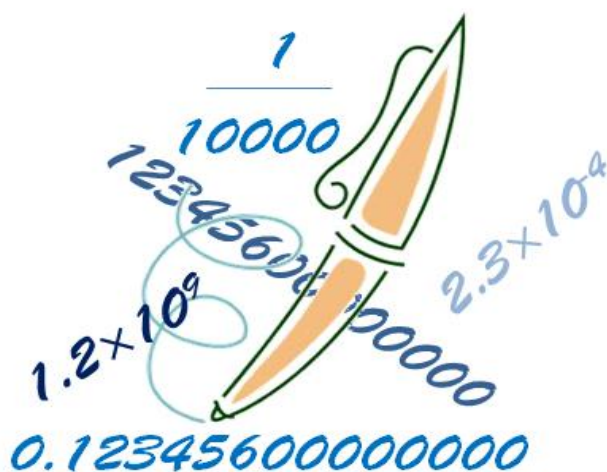


כתיבה מדעית

של מספרים

למורה



פיתוח : המרכז הארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי

קישור לקובץ http://highmath.haifa.ac.il/kita_madait/ktiva_madait_more.pdf

פורסם באתר מרכז המורים: <http://highmath.haifa.ac.il>

כתובת המערכת

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל-יסודי

הפקולטה לחינוך אוניברסיטת חיפה

שדרות אבא חושי 199, הר הכרמל, חיפה, מיקוד 3498838

טל. 04-8288351, פקס: 04-8240757

דוא"ל: hmathcntr@edu.haifa.ac.il

חלק מהמשימות מבוססות על פעילויות "**מהסביבה הממוחשבת – לראות מתמטיקה:**

פונקציות"

בהוצאת מטה, המרכז לטכנולוגיה חינוכית,

<http://www.cet.ac.il/math/function/index.htm>

ומפיצוחים שפותחו על ידי **המרכז הארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי.**

<http://highmath.haifa.ac.il>

בנוסף יש הפניות לפעילויות באתרים אלו.

יצא לאור במימון האגף למדעים במזכירות הפדגוגית
ומינהלת מל"מ המרכז הישראלי לחינוך מדעי טכנולוגי
© כל הזכויות שמורות למשרד החינוך



מינהלת מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי
טכנולוגי ע"ש עמוס דה שליט



אוניברסיטת חיפה
הפקולטה לחינוך



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי

المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلتين الاعدادية والثانوية

בתכנית הלימודים בפיזיקה (תכנית העתודה המדעית טכנולוגית – תשע"ד) מצינים את הידע במתמטיקה הנדרש להבנת נושאי הלימוד בפיזיקה. כאחד הנושאים הראשונים הנחוצים להבנת החומר בפיזיקה מופיע הנושא: "הבנה של סדרי גודל כולל שימוש בחזקות לתיאור מרחקים גדולים בחלל".

בתכנית הלימודים במתמטיקה לכיתה ז' (משרד החינוך, תשע"ד) מופיע הנושא "חזקות עם מעריך טבעי".

לפי התכנית, הנושא יילמד כמה חודשים אחרי פתיחת שנת לימודים. במסגרת לימוד הנושא תכנית הלימודים מכתובה הכרות ראשונית עם מושג החזקה עם מעריך טבעי. אין התייחסות לכתובה מדעית.

היחידה הנוכחית בונה גשר מהמתמטיקה אל הפיזיקה ומקנה מושג ראשוני ואינטואיטיבי של הכתיבה המדעית. למרות שטרם למדו את מושג החזקה ואת הפעולות על חזקות, התלמידים יעסקו בכתיבה מקוצרת של מספרים בשימוש בחזקות של 10. בסיום לימוד היחידה התלמידים אמורים להכיר את הכתיבה בצורה המדעית של מספרים וכיצד היא מסייעת להעריך סדרי גודל של מספרים. התלמידים ילמדו להציג מספרים בצורה מדעית, למרות שלא יהיו ממש מודעים לפעולות מתמטיות שבבסיס ההצגה הזאת.

מאוד מומלץ לסמוך על האינטואיציה ועל התבונה של התלמידים. רובם יוכלו להתמודד עם המשימות אם ינתן להם זמן מספיק ואם הם יקבלו מהמורה עידוד לגלות, לנחש ולהמציא.

מהי מתמטיקה?

דיון קצר בתפקידה של מתמטיקה כשפת המדעים ובצורך בכתיבה מדעית. חשוב לעודד את התלמידים להביא דוגמאות של מספרים גדולים או קטנים מאוד, שאותם הם ימצאו לבד במקורות מידע שונים. אם יש תלמידים שמתקשים למצוא מספרים כאלה, אפשר לכוון אותם לאתרים מסוימים. הנה כמה דוגמאות:

- האתר המציג את מספר תושבי כדור הארץ בכל רגע נתון

<http://www.worldometers.info/world-population>

- כמה כוכבים יש בשמיים?

<http://www.mada.org.il/exhibitions/mars/stars>

- מדע כדור הארץ : מהו היקף כדור הארץ?

<http://lib.cet.ac.il/pages/item.asp?item=10994>

מספרים גדולים (מאוד)

כוכבי הלכת

לפי ההגדרה של האיגוד האסטרונומי הבינלאומי כוכב לכת הוא גרם שמים במערכת השמש (שאינו כוכב!), הנמצא במסלול סביב השמש ובעל מסה גדולה שצורתו קרובה לצורה כדורית.

זאת ההזדמנות של התלמידים ללמוד מהם כוכבי הלכת ואת שמותיהם. קיימים שמונה כוכבי לכת, וכאן מוצגים שמותיהם ומסות של כל השמונה. כדי לשכנע את התלמידים בנחיצות כתיבה אחידה ומקוצרת, המספרים המבטאים את המסות מופיעים בצורתם המלאה ולא מאורגנים כך שקל להשוותם.

משימה 1

1. סדרו את המסות של כוכבי הלכת לפי סדר עולה.

2. הציעו דרכים שונות המקלות על השוואת המספרים הגדולים האלה.

3. דונו עם הכיתה ועם המורה על דרכים שונות להשוואת מספרים גדולים.

תשובה: יש לעודד את התלמידים להציע שיטות שונות וקלות להשוואה. למשל, אפשר לארגן את המספרים בטבלה, להפריד כל שלוש ספרות (החל מהספרה הימנית ביותר) על ידי פסיק, אפשר לכתוב את כל המספרים בטור – אחד מתחת לאחר – כך שהיחידות יהיו מתחת ליחידות, עשרות – מתחת לעשרות וכו'.

משימה 2

לכתיבת המספרים אסף הציע את השיטה הבאה: במקום לכתוב את המסה של כדור הארץ במספר ארוך כזה 5974200000000000000000 ק"ג, הוא הציע לכתוב 59742×10^{20} ק"ג.

א. מהי לדעתכם המשמעות של 10^{20} ?

ב. כתבו את המספרים בלי שימוש בחזקה:

■ 12×10^5

■ 235×10^4

■ 3.2×10^3

■ 107.23567×10^5

■ 0.87×10^8

תשובה: ההצעה של אסף היא להחליף את האפסים בסוף המספר ב- 10 בחזקה השווה למספר האפסים במספר המקורי. התלמידים יגלו באופן אינטואיטיבי (וויזואלית) מהי שיטתו של אסף. אפשר לשאול אותם מדוע בשיטה של אסף משתמשים בסימן כפל ומה משמעותה של המכפלה. בסעיף ב' התלמידים יעשו פעולה הפוכה לזאת של אסף: הם יחליפו את החזקה של 10 במספר אפסים המתאים למעריך החזקה.

אין צורך לנקוט במונחים "בסיס" ו"מעריך" החזקה. (לא בשלב הזה. הם ילמדו זאת בהמשך לימודיהם)

1. ההצעה של אסף נכונה.

א. הסבירו את ההצעה.

ב. כתבו את המסות של כל כוכבי הלכת על פי ההצעה של אסף.

ג. סדרו את המסות של כוכבי הלכת לפי סדר עולה.

האם ההצעה של אסף הופכת את תהליך ההשוואה לקל יותר?

תשובה: התלמידים יכולים להציע שיטות שונות לכתיבת המספרים. למשל, את

המספר $5,974,200,000,000,000,000,000$ הם יכולים לכתוב כך:

5.9742×10^{20} או 5974.2×10^{21} או 5.9742×10^{24}

כל הייצוגים האלה הם לגיטימיים. עם זאת ברור שאם המספרים מוצגים בשיטות שונות, קשה להשוות אותם. למשל, לא קל להשוות 5.9742×10^{24} ו- 4.8685×10^{20} . בכל זאת ההצעה של אסף הופכת את ההשוואה לקלה יותר: אם נציג כך את כל המספרים נוכל לסדר את השמות של כוכבי הלכת בסדר עולה לפי המסות שלהם כך: כוכב חמה, מאדים, נוגה, כדור הארץ, נפטון, אורנוס, שבתאי.

2. כתבו את המספרים בלי שימוש בחזקה:

א. 10^5

ב. 10^4

ג. 10^3

ד. 10^2

ה. 10^1

ו. 10^0

מה המשמעות של המעריך בכל אחד מהמספרים?

תשובה: במשימה הזאת מקבלים סדרה שקל לראות בה את החוקיות: בכל מספר יש אפס אחד פחות ממספר האפסים במספר הקודם: 10, 100, 1000, 10000, 100000. לפי החוקיות הזאת במספר האחרון שהוא 10^0 לא צריכים להיות אפסים בכלל. מכאן נראה שהגיוני להגדיר: $10^0 = 1$. ואכן זה מה שהמתמטיקאים קבעו.

3. מירי טוענת שמהירות ההליכה שלה היא כ- 4.5×10^0 ק"מ לשעה. מהי לדעתכם המשמעות של 10^0 ? האם הטענה של מירי הגיונית?

תשובה: כפי שראינו המשמעות של 10^0 היא 1. מירי בעצם טוענת שמהירות ההליכה שלה היא כ- 4.5 ק"מ לשעה. זה הגיוני מאוד.

משימה 3

1. חשבו בעזרת מחשבון מדעי:
 - א. 37258×43451
 - ב. $123456789000000 \times 987654321000000$
 - ג. $1111111111111000000 \times 20202020$
 - ד. $54321 \times 10^5 \times 2468 \times 10^8$
 - ה. $12.4 \times 10^2 \times 132 \times 10^4$
2. דונו עם הכיתה בשיטות השונות לחישוב שבהן השתמשתם.
3. היכן נתקלתם בקשיים? כיצד התמודדתם איתם?

תשובה: סעיף א מוכר לתלמידים. בסעיפים ב ו- ג התלמידים יכניסו למחשבון את המספרים (הגורמים) כמו שהם. כדאי שהתלמידים ישימו לב שבהופעת הספרות של המספרים יש חוקיות, שהופך את פעולת ההכנסה של המספרים לפעולה קלה. יתכן שבמחשבוני שונים התוצאות יופיעו קצת שונה, אבל בכולם התוצאות יוצגו בכתיבה מדעית. למשל: $1.219337185200427e+28$.

אפשר לעצור אחרי שני סעיפים אלה ולדון בשאלה מהי המשמעות של המספר המופיע כאן. המספר הזה כתוב בצורה מדעית, שהייצוג המקובל יותר שלה הוא: $1.219337185200427 \times 10^{28}$.

בסעיפים ד ו- ה הגורמים מופיעים בצורת מכפלה במספר שהוא חזקה של 10. כדאי שהתלמידים יגלו בעצמם כיצד לבצע זאת במחשבון שלהם. בדרך כלל עושים זאת



בתצורה המדעית של המחשבון בשימוש באפשרות x^y :

כך למשל 10^{12} יוכנס למחשבון כך: 10 לאחר מכן הקשה על מקש x^y ולאחר מכן 12.

יתכן שהתלמידים יציעו שיטות אחרות לחשב את המכפלות, למשל: לכפול את שני המספרים ללא האפסים המופיעים בסופם ואחר כך להוסיף למכפלה את מספר האפסים הדרוש. בדיון חשוב שגם המורה וגם התלמידים יקשיבו לכל שיטה ויתייחסו בחיוב לכל שיטה לגיטימית.

משימה 4

בחרו נושא אחד שמעניין אתכם מהרשימה וכתבו סיכום/מצגת והציגו בכיתה. אין הכוונה להעתיק מהאינטרנט אתר מסוים!

- א. האם יש מתמטיקאים שקיבלו פרס נובל? מהם הפרסים החשובים במתמטיקה? למי מוקדשת הכותרת "לראשונה: ישראלי זכה ב"פרס נובל למתמטיקה" למה זה מופיע במרכאות?
- ב. הציגו דוגמאות למודלים מתמטיים שתרומתם גדולה בתחומים אחרים (כמובן, בלי תיאור מתמטי מפורט).
- ג. מהי תורת המשחקים?
- ד. מהם כוכבי הלכת?
- ה. כתבו על תחומים נוספים שבהם יש שימוש במספרים מאד גדולים או התמקדו בתחום אחד כזה והרחיבו עליו.
- ו. כתבו על נושא אחר שקשור לנושא ומעניין אתכם.

הערה: משימה זו יכולה להיות פרוייקט בית שבסיומו יציגו התלמידים את עבודותיהם בפני הכיתה ו/או יפרסמו אותן באתר בית הספר. כדאי לתת לתלמידים זמן (למשל, שבוע) לחפש, ללמוד, לסכם, להכין מצגת ולהציג בפני הכיתה.

בכך תהפוך המשימה להזדמנות טובה ומעניינת (כל אחד יכול לבחור נושא שמעניין אותו) להרחבת הידע המתמטי של התלמידים ולקישור להיסטוריה של המתמטיקה ולמדעים אחרים כמו גם לפתח את מיומנויות של חיפוש מידע והצגתו בכתב ובאופן ויזואלי ומעניין.

הצורה המדעית לכתוב מספרים גדולים

משימה 1

1. כתבו סימן $<$, $>$ או $=$ בין המספרים בזוגות.

א. 12.4×10^2 _____ 12.4×10^4

ב. 1.57×10^7 _____ 1.57×10^3

ג. 12.34×10^2 _____ 5.97×10^2

ד. 1.34×10^5 _____ 56.5×10^4

ה. 1.17×10^5 _____ 1.2×10^4

ו. 0.4×10^7 _____ 1.5×10^4

תשובה: המשימה הזאת מבקשת השוואה לא טריוויאלית ולכן צריך להקצות זמן שיספיק לרוב התלמידים כדי שימצאו שיטות של עצמם.

הנה כמה שיטות אפשריות:

א. $12.4 \times 10^2 < 12.4 \times 10^4$

שני המספרים בלי אפסים שווים, לכן המספר שיהיו לו יותר אפסים הוא הגדול בין השניים.

ב. $1.57 \times 10^7 > 1.57 \times 10^3$

הסבר זהה לקודם.

ג. $12.34 \times 10^2 > 5.97 \times 10^2$

לכל אחד מהמספרים יהיו שני אפסים בסוף המספר, לכן אפשר להשוות רק את החלק שלפני האפסים. הגדול מבין השניים קובע את המספר הגדול יותר.

ד. $1.34 \times 10^5 < 56.5 \times 10^4$

ההשוואה כאן מסובכת יותר מהמקרים הקודמים. אפשר לטעון כך: 56.5 גדול מ- 1.34 כמעט פי 50. הוספת אפס בסוף המספר מגדילה את המספר פי 10, מה שכמובן נותן אפקט קטן מהאפקט של הכפלה ב- 50.

ה. $1.17 \times 10^5 > 1.2 \times 10^4$

אפשר לטעון כך:

המספרים 1.17 ו-1.2 הם מאותו סדר גודל (שניהם קרובים ל-1). ל-1.2 מוסיפים 4 אפסים, ולמספר 1.17 מוסיפים 5 אפסים. לכן $1.17 \times 10^5 > 1.2 \times 10^4$.

ו. $0.4 \times 10^7 > 1.5 \times 10^4$

אומנם 1.5 גדול מ-0.4 אך לא מספיק גדול כדי לפצות על 3 אפסים נוספים בסוף המספר.

2. דונו בשיטות שנעזרתם בהן להשוואה. בחרו את הזוגות שהיה קל להשוות. הסבירו מדוע. בחרו את הזוגות שהיה קשה להשוות. הסבירו מדוע.

תשובה: בדיון חשוב להקשיב לשיטות שונות שהתלמידים יציעו. לא תמיד קל לתלמידים אחרים (ולפעמים גם למורה) להבין מיד מהן השיטות שהתלמידים מציעים. זאת הזדמנות לנהל דיון של עמיתים, בכבוד ובהקשבה. מעניין לשמוע אילו זוגות התלמידים יבחרו כקלים להשוואה. כמובן צריך לבקש נימוק לכל טענה.

משימה 2

1. הסבירו מדוע קל להשוות את המספרים 1.34×10^5 ו- 5.65×10^5 .

תשובה: מכיוון שהגורם השני בשני המספרים הוא 10^5 , נשאר להשוות רק את 1.34 ו-5.65. ומאחר ו- $5.65 > 1.34$ אז $5.65 \times 10^5 > 1.34 \times 10^5$.

אם שני מספרים כתובים בצורה המדעית והגורם השני של שניהם זהה (אותה חזקה של 10), יש להשוות רק את שני הגורמים הראשונים שהם מאותו סדר הגודל (בין 1 ל-10).

2. סמנו את המספרים שאינם מיוצגים בצורה המדעית. הסבירו.

א. 123,000 ב. 5.33×10^2 ג. 27.3×10^5

ד. 4.02×5^2 ה. 123×10^{15} ו. 0.214×10^7

ז. 1.00×10^6 ח. 9.30003×10^4 ט. 10.32×10^2

תשובה: המספרים שאינם כתובים בשיטה המדעית הם:

10.32×10^2 , 0.214×10^7 , 123×10^{15} , 4.02×5^2 , 27.3×10^5 , 123,000

3. כתבו בצורה המדעית את המספרים הבאים:

א. 25,000 ב. 423,000 ג. 95,500

ד. 3,687 ה. 560,000,000 ו. 52.79

ז. 234.178 ח. 1.005 ט. 123.64

תשובה:

א. 2.5×10^4 ב. 4.23×10^5 ג. 9.55×10^4

ד. 3.687×10^3 ה. 5.6×10^8 ו. 5.279×10^1

ז. 2.34178×10^2 ח. 1.005×10^0 ט. 1.2364×10^2

4. נתונים מספרים בצורתם המדעית. כתבו את המספרים בלי שימוש בחזקות של 10:

א. 1.23×10^6 ב. 5.33×10^2 ג. 9.157×10^4

ד. 1.01×10^2 ה. 9.101×10^8 ו. 6.0002×10^5

ז. 0.8×10^0 ח. 2.00203×10^3 ט. 8.1×10^9

תשובה:

א. 1,230,000	ב. 533	ג. 91570
ד. 101	ה. 910,100,000	ו. 600,020

ט. 8,100,000,000	ח. 2,002.03	ז. 0.8
------------------	-------------	--------

5. תנו שלוש דוגמאות של גדלים פיזיקליים (מסה, מרחק, משקל, מהירות...) גדולים מאוד.
 כתבו אותם בשתי צורות: בלי שימוש בחזקות של 10 ובצורה המדעית.
 אפשר כמובן לחפש את הגדלים באינטרנט.

הערה: מתאים לשיעורי בית.

עשר בחזקת מספר שלילי

מה הכוונה?

כפי שציינו, התלמידים טרם למדו את הגדרת החזקה ובוודאי לא למדו מעריך שלילי של חזקה. גם כאן אנחנו לא מציגים את ההגדרה, אלא מסתפקים בהכרות "וויזואלית" אינטואיטיבית: שבר שבמונה שלו מופיע 1 ובמכנה מופיע מספר שהוא חזקה של 10 אפשר לכתוב כחזקה של 10 עם מעריך שלילי, השווה למספר האפסים במכנה. כאשר התלמידים יסיימו את משימה 1, כדאי לבקש מהם לתאר מהי לדעתם חזקה שלילית של 10. חשוב לדון בכך ש-10 בחזקת מספר שלילי איננו מספר שלילי. לאחר מכן בעת ביצוע התרגילים הבאים אפשר לברר האם התלמידים הבינו מתי וכיצד כותבים מעריך שלילי. אין צורך לנקוט במונחים "בסיס" ו"מעריך" (הם יכירו את המושגים בהמשך לימודיהם).

משימה 1

1. כתבו את המספרים על ידי חזקות של 10:

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 1000000 \end{array} \quad \text{א.}$$
$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 1000000000000 \end{array} \quad \text{ב.}$$
$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 100000000000000 \end{array} \quad \text{ג.}$$

תשובה:

א. 10^{-6}

ב. 10^{-11}

ג. 10^{-12}

2. העלו השערה כיצד צריך לייצג את המספרים הבאים בעזרת חזקות שליליות של

10:

א. $\frac{3}{10}$

ב. $\frac{5}{100}$

ג. $\frac{121}{10000}$

ד. $\frac{250}{100000}$

ה. $\frac{127}{10000}$

תשובה: אפשר לבצע את תחילת המשימה (כמה מספרים) עם כל הכיתה ולנהל דיון כולל נימוקים, או לעודד את התלמידים לבצע את המשימה בקבוצות ולאחר מכן לדווח לכיתה.

אחת הדרכים היא להציג כל שבר כמכפלה של המונה בשבר שבמונהו 1 ובמכנהו חזקה של 10, למשל:

$$\frac{121}{10,000} = 121 \times \frac{1}{10,000} = 121 \times \frac{1}{10^5} = 121 \times 10^{-5}$$

כדי לא להעמיס יותר מדי על התלמידים, לא מבקשים במשימה הזאת להציג את המספרים בצורתם המדעית דווקא.

3. העלו השערה מהי הצורה המדעית של $\frac{3}{100}$

תשובה: כאשר הגדרנו את הצורה המדעית של מספרים גדולים, הגדרנו שני תנאים: **הגורם הראשון גדול או שווה ל-1 וקטן מ-10 והגורם השני הוא חזקה של 10.** ההגדרה הזאת תקפה גם למספרים קטנים, שבהם הגורם השני יהיה 10 בחזקה שלילית.

4. סמנו את המספרים שלדעתכם כתובים בצורה המדעית:

א. $\frac{1}{1000} \times 10^{-3}$

ב. 5.2×10^{-1}

ג. 24×10^{-5}

ד. 0.3×10^{-2}

ה. 1.23444×10^{-3}

תשובה: אפשר לבקש מהתלמידים לבצע את משימות 3 ו-4 בקבוצות ולאחר מכן לדון בפתרונות בכיתה. כאשר התלמידים טוענים שמספר מסוים אינו מופיע בצורה המדעית, עליהם לנמק את הטענה.

המספרים שמוצגים בצורה מדעית הם:

$$1.23444 \times 10^{-3} \quad 5.2 \times 10^{-1}$$

במשימה זאת כדאי לבדוק שהתלמידים כותבים נכון את החזקה של 10.

כדי לכתוב בצורה מדעית מספר שהמונה שלו גדול מ-10, מקטינים את המונה כך שהוא יהיה בין 1 ל-10, כלומר מקטינים את השבר פי 10, 100 וכו'. כדי שערכו של השבר לא ישתנה, יש להקטין גם את המכנה פי 10, 100 וכו', מה שמקטין את מספר האפסים.

$$\text{דוגמה: } \frac{23}{10000} = \frac{23:10}{10000:10} = \frac{2.3}{1000} = 2.3 \times 10^{-3}$$

5. כתבו את המספרים הבאים בצורה המדעית:

$$\begin{array}{r} 11 \\ \hline 10000 \end{array} \quad \text{א.}$$

$$\begin{array}{r} 765 \\ \hline 100000 \end{array} \quad \text{ב.}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 10000000 \end{array} \quad \text{ג.}$$

$$\begin{array}{r} 76.9 \\ \hline 10000 \end{array} \quad \text{ד.}$$

תשובה:

$$\text{א. } 1.1 \times 10^{-3}$$

$$\text{ב. } 7.65 \times 10^{-3}$$

$$\text{ג. } 1 \times 10^{-7}$$

$$\text{ד. } 7.69 \times 10^{-3}$$

6. כתבו את המספרים הבאים בלי שימוש בחזקות של 10:

א. 2.3×10^{-3}

ב. 7.12×10^{-1}

ג. 24×10^{-5}

ד. 0.3×10^{-2}

ה. 1.23444×10^{-3}

תשובה: כל מספר יופיע בצורת שבר, למשל:

$$2.3 \times 10^{-3} = \frac{2.3}{1000} = \frac{23}{10000}$$

7. כתבו סימן $<$, $>$ או $=$ בין המספרים בזוגות.

א. 1.57×10^{-2} _____ 1.57×10^{-3}

ב. 1.17×10^{-4} _____ 1.2×10^{-4}

ג. 1234×10^{-6} _____ 5.97×10^{-2}

תשובה: המשימה הזאת מבקשת השוואה לא טריוויאלית ולכן צריך להקצות זמן שיספיק לרוב התלמידים כדי שימצאו שיטות של עצמם.

הנה כמה שיטות אפשריות:

בכל זוג כתבו סימן $<$, $>$ או $=$ בין המספרים.

א. $1.57 \times 10^{-2} > 1.57 \times 10^{-3}$

$$1.57 \times 10^{-2} = \frac{1.57}{10^2} = \frac{1.57}{100} = \frac{157}{10000} = 0.0157$$

$$1.57 \times 10^{-3} = \frac{1.57}{10^3} = \frac{1.57}{1000} = \frac{157}{100000} = 0.00157$$

הסבר נוסף: שני המספרים הכופלים את החזקה של 10 הם שווים.

$10^{-2} > 10^{-3}$ כלומר $\frac{1}{10^2} > \frac{1}{10^3}$ ולכן, 1.57×10^{-2} הוא המספר הגדול מבין השניים.

ב. $1.17 \times 10^{-4} < 1.2 \times 10^{-4}$

החזקות של 10 שוות ולכן אפשר להשוות רק את המספרים הכופלים אותם. הגדול מבין השניים קובע את המספר הגדול יותר.

ג. $1234 \times 10^{-6} < 5.97 \times 10^{-2}$

ההשוואה כאן מסובכת יותר מהמקרים הקודמים. אפשר לטעון כך: 5.97 קטן מ-1234 בערך פי 200. 10^{-2} גדול מ- 10^{-6} פי 10,000 ולכן המספר 5.97×10^{-2} גדול יותר.

8. תנו שלוש דוגמאות של גדלים פיזיקליים קטנים מאוד. כתבו אותם בשתי צורות: בלי שימוש בחזקות של 10 ובצורה המדעית. אפשר כמובן לחפש את הגדלים באינטרנט.

תשובה: מתאים לשיעורי בית.

טכנולוגיה לרשות חזקות של 10

משימה 1

חשבו בעזרת מחשבון מדעי. עבור כל תרגיל העתיקו את תוצאתו מהמחשבון כפי שהתוצאה מיוצגת בו.

א. $123,456,789,100 \times 100,000,000$

ב. $8,070,605,040,302,010 \times 12,345,789,101,112$

דונו עם הכיתה ועם המורה בייצוג התוצאות במחשבון ובקשר של ייצוגן לכתיבה בצורה המדעית של המספר.

תשובה: כאשר מכפילים את המספרים הנתונים, מקבלים מספר שבו 20 ספרות. בדרך כלל בחלון של מחשבון סטנדרטי (לא מדעי) אין מקום למספר "ארוך" כזה. לכן התשובה תופיע בצורה המדעית, למשל תרגיל בסעיף א' יוצג כך: $1.23456789e+19$

רוב התלמידים ינחשו שככה מיוצג המספר $1.234,567,89 \times 10^{19}$.

בדיון כדאי לוודא שאכן הצורה היא הצורה המדעית. כדי לוודא ש $e+19$ זה ייצוג של 10^{19} אפשר לכפול את המספרים בלי עזרת הטכנולוגיה, להציג את התוצאה בצורתה המדעית ולהשוות את שתי התוצאות:

$$123,456,789,100 \times 100,000,000 = 12,345,678,910,000,000,000 = 1.234,567,89 \times 10^{19}$$

מכיוון שהתוצאה שהתקבלה במחשבון היא $1.23456789e+19$, נובע מכאן ש $e+19$ זהו ייצוג של 10^{19} .

משימה 2

חשבו בעזרת מחשבון מדעי. עבור כל תרגיל העתיקו את תוצאתו מהמחשבון כפי שהתוצאה מיוצגת בו.

א. $0.123,456,789 \times 0.000,000,000,001$

ב. $0.111,222,333,444,555 \times 0.010,010,010,010$

דונו בייצוג התוצאות במחשבון ובקשר של ייצוגן לכתיבה בצורה המדעית של המספר.

תשובה: כמו במשימה 1 רק שכאן המספרים קטנים מאוד ולכן נקבל כפולות של 10 בחזקה שלילית.

משימה 3

חשבו בעזרת מחשבון מדעי:

א. $2.56 \times 10^9 \times 3.789 \times 10^7$

ב. $2.56 \times 10^{-9} \times 3.789 \times 10^{-7}$

חפשו מספר דרכים לחשב כל אחד מהתרגילים. הסבירו את הדרך הפשוטה יותר.

תשובה: פתרונות בדרכים שונות עשויים להעמיק את הבנת המשמעות של הכתיבה המדעית ואת הייצוג שלה במחשבון.

משימה 4

כיצד המחשבון המדעי מייצג מספרים גדולים בצורה המדעית? מה משמעות האות המופיעה בייצוג?
כתבו תרגיל כפל של שני מספרים כלשהם גדולים כאלה שתוצאת התרגיל תיוצג בצורה המדעית.

תשובה: כתיבת דוגמה היא פעילות המעמיקה מחד את הבנת המשמעות של הייצוג המדעי ומשקפת מאידך את התפישה של התלמיד. מהדוגמאות ניתן גם ללמוד על תפישות שגויות שבהן אוחז התלמיד.

מה רואים ממרחקים שונים?

הכירו את היישומון חזקות של 10

the powers of 10...

<http://www.theuniversesolved.com/powersof10.asp?r=1&p=17>

1. מיהו כוכב הלכת הקרוב ביותר לכדור הארץ? באיזה מרחק מכדור הארץ רואים אותו?
תשובה: כוכב הלכת הקרוב ביותר לכדור הארץ הוא נגה. רואים אותו במרחק 10^{11} מכדור הארץ.
2. מה רואים במרחק 10^{13} מ'?' מהן העקומות הנראות? מהו המרחק 10^{13} מ' בק"מ?
תשובה: במרחק 10^{13} מ' רואים את שמונת כוכבי הלכת. העקומות הן מסלולי התנועה של כוכבי הלכת. המרחק 10^{13} מ' הוא 10^{10} ק"מ. אפשר לדון בשאלה האם כוכבי הלכת אורנוס ונפטון עלולים להתנגש או מדוע הם לא מתנגשים זה בזה?
3. מה רואים במרחק 10,000,000,000 מ'?'
תשובה: במרחק 10,000,000,000 מ' או 10^{10} מ' רואים את כדור הארץ במסלולו סביב השמש ואת מסלול הירח סביב כדור הארץ.
4. באיזה מרחק רואים את כדור הארץ בצורת כדור?
תשובה: במרחק 10^8 מטרים.
5. מה אפשר לראות במרחק 10,000 ק"מ?
תשובה: 10,000 ק"מ = 10^7 מטרים. במרחק זה רואים את פני כדור הארץ.
6. מה רואים במרחק 10^{-1} מ' ו- 10^{-2} מ'?' תארו במילים את הסיטואציה ובטאו את המרחק ללא חזקה.
תשובה: 10^{-1} פירושו $\frac{1}{10}$ של מטר, כלומר **10 ס"מ**. אנו עומדים ליד השיח, מתכופפים ונמצאים במרחק 10 ס"מ מהזבוב אשר על העלה. במרחק 10^{-2} מ', אנחנו נמצאים במרחק **סנטימטר אחד** מהזבוב.