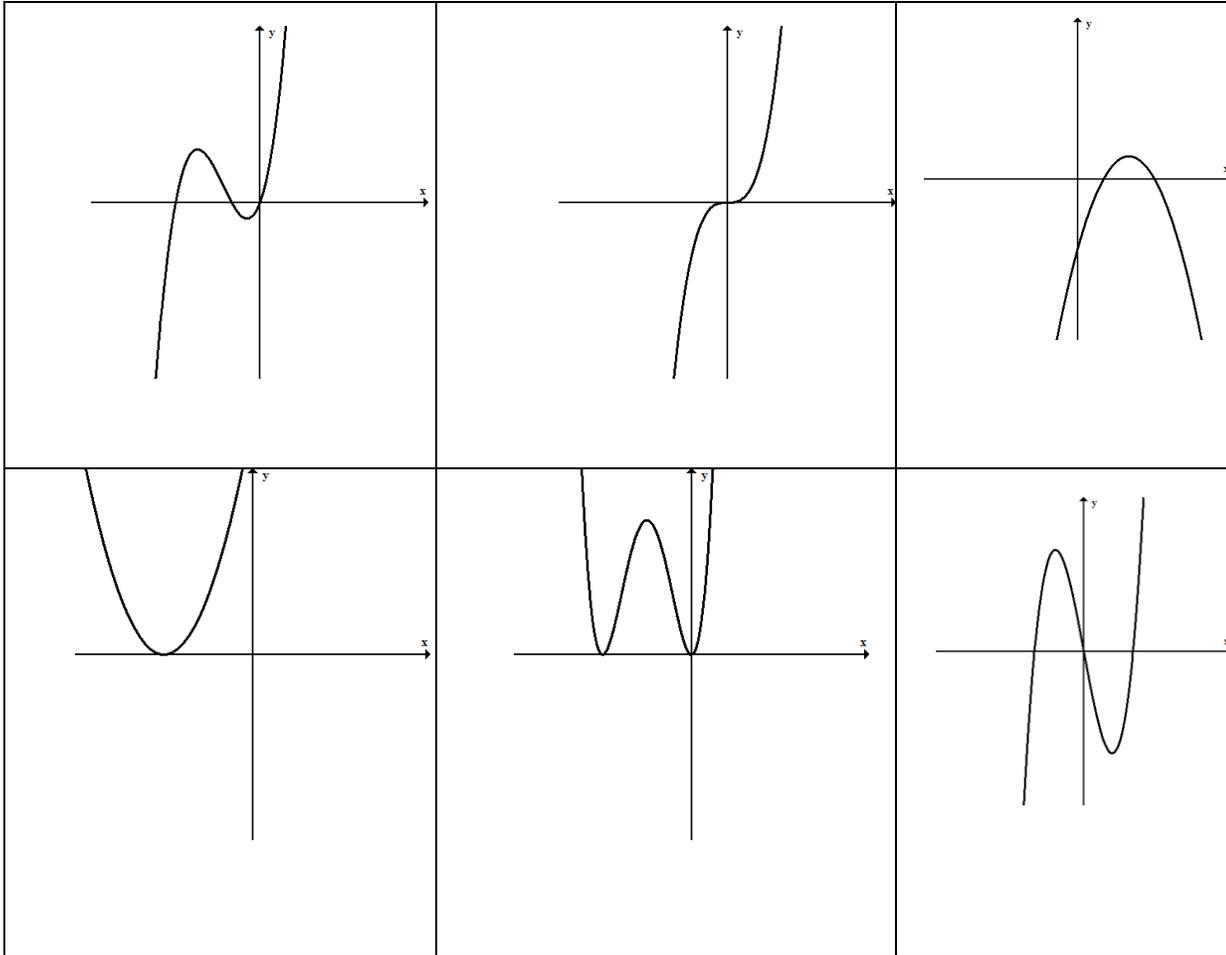


4. معطى تمثيلان جبريان لدالتين.

$$f(x) = \frac{1}{8}x^2(x-6) \quad g(x) = \frac{1}{8}x(x-6)$$

أي منهما مُلائم للخط البياني الموجود في الجهة اليسرى؟

5. أكتبوا بجانب كلّ خطّ بيانيّ التمثيل الجبري الملائم له من بين التمثيلات الجبرية المعطاة.



$p(x) = x(x+1)(x+3)$	$m(x) = -x^2 + 4x - 3$	$f(x) = x^3$
$k(x) = 1.5x(x^2 - 4)$	$t(x) = x^2 \cdot (x+3)^2$	$g(x) = (x+3)^2$

ح. إزاحة عمودية للدوال 🤔

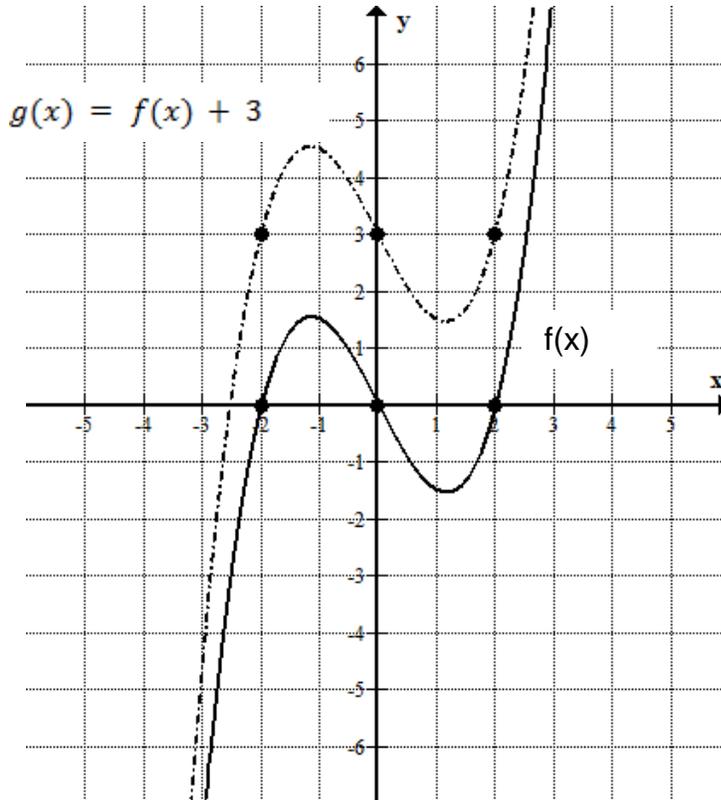
يتم الحصول على الخط البياني للدالة $g(x) = f(x) + c$ من الخط البياني للدالة $f(x)$ بواسطة إزاحة عمودية لكل نقطة بمقدار ثابت، c .
أمثلة:

أ. نحصل على الدالة $g(x) = x^2 + 2$ من الدالة $f(x) = x^2$ بواسطة إزاحة عمودية لكل نقطة بمقدار ثابت، 2.

ب. نحصل على الدالة $g(x) = x^2 - 3$ من الدالة $f(x) = x^2$ بواسطة إزاحة عمودية لكل نقطة بمقدار ثابت، -3.

ج. مُعطى الدالتين $f(x)$ و $g(x) = f(x) + 3$. نحصل على الخط البياني للدالة $g(x)$ من الخط البياني

للدالة $f(x)$ بواسطة إزاحة عمودية لكل نقطة بمقدار ثابت، 3.



نتمرن

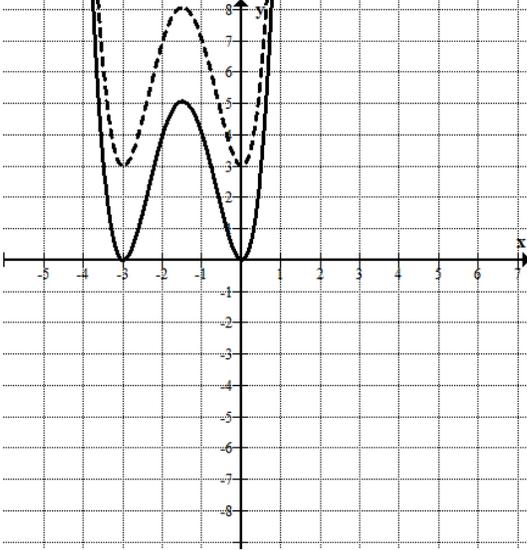


1. في كلّ واحدة من هينات المحاور التّالية رسم الخطّ البيانيّ للدّالة $f(x)$ (بخطّ متّصل)

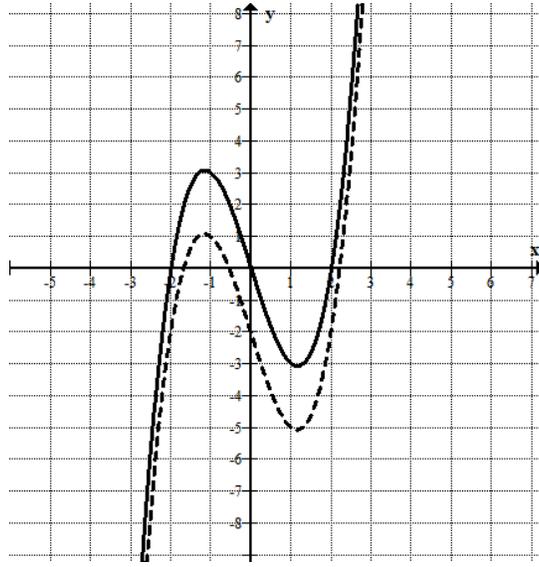
والخطّ البيانيّ لـ $g(x)$ (بخطّ متقطّع).

أكتبوا التّمثيل الملائم للدّالة $g(x)$ حسب الخطّ البيانيّ.

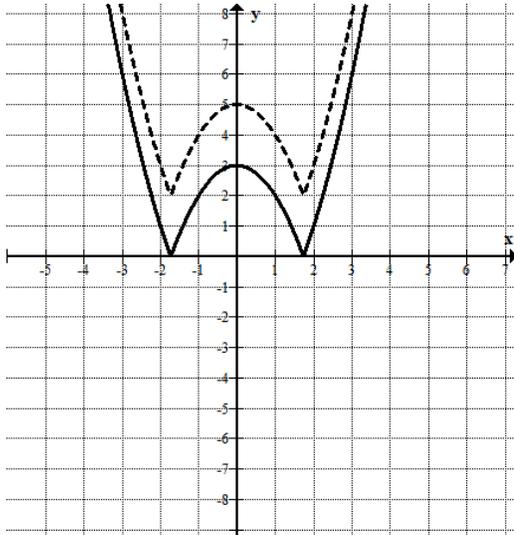
ب.



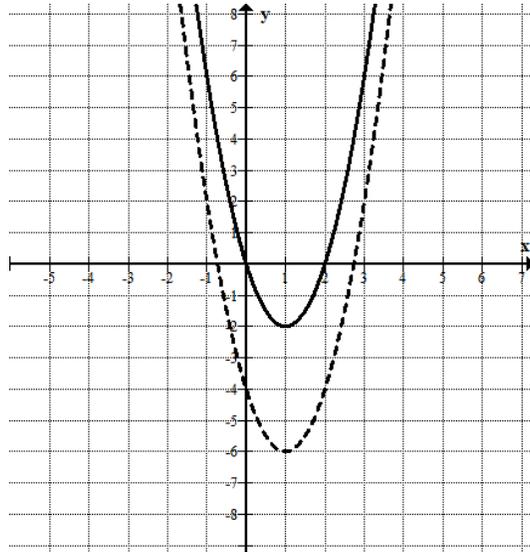
أ.



د.

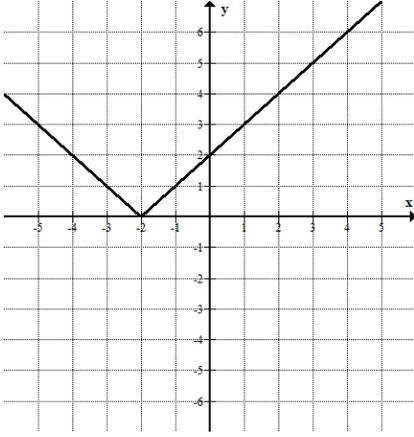


ج.



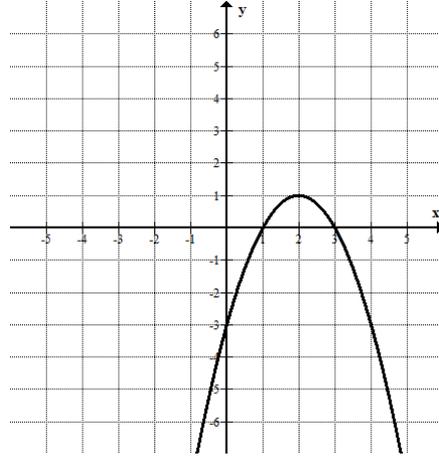
2. ارسموا في كل هيئة محاور دالة $g(x)$ وأتي هي إزاحة للدالة $f(x)$
وأكتبوا معادلة الدالة $g(x)$.

ب.



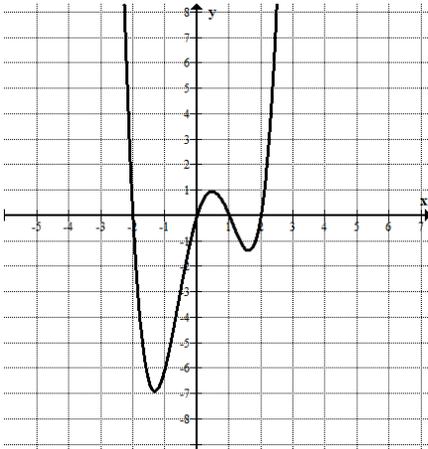
إزاحة عمودية للأسفل ثلاث وحدات

أ.



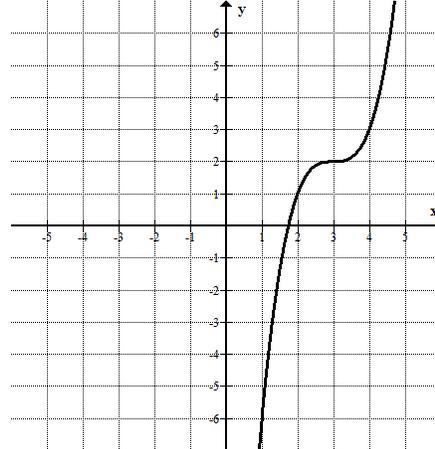
إزاحة عمودية للأعلى وحدتان

د.



إزاحة عمودية للأسفل وحدة واحدة

ج.



إزاحة عمودية للأعلى ثلاث وحدات

ط. إزاحات أفقية للدوال²



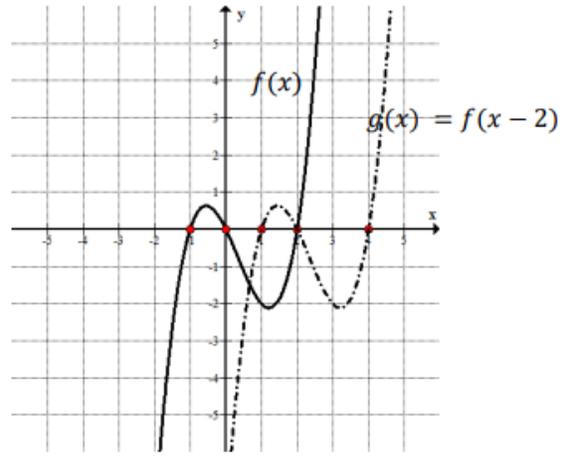
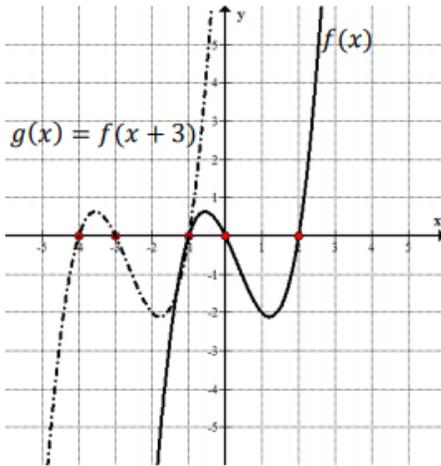
نحصل على الخط البياني للدالة $g(x) = f(x + c)$ من الخط البياني للدالة $f(x)$ بواسطة إزاحة أفقية لكل نقطة بمقدار ثابت، $|c|$. إذا كانت $c > 0$ فإن الإزاحة أفقية نحو اليسار. إذا كانت $c < 0$ فإن الإزاحة أفقية نحو اليمين.
أمثلة:

أ. نحصل على الدالة $g(x) = (x - 2)^2$ من الدالة $f(x) = x^2$ بواسطة إزاحة أفقية لكل نقطة بوحدين نحو اليمين.

ب. نحصل على الدالة $g(x) = (x + 3)^2$ من الدالة $f(x) = x^2$ بواسطة إزاحة أفقية لكل نقطة ثلاث وحدات نحو اليسار.

ث. معطى الدالتين $f(x)$ و $g(x) = f(x + 3)$. نحصل على الخط البياني للدالة $g(x)$ من الخط البياني للدالة $f(x)$ بواسطة إزاحة أفقية لكل نقطة ثلاث وحدات نحو اليسار.

د. معطى الدالتين $f(x)$ و $g(x) = (x - 2)^2$ نحصل على الخط البياني للدالة $g(x)$ من الخط البياني للدالة $f(x)$ بواسطة إزاحة أفقية لكل نقطة وحدتان نحو اليمين.



² مُخصّص لمجموعات المُتمكّنين فقط.

نتمرن:



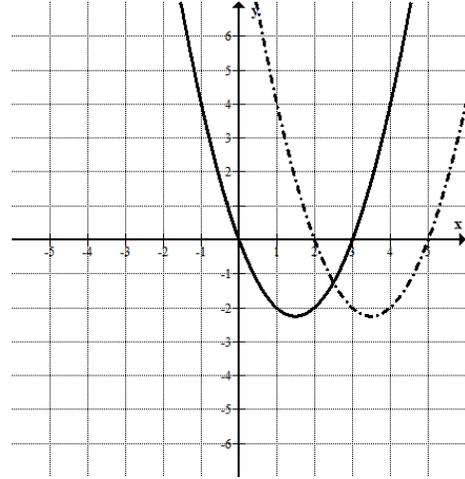
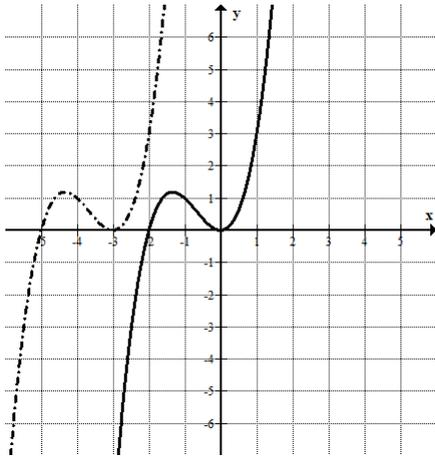
1. رُسم أمامكم في كل واحدة من هينات المحاور الرّسم البيانيّ للدّالة $f(x)$ (بخطّ متّصل) والرّسم البيانيّ

لـ $g(x)$ (بخطّ متقطّع).

أكتبوا التّمثيل الملائم للدّالة $g(x)$ حسب الرّسم البيانيّ.

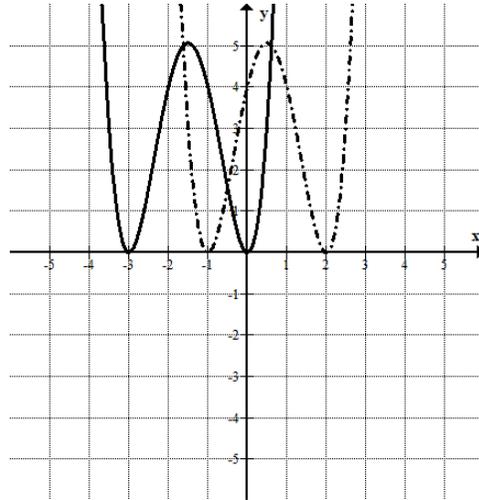
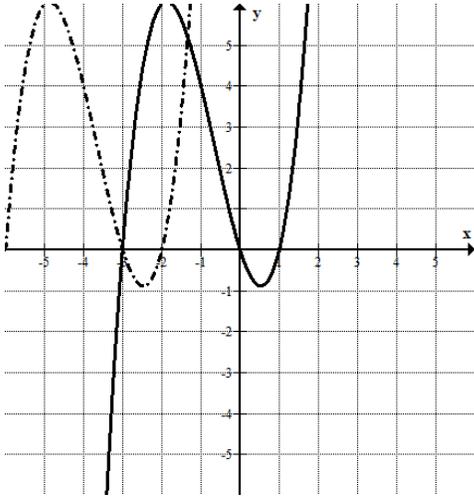
ب.

أ.



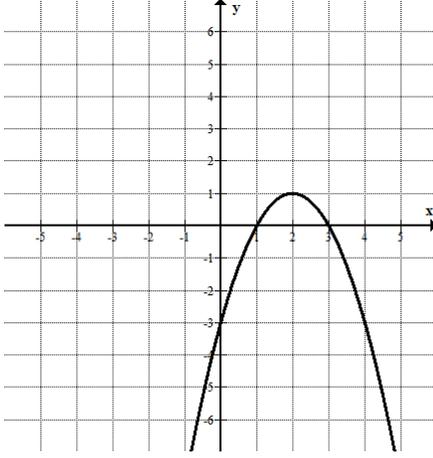
د.

ج.



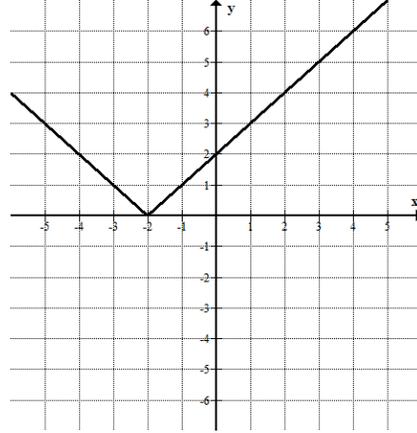
2. أرسما في كل هيئة محاور الدالة $g(x)$ والتي هي إزاحة لـ $f(x)$ واكتبوا معادلة الدالة $g(x)$.

ب.



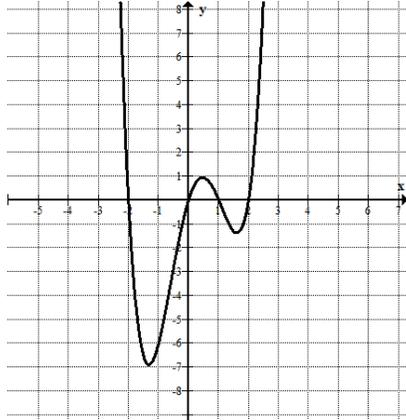
إزاحة أفقيّة نحو اليمين ثلاث وحدات

أ.



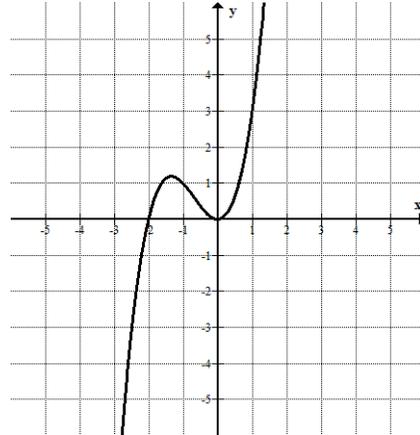
إزاحة أفقيّة نحو اليسار وحدتان

د.



إزاحة أفقيّة نحو اليمين وحدة واحدة

ج.



إزاحة أفقيّة نحو اليسار وحدتان

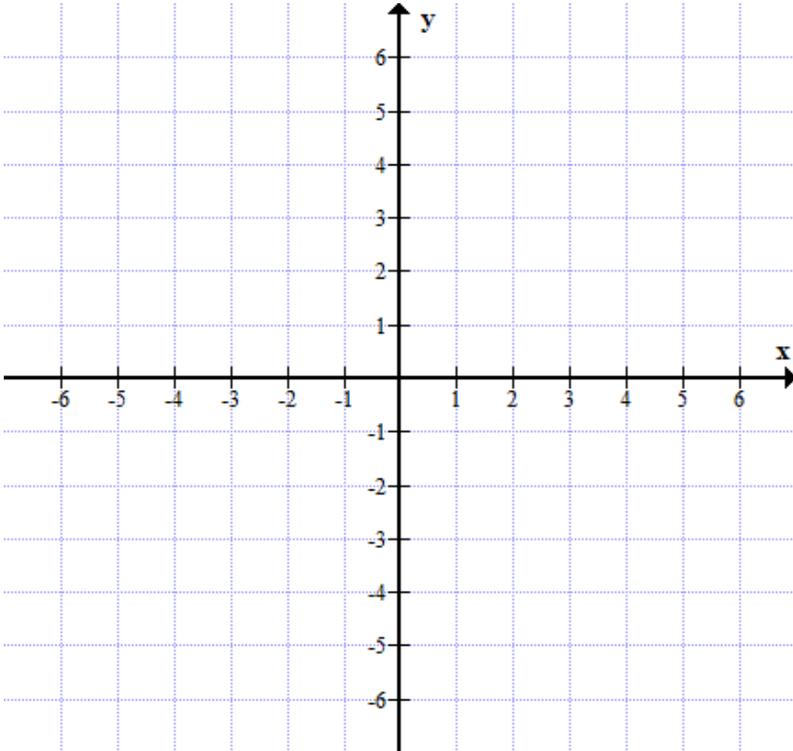
الجزء "ب" – التّعريف على دوال مختلفة

أ. لتتعرف على الرسم البياني للدالة $f(x) = |x|$

أ. ما هو مجال تعريف الدالة؟

ب. نستعين بجدول القيم لرسم الخط البياني للدالة:

x	-3	-2	-1	-0.5	0	0.5	1	2	3
$f(x) = x $									



للنقاش:



- هل يوجد للدالة نقاط صفرية؟
- هل يوجد للدالة نقاط قصوى؟
- حدّوا في أيّ مجال الدالة تصاعديّة /
الدالة تنازليّة.
- حدّوا في أيّ مجال الدالة موجبة /
الدالة سالبة.

افحصوا الرسم البياني للدالة بواسطة التطبيق Desmos <https://www.desmos.com>



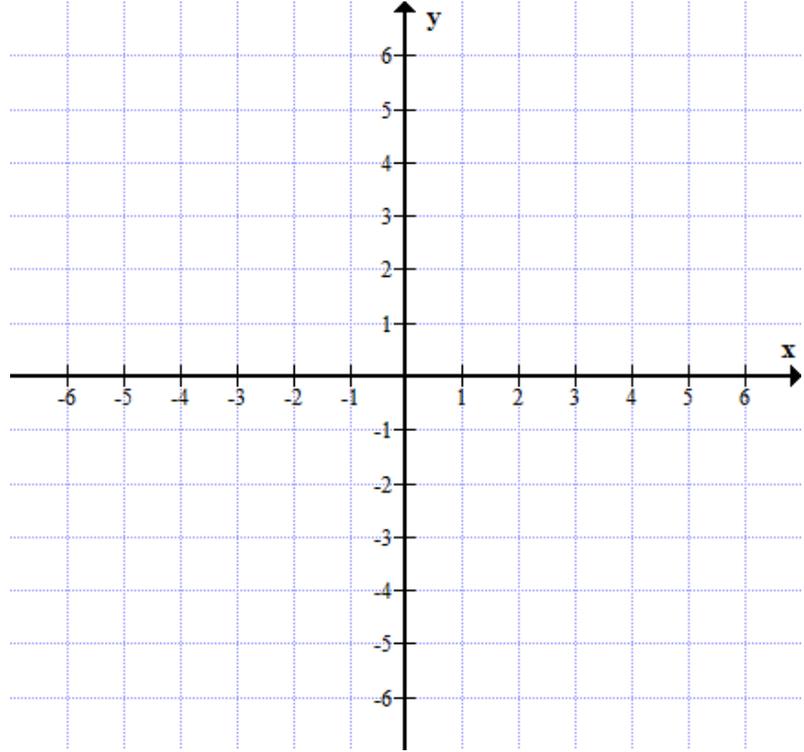
Desmos | Graphing Calculator

نتمرن:



1. ارسموا في هيئة المحاور الخط البياني للدالة $f(x) = |x| - 1$

يُمكن الاستعانة في التطبيق Desmos للرسم.



2. حلّوا المعادلات، استعينوا في الرسم البياني لحلّ المعادلات:

$$|x| - 1 = -3$$

$$|x| - 1 = -1$$

$$|x| - 1 = 3$$

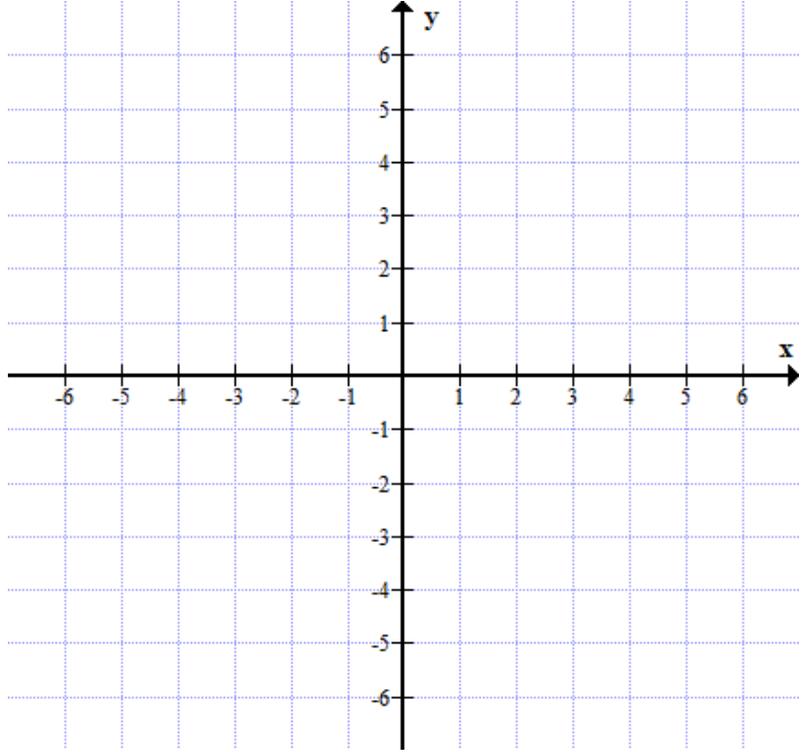
3. حلّوا المتباينات التالية، استعينوا في الرسم البياني لحلّ المتباينات:

$$|x| - 1 > 3$$

$$|x| - 1 < 2$$

4. ارسموا في هيئة المحاور الخط البياني للدالة $f(x) = |x - 1|$

يُمكن الاستعانة في التطبيق للتطبيق Desmos للرسم.



5. حلّوا المعادلات، استعينوا في الرسم البياني في حلّكم:

$$|x - 1| = -3$$

$$|x - 1| = -1$$

$$|x - 1| = 3$$

6. حلّوا المتباينات التالية، استعينوا في الرسم البياني في حلّكم:

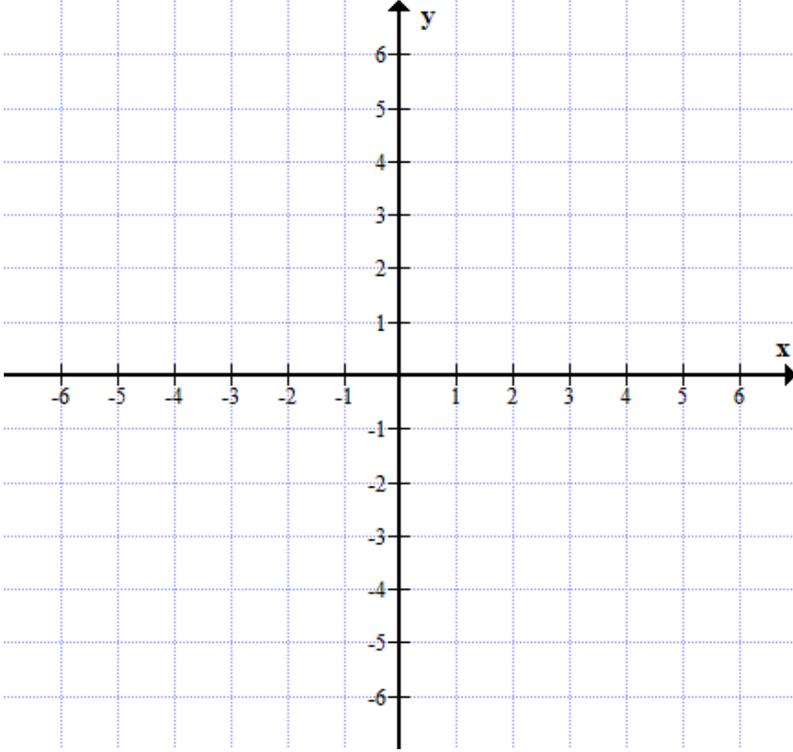
$$|x - 1| > 3$$

$$|x - 1| < 2$$

ب. لتعرّف على الرّسم البيانيّ للدّالة $f(x) = |x^2 - 4|$

ما هو مجال تعريف الدّالة؟

يمكن الاستعانة في تطبيق Desmos للرّسم.



للتّفاش:

- هل يوجد للدّالة نقاط صفريّة؟
- هل يوجد للدّالة نقاط قصوى؟
- حدّدوا بأيّ مجال الدّالة تصاعديّة / الدّالة تنازليّة.
- حدّدوا بأيّ مجال الدّالة موجبة / الدّالة سالبة.

افحصوا الرّسم البيانيّ للدّالة بواسطة التطبيق Desmos <https://www.desmos.com>

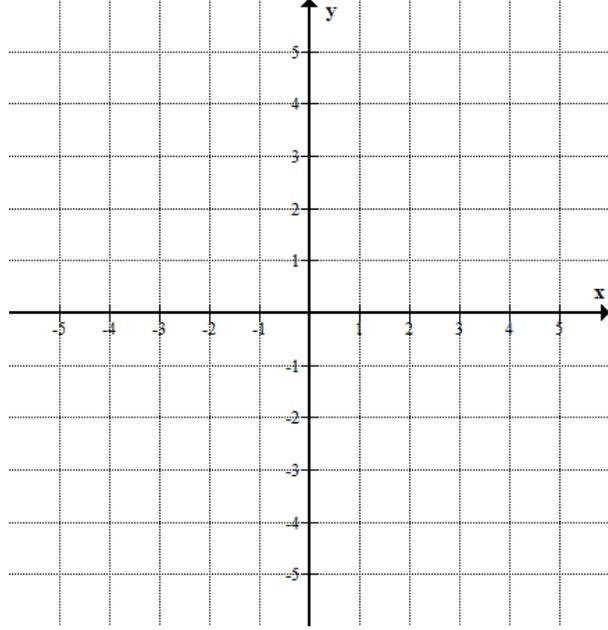


Desmos | Graphing Calculator

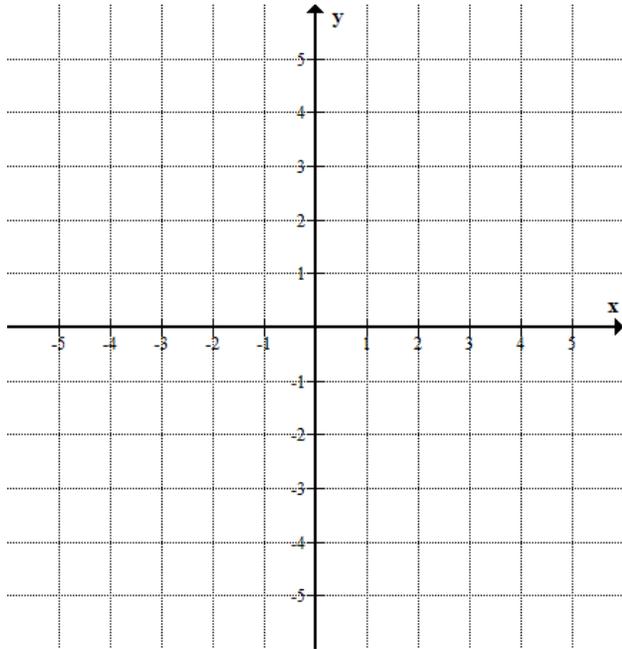
نتمرن:



1. ارسموا في هيئة المحاور الخط البياني للدالة $f(x) = |x^2 - 9|$



2. ارسموا في هيئة المحاور الرسم البيانية للدوال: $f(x) = |x^2 - 1|$ و $g(x) = -|x^2 - 1|$



ج. دالة القيمة المطلقة، الخط البياني للدالة

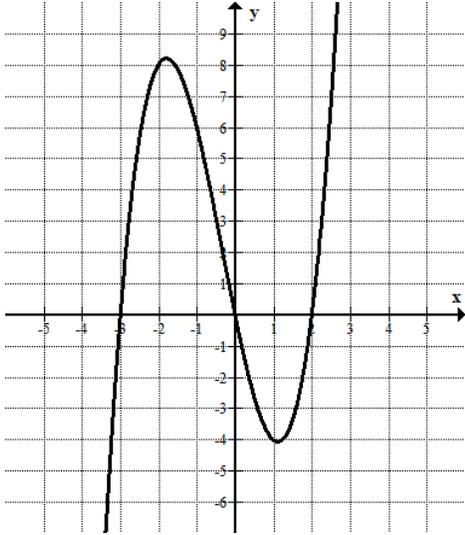


القيمة المطلقة لعدد غير سالب هي صفر أو العدد ذاته.

القيمة المطلقة للعدد السالب هي العدد المضاد له.

كيف يظهر ذلك في الرسم البياني؟

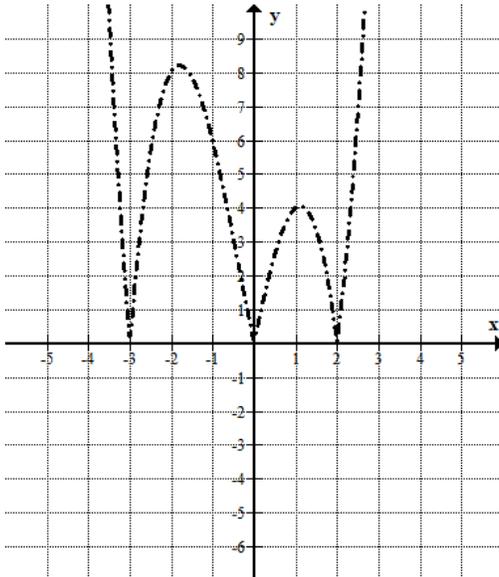
معطى الرسم البياني للدالة $f(x)$:



النقاط الصفرية للدالة هي: $(-3,0)$, $(0,0)$, $(2,0)$

المجال الموجب للدالة: $x > 2$ أو $-3 < x < 0$

المجال السالب للدالة: $0 < x < 2$ أو $x < -3$



مُعطى الخط البياني للدالة $|f(x)|$

النقاط الصفرية للدالة هي: $(-3,0)$, $(0,0)$, $(2,0)$

الدالة موجبة في المجال:

$$x < -3$$

$$-3 < x < 0$$

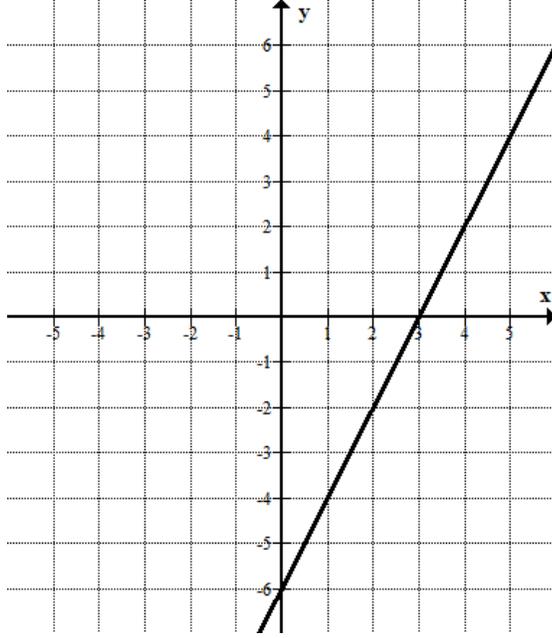
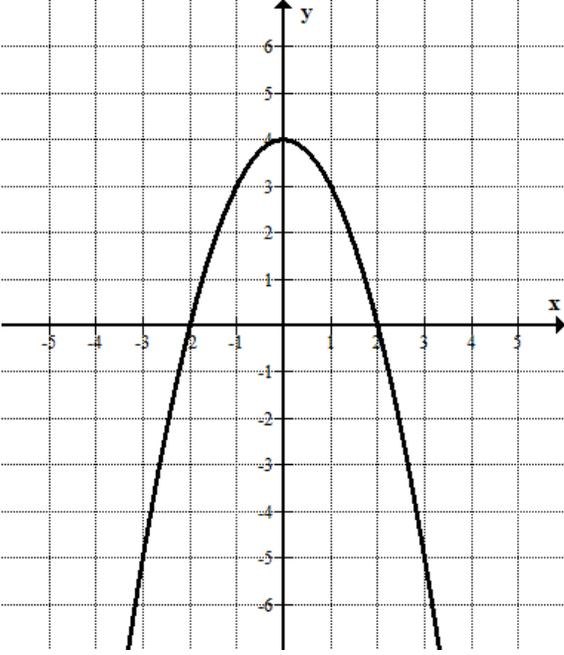
$$0 < x < 2$$

$$x > 2$$

نتمرن:

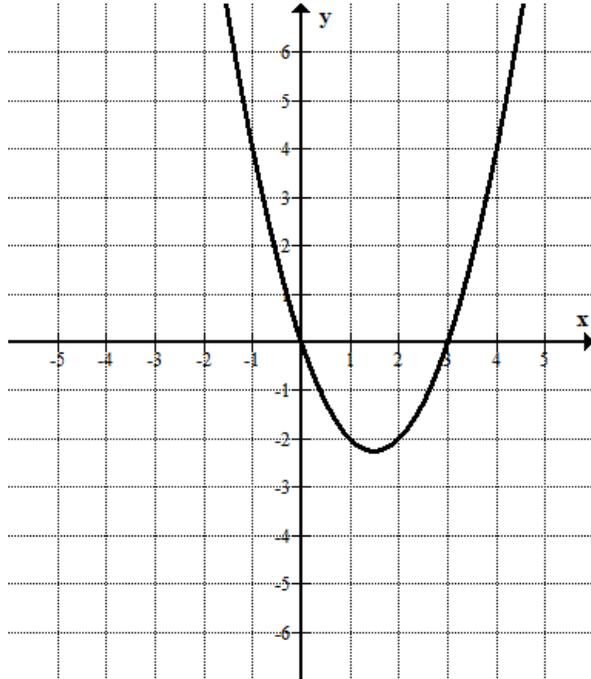
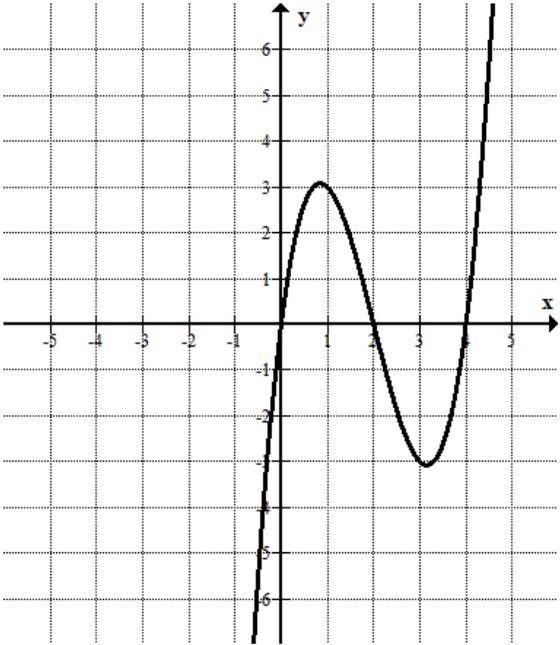


1. ارسموا لكلّ واحدة من الدوالّ التالية الخطّ البيانيّ للذاتة في القيمة المطلقة :
أ.
ب.

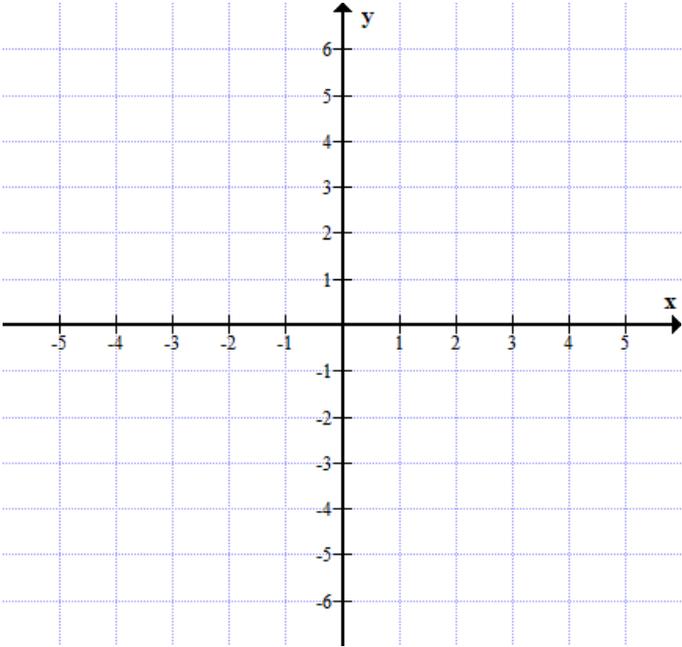
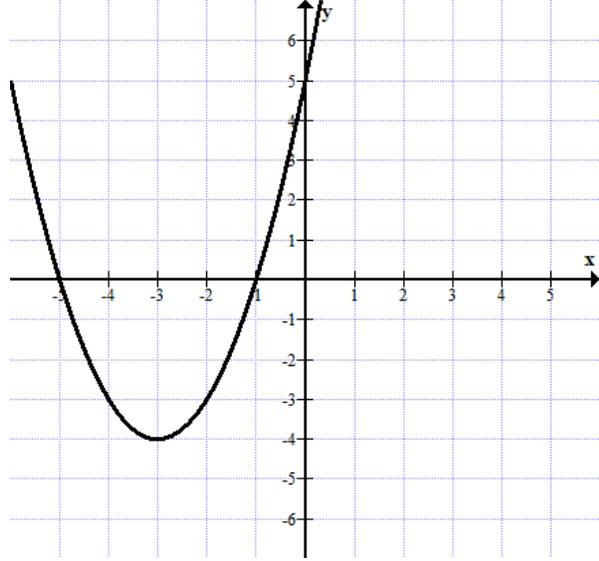


د.

ج.



ت. معطى الخطّ البيانيّ للدّالة $f(x)$.



أ. سجّلوا نقطة تقاطع الدّالة مع محور y .

ب. سجّلوا النّقاط الصّفرية للدّالة.

ج. ما القيمة الصغرى للدّالة؟

د. معطاة الدّالة $g(x) = |f(x)|$.

1. ارسموا الخطّ البيانيّ للدّالة $g(x)$

2. سجّلوا نقطة تقاطع الدّالة مع محور y .

3. سجّلوا النّقاط الصّفرية للدّالة.

4. ما القيمة الصغرى للدّالة؟

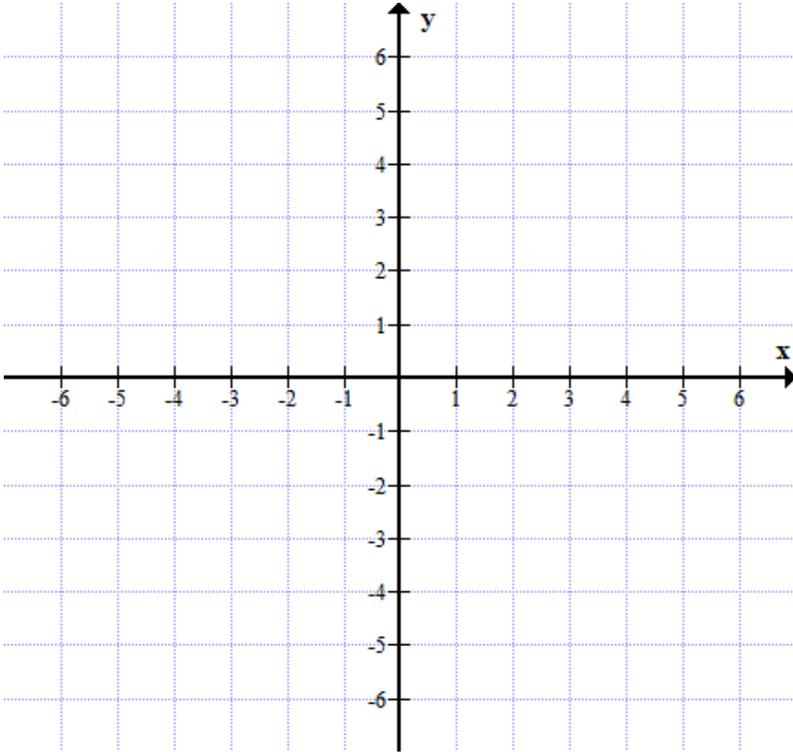
5. ما هي النّقاط القصوى للدّالة؟

د. لتتعرف على الرسم البياني للدالة $f(x) = \frac{1}{x}$

أ. ما هو مجال تعريف الدالة؟

ب. نستعين في جدول القيم لرسم الخط البياني للدالة:

x	-3	-2	-1	-0.5	-0.25	0	0.25	0.5	1	2	3
$f(x) = \frac{1}{x}$											

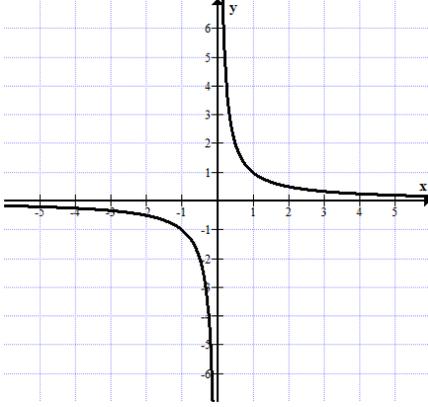


- للتفّاش:
- هل يوجد نقاط صفريّة للدالة؟
 - حدّدوا في أيّ مجال الدالة تصاعديّة / الدالة تنازليّة
 - هل يوجد للدالة نقاط قصوى؟
 - حدّدوا في أيّ مجال الدالة موجبة / الدالة سالبة.

افحصوا الخطّ البيانيّ للدالة بواسطة التطبيق <https://www.desmos.com> Desmos

 Desmos | Graphing Calculator

شرح:



الدالة $f(x) = \frac{1}{x}$ مُعرّفة في المجال $x \neq 0$.

الدالة تنازليّة في كلّ مجال التعريف.

تُعرّف: الدالة تنازليّة عندما $x < 0$ أو $x > 0$

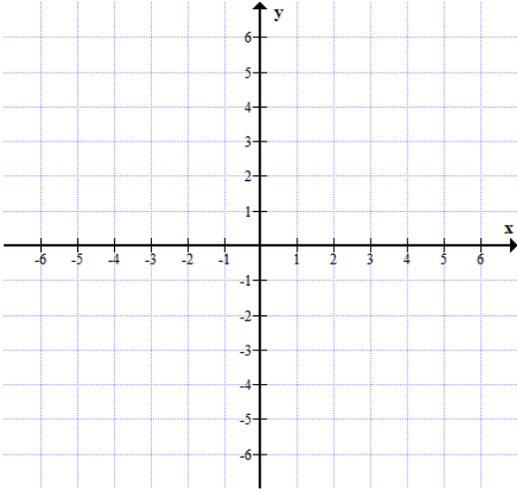
نتمّرّن:



1. ارسموا في هيئة المحاور الخطّ البيانيّ للدالة $f(x) = \frac{1}{x} + 2$

يمكن الاستعانة في التطبيق Desmos للرّسم.

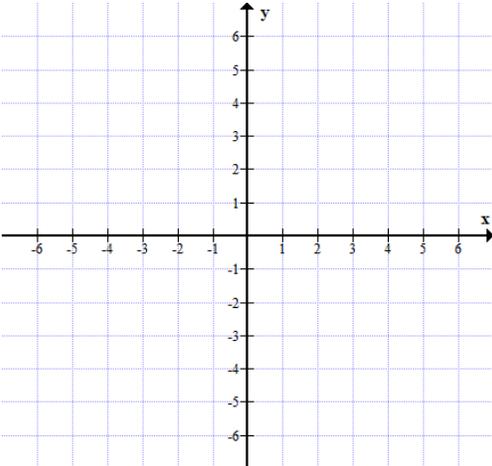
ما هو مجال تعريف الدالة؟



2. ارسموا في هيئة المحاور الخطّ البيانيّ للدالة $f(x) = \frac{1}{x+2}$

يمكن الاستعانة في التطبيق Desmos للرّسم.

ما هو مجال تعريف الدالة؟

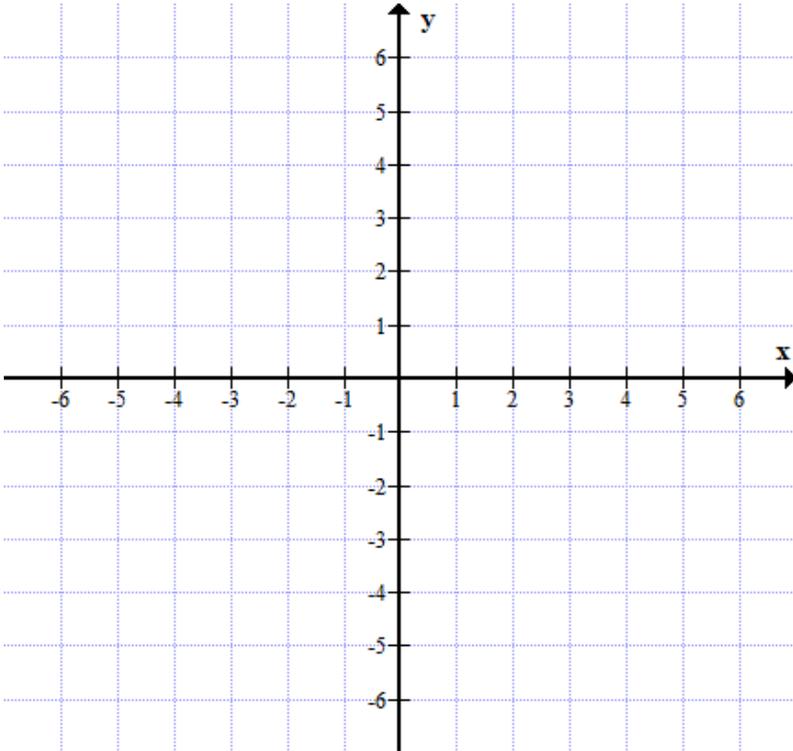


هـ. لنتعرّف على الخطّ البيانيّ للدّالة $f(x) = \frac{1}{x^2}$

أ. ما هو مجال تعريف الدّالة؟

ب. نستعين بجدول القيم لرسم الخطّ البيانيّ للدّالة:

x	-3	-2	-1	-0.5	-0.25	0	0.25	0.5	1	2	3
$f(x) = \frac{1}{x^2}$											



للتّناقش:

- هل يُمكن وجود نقاط صفرية للدّالة؟
- هل يوجد للدّالة نقاط قصوى؟
- حدّدوا في أيّ مجال الدّالة تصاعديّة / الدّالة تنازليّة.
- حدّدوا في أيّ مجال الدّالة موجبة / الدّالة سالبة.

افحصوا الرّسم البيانيّ للدّالة بواسطة التطبيق Desmos <https://www.desmos.com>



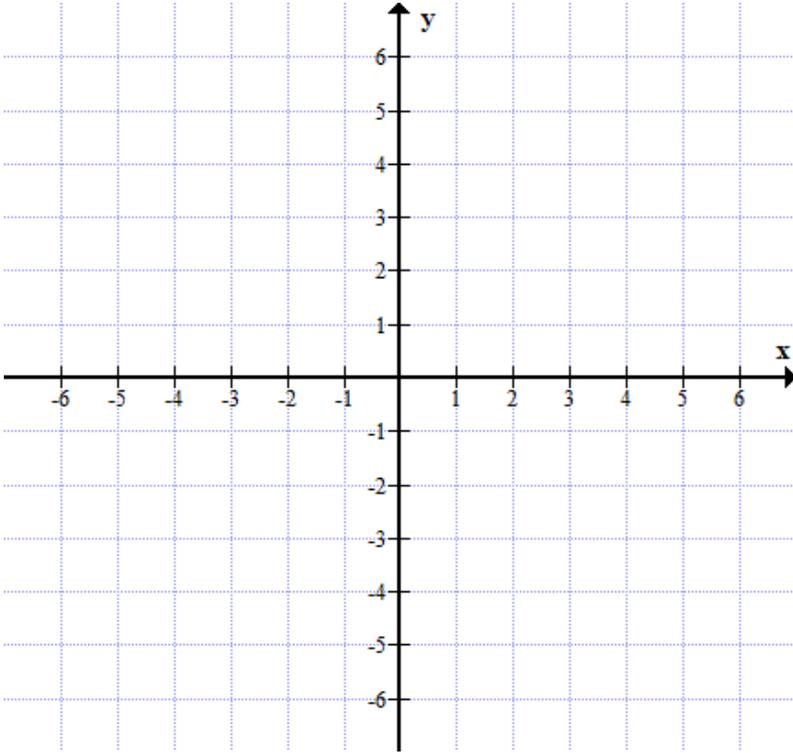
Desmos | Graphing Calculator

و. لتعرّف على الخطّ البيانيّ للدّالة $f(x) = \frac{1}{|x|}$

أ. ما هو مجال تعريف الدّالة؟

ب. نستعين في جدول القيم لرسم الخطّ البيانيّ للدّالة:

x	-3	-2	-1	-0.5	-0.25	0	0.25	0.5	1	2	3
$f(x) = \frac{1}{ x }$											



للتّناقش:

- هل يمكن وجود نقاط صفريّة للدّالة؟
- هل يوجد للدّالة نقاط قصوى؟
- حدّدوا في أيّ مجال الدالة تصاعديّة / الدالة تنازليّة.
- حدّدوا في أيّ مجال الدالة موجبة / الدالة سالبة.

افحصوا الرّسم البيانيّ للدّالة بواسطة التطبيق <https://www.desmos.com> Desmos

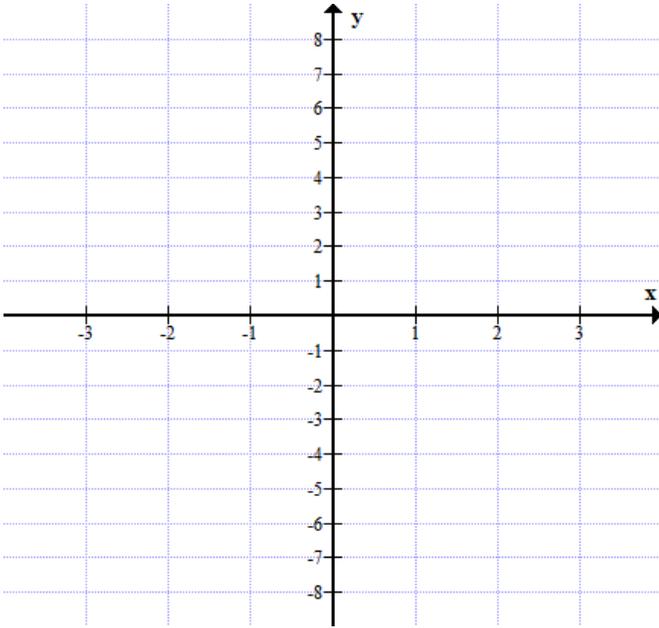
 Desmos | Graphing Calculator

ز. لتعرّف على الخطّ البيانيّ للدّالة $f(x) = x^3$

أ. ما هو مجال تعريف الدّالة؟

ب. نستعين بجدول القيم لرسم الخطّ البيانيّ للدّالة:

x	-2	-1	-0.5	0	0.5	1	2
$f(x) = x^3$							



للنقاش:

- هل يوجد للدّالة نقاط صفرية؟
- هل يوجد للدّالة نقاط قصوى؟
- حدّدوا في أيّ مجال الدّالة تصاعديّة / الدّالة تنازليّة.
- حدّدوا بأيّ مجال الدّالة موجبة / الدّالة سالبة.

افحصوا الرّسم البيانيّ للدّالة بواسطة البرنامج Desmos <https://www.desmos.com>

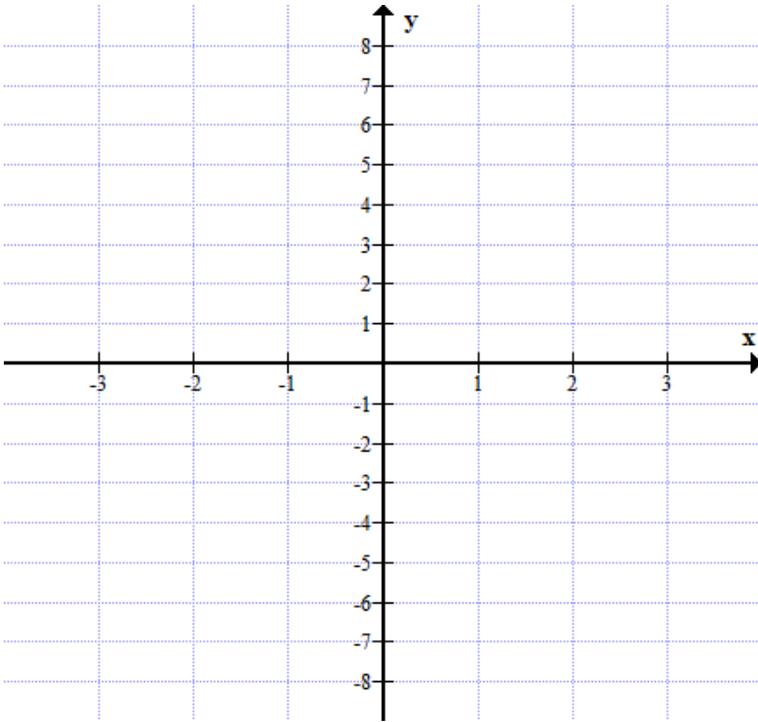
 Desmos | Graphing Calculator

ح. لتعرّف على الرّسم البيانيّ للدّالة $f(x) = x^3 + 1$

أ. ما هو مجال تعريف الدّالة؟

ب. نستعين بجدول القيم لرسم الخطّ البيانيّ للدّالة:

x	-2	-1	-0.5	0	0.5	1	2
$f(x) = x^3 + 1$							



للنقاش:



- هل يوجد للدّالة نقاط صفريّة؟
- هل يوجد للدّالة نقاط قصوى؟
- حدّدوا بأيّ مجال الدّالة تصاعديّة / الدالة تنازليّة
- حدّدوا بأيّ مجال الدّالة موجبة /الدّالة سالبة

افحصوا الرّسم البيانيّ للدّالة بواسطة البرنامج <https://www.desmos.com> Desmos

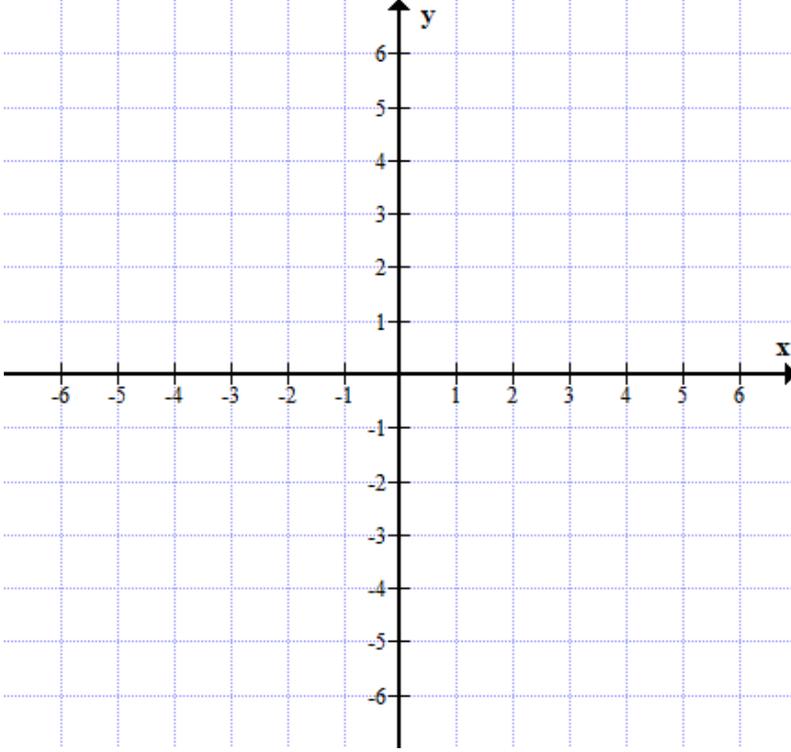


Desmos | Graphing Calculator

ط. لتعرّف على الرّسم البيانيّ للدّالة $f(x) = \sqrt{x}$

ما هو مجال تعريف الدّالة؟

يُمكن الاستعانة بالبرنامج Desmos للرّسم.



للتّقاش:

- هل يوجد للدّالة نقاط صفريّة؟
- هل يوجد للدّالة نقاط قصوى؟
- حدّدوا بأيّ مجال الدّالة تصاعديّة / الدّالة تنازليّة
- حدّدوا بأيّ مجال الدّالة موجبة / الدّالة سالبة

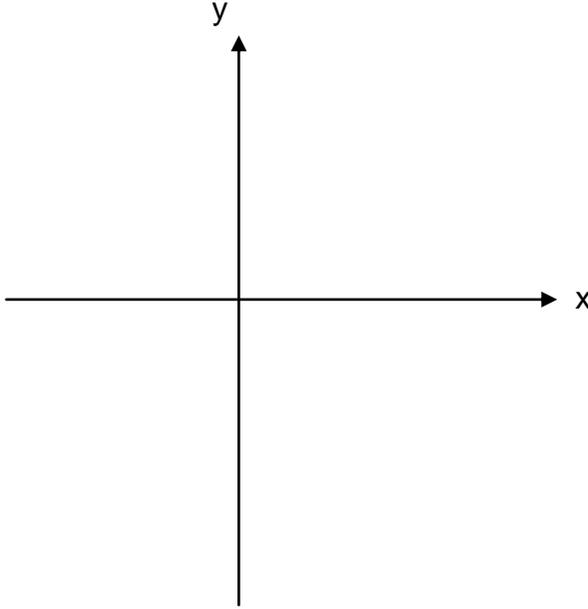
افحصوا الرّسم البيانيّ للدّالة بواسطة البرنامج Desmos <https://www.desmos.com>



Desmos | Graphing Calculator



أ. ارسموا رسم ممكن للدالة التربيعية (قطع مكافئ) $f(x)$ التي رأسها بالنقطة (1,4) ونقاط تقاطعها مع محور x هي عندما $x = -1$ و $x = 3$.



ب. ارسموا (في نفس هيئة المحاور) رسم ممكن للدالة التربيعية (قطع مكافئ) $g(x)$ التي رأسها بالنقطة (2,-9) و إحدى نقطتي تقاطعها مع محور x هي عندما $x = 5$

أسئلة بعد الرسم:

1. ما هو عدد حلول المعادلة: $f(x) = 7$ ؟ والمعادلة: $g(x) = 7$ ؟

ب. لأي قيم x يتحقق:

أ. $f(x) > 0$ ب. $f(x) < 0$ ج. $g(x) > 0$ د. $g(x) < 0$

ج. معلوم أنه عندما $x = 4$ ، $f(x) = g(x)$

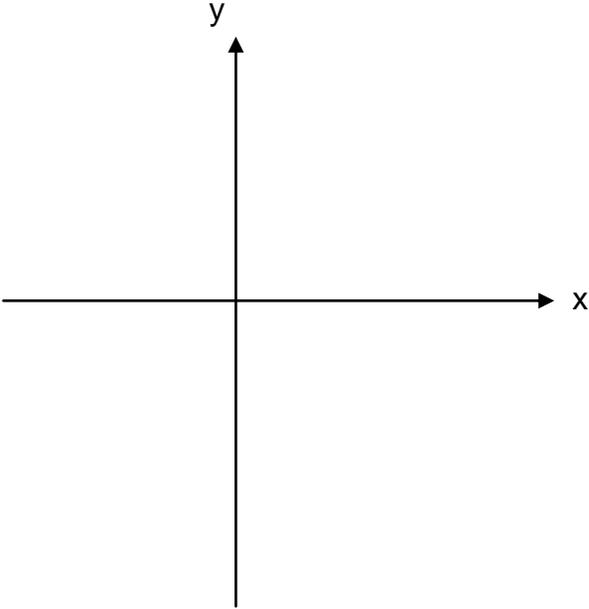
لأي قيم x يتحقق: أ. $g(x) < f(x)$ ب. $g(x) > f(x)$

د. نُعرّف دالة جديدة التي تحقق: $h(x) = f(x) - 3$

سجّلوا إحداثيات نقطة الرأس لـ $h(x)$.

هـ. نُعرّف دالة جديدة $p(x)$ التي تحقّق: $p(x) = |g(x)|$

ارسموا رسمة ممكنة لـ $p(x)$



و. معطى أن: $m(x) = f(x + 2)$ أكتبوا النقاط الصفرية للدالة $m(x)$

ز. عرّفوا دالة جديدة تحقّق علاقة مُعيّنة مع $f(x)$ أو $g(x)$ ثم اطلبوا من أحد زملائكم أن يشرح هذه العلاقة أو أن يرسمها.

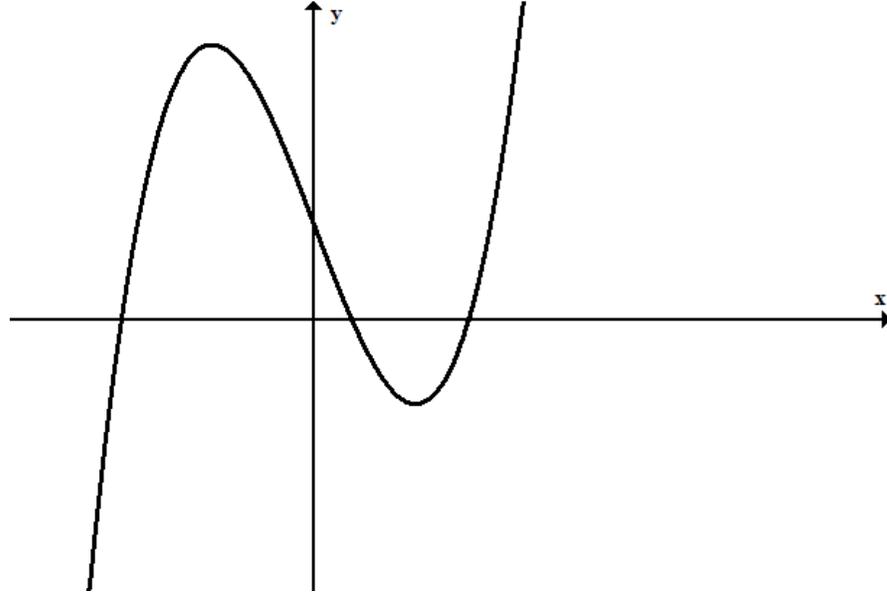
ملاحظة: التمرين مبني على سؤال في الصيغة العادية التي تظهر في كتب التدريس: جدوا لأي قيم x تكون قيم القطع المكافئ (1) أكبر في من قيم القطع المكافئ (2)

$$(1) \quad y = x^2 - 4x - 5$$

$$(2) \quad y = -x^2 + 2x + 3$$

دليل: بعد مناقشة الرّسم حسب صفات مُعطاة، يُمكنك "كتابة" الدوالّ في برنامج DESMOS حيث ستظهر الرّسوم البيانيّة بشكل دقيق على لوح البرنامج وهذا يساعد على تسهيل النقاش والإجابة على باقي البنود.

2. أمامكم الخط البياني للذالة $f(x)$ المعرفة لكل x



هـ. يوجد للمعادلة $y = 2$ _____ نقاط تقاطع مع $f(x)$

يوجد للمعادلة $y = -3$ _____ نقاط تقاطع مع $f(x)$

يوجد للمعادلة $y = 6$ _____ نقاط تقاطع مع $f(x)$

و. أكتبوا قيمة مُعينة لـ k بحيث يكون
للمعادلة $y = k$ ثلاث نقاط تقاطع مع $f(x)$
 $k =$ _____

ز. أكتبوا المجال الذي يُمكن أن تكون به قيم k الذي به
يكون للمعادلة $y = k$ ثلاث نقاط تقاطع مع $f(x)$

ح. ما هو عدد نقاط تقاطع الذالة $g(x) = f(x) + 3$ مع محور x ؟

ط. جدوا إحداثيات النقط القصوى للذالة
 $t(x) = f(x - 1)$

ك. أرسموا في هيئة المحاور الخط البياني
للذالة $g(x) = |f(x)|$

أ. جدوا نقاط التّقاطع مع المحاور:

محور y : _____

محور x : _____

ب. ما هو المجال الموجب للذالة؟
_____ ما هو المجال السالب للذالة؟

خ. جدوا إحداثيات النقط القصوى للذالة.
سجّلوا بجانب كلّ نقطة هل هي نقطة نهاية
صغرى أم نقطة نهاية عظمى.

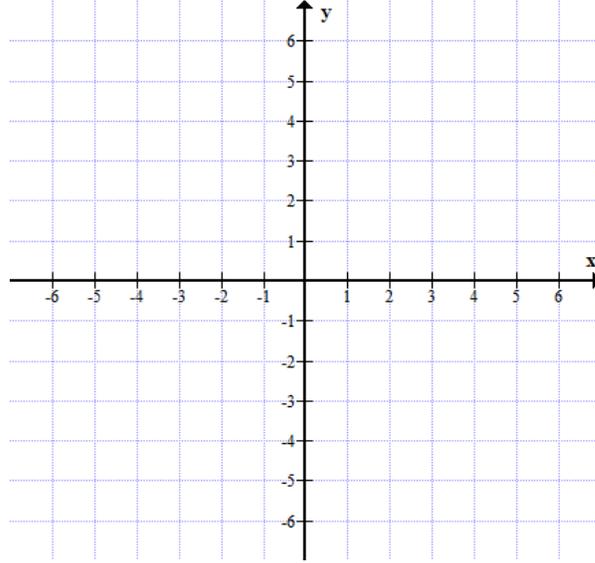
د. بأيّ مجال تكون الذالة تصاعديّة؟

بأيّ مجال تكون الذالة تنازليّة؟

3.أ. جدوا نقاط تقاطع الدالة $f(x) = (x + 4)(x - 2)(x - 5)$ مع محور x .

ب. ارسموا الخط البياني للدالة في هيئة المحاور (رمز: افحصوا بأي مجال الدالة موجبة وبأي مجال الدالة سالبة).

ج. اشرحوا لماذا يوجد للدالة على الاقل نقطة نهاية صغرى واحدة ونقطة نهاية عظمى واحدة.

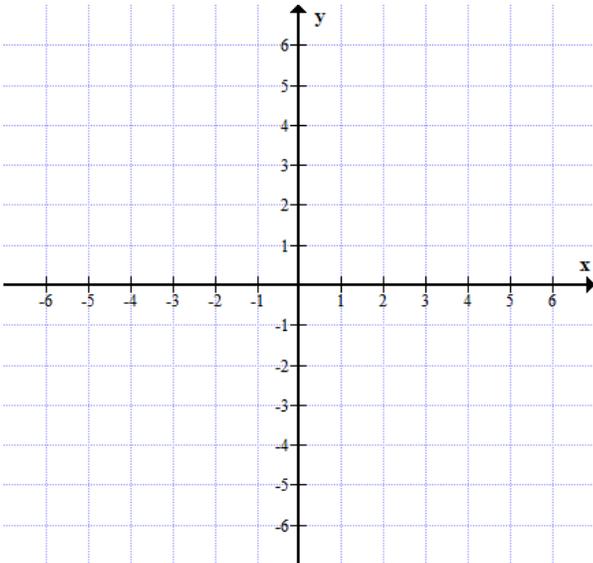


4.أ. جدوا التقاط الصفرية للدالة

$$g(x) = (x + 4)^2 \cdot (x - 2)$$

ب. جدوا المجال الموجب والسالب للدالة.

ج. ارسموا الخط البياني للدالة.



5. ارسموا الخطوط البيانية للدوال التالية:

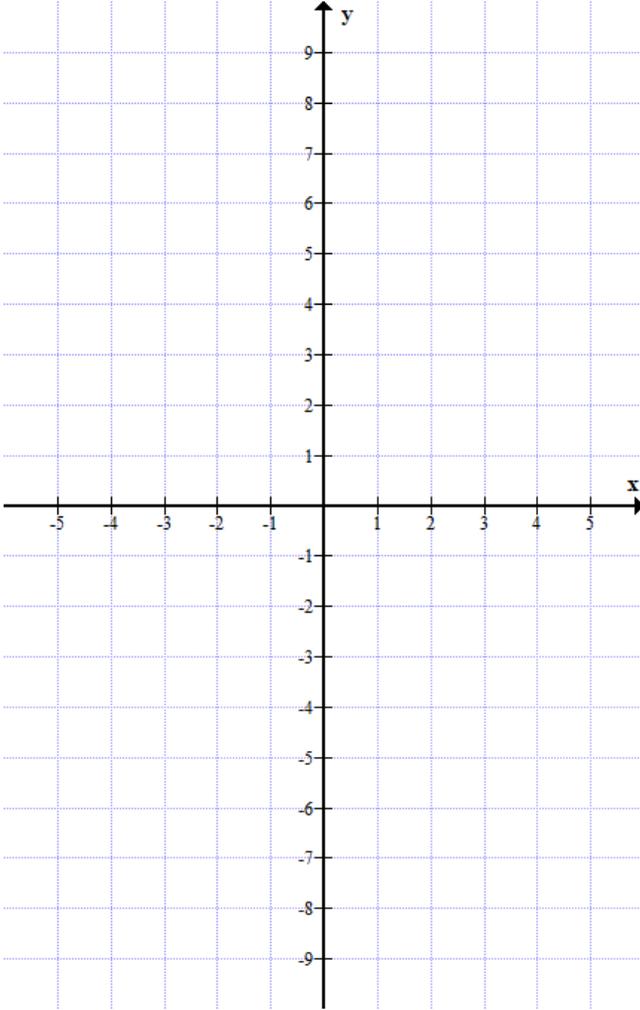
(جدوا أولاً النقاط الصفرية)

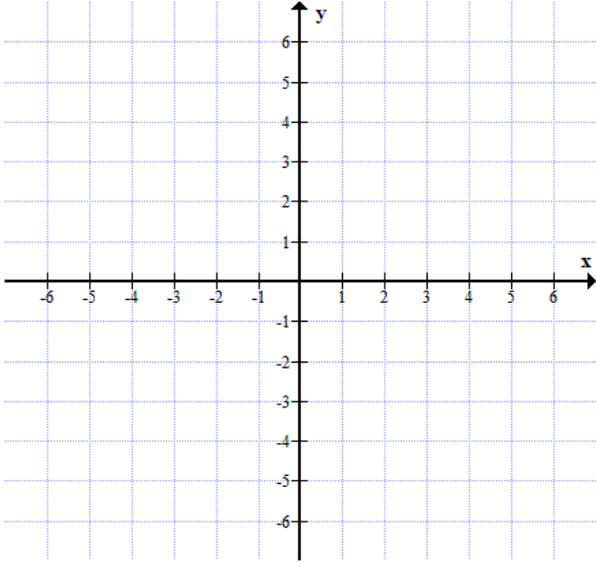
أ. $G(x) = (x - 3)(x + 1)(x - 1)$.

ب. $F(x) = (x - 3)^2(x + 1)(x - 1)$.

ج. $H(x) = (x - 3)(x + 1)^2(x - 1)$.

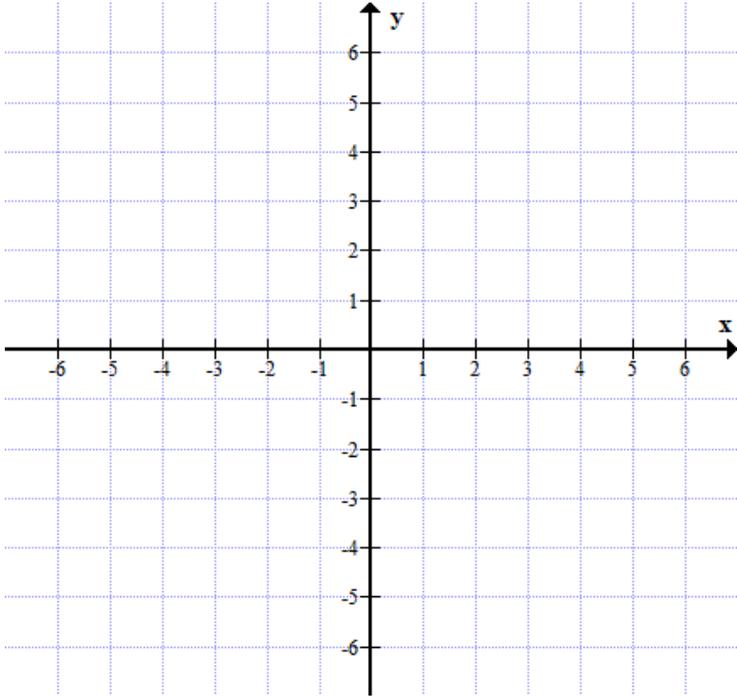
د. $P(x) = (x - 3)^2(x + 1)^2$.





6. أ. حلوا المعادلة التآلية $x^3 - 10x^2 + 21x = 0$

ب. ارسموا الخط البياني للذآلة $y = x^3 - 10x^2 + 21x$



6. معطاة الذآلة $f(x) = x^3 - 3x^2$

الذآلة معرفة لكل x ، متصلة.

التقاط القصوى الوحيدة للذآلة هي:

(0,0) نقطة نهاية عظمى

(2,-4) نقطة نهاية صغرى

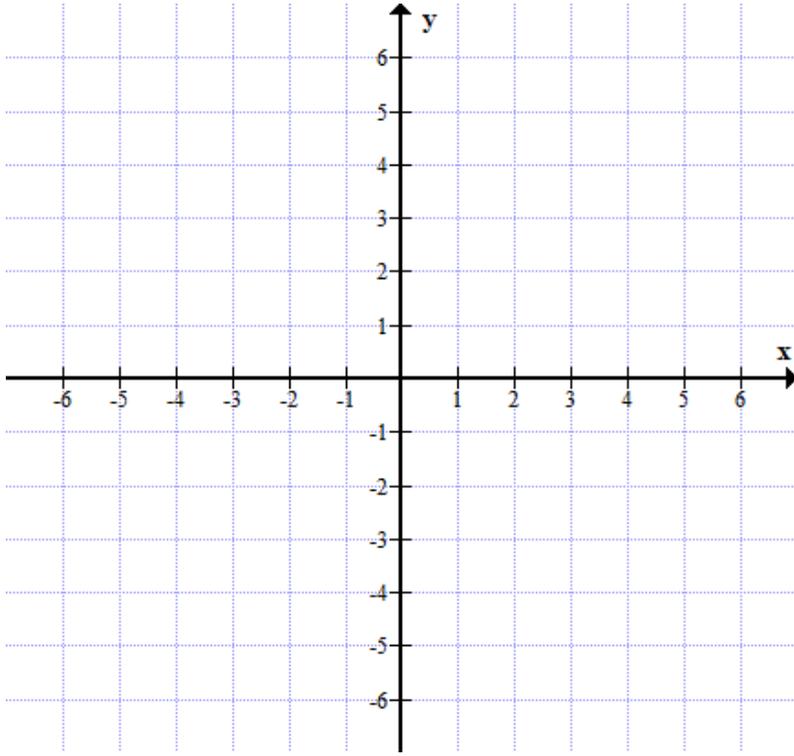
أ. جدوا نقطة التآطع مع محور y .

ب. جدوا نقاط التآطع مع محور x .

ج. هل يُمكن تحديد المجالات الموجبة

والسآلية للذآلة؟ اشرحوا.

د. ارسموا الخط البياني للذآلة.



8. معطاة الدالة $y = (x - 2)^2 \cdot (x + 2)$

الدالة معرفة لكل x ، متصلة.

أ. جدوا نقطة التقاطع مع محور y .

ب. جدوا نقاط التقاطع مع محور x .

ج. هل يُمكن تحديد مجالات التّصاعد والتّنازل للدّالة؟

اشرحوا.

د. هل من الممكن تحديد المجالات الموجبة والسّالبة

للدّالة؟ اشرحوا.

هـ. ما هي المعلومة اللازمة لرسم الخطّ البيانيّ للدّالة؟

9. معطاة الدالة $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$

الدالة معرفة لكل x ، متصلة. النقاط القصوى الوحيدة للدّالة هي: (احداثيات النقاط هي أعداد مقربة)

(0.45, 0.65) نقطة نهاية عظمى

(2.2, -2.1) نقطة نهاية صغرى.

أ. جدوا نقطة التقاطع مع محور y .

ب. جدوا نقاط التقاطع مع محور x .

ج. هل يُمكن تحديد مجالات تصاعد وتنازل الدّالة؟ اشرحوا

د. هل يُمكن تحديد المجالات الموجبة والمجالات السّالبة للدّالة؟

اشرحوا

هـ. ارسّموا الخطّ البيانيّ للدّالة.

