

למצוא את הפתרון הטוב ביותר

חלק ב

הערות ופתרונות למורים
כיתה ט



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים



אוניברסיטת חיפה
הפקולטה לחינוך



מינהלת מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי
טכנולוגי ע"ש עמוס דה שליט

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי

المركز القطري لعلمي الرياضيات في المرحلتين الاعدادية والثانوية



למצוא את הפתרון הטוב ביותר – חלק ב – למורה

פרחים בחצר האחורית



בעיה זו עוסקת במציאת מלבן בעל שטח גדול ביותר. נשים לב שבבעיה זו לא נתון ההיקף של שטח הגינה, אלא סכום האורכים של שלוש מצלעות המלבן, ולכן, בשונה ממה שחלק מהתלמידים מצפים, הפתרון הטוב ביותר מתקבל עבור מלבן שאינו ריבוע.

כחלק מהמאמץ להגדיל את התקציב שיוקדש לטיול השנתי, החליטו תלמידי כיתה ט' לגדל פרחים בחצר האחורית של בית הספר ולמכור אותם ביום ההורים.

הנהלת בית הספר שמחה לרענן את מראה בית הספר, והעמידה לרשות התלמידים גדר באורך 18 מ'. התלמידים קיבלו אישור להכין גינת פרחים מלבנית, צמודה לקיר האחורי של בית הספר, כך שהגדר צריכה להספיק לשלוש צלעות של המלבן.

1. הציעו דרך לבנות חצר מלבנית מגודרת משלושה צדדים, כך שכל הגדר באורך 18 מ' תנוצל, וחשבו את שטח הגינה המוצעת.



השאלות שלפניכם מתייחסות לאפשרויות שונות לתכנון הגינה.

ענו על השאלות הבאות בהנחה שבכל ההצעות **מנצלים את כל אורך הגדר**.

2. בוחנים הצעות נוי הציעה לתכנן גינה בצורת ריבוע. מה יהיה אורך צלע הריבוע בגינה אותה נוי מתכננת? מהו שטח הגינה במקרה זה?

אורך צלע הריבוע היה 6 מטרים ושטחו 36 מ"ר

אביב אמר שתכנן גינה ששטחה שווה לשטח הגינה שהציעה נוי, אבל בהצעה שלו הגינה היא מלבן שאינו ריבוע. האם זה ייתכן?
אם כן – מה אורך צלעות המלבן בגינה זו? אם לא – מדוע לא?
גם כשמחלקים את הגדר: 12 מטרים לחזית ו- 3 מטרים לכל צלע צדדית מתקבלת גינה בשטח 36 מטרים.

יש לשער שחלק מהתלמידים יענו על השאלה באמצעות בדיקת מקרים פרטיים, ואחרים יפתרו משוואה ריבועית.



<https://www.geogebra.org/m/tqaaqghn>

3. היישומון [גינת פרחים בחצר האחורית](#) מאפשר לעקוב אחר השתנות שטח הגינה כאשר משנים את צלעותיה. בדקו את תשובותיכם לשאלה הקודמת באמצעות היישומון. תוכלו להיעזר ביישומון גם בכל הסעיפים הבאים.

4. כרמל הציעה שאורך צלע **החזית** יהיה 10 מ'. מה שטח הגינה בהצעה של כרמל? **40 מ'.**

5. הציעו גינה נוספת ששטחה כשטח הגינה שמציעה כרמל. **8 מטרים צלע החזית, ו-5 מטרים כל צלע צדדית.**

6. הציעו שתי גינות מלבניות נוספות שוות-שטח, שונות מאלו שהוצעו בסעיפים הקודמים.

למשל: גינה א: חזית 16 מ'. צלע צדדית 1 מ'. גינה ב: חזית: 2 מ'. צלע צדדית: 2 מ'. שטח כל גינה 16 מ"ר.

7. הציעו, אם אפשר, גינה מלבנית ששטחה **קטן** יותר משטחי כל הגינות שהוצעו עד כה.

למשל: חזית: 17 מ'. צלע צדדית: חצי מטר. שטח: 8.5 מ"ר.

8. הציעו, אם אפשר, גינה מלבנית ששטחה **גדול** יותר משטחי כל הגינות שהוצעו עד כה.

למשל: חזית: 9 מ'. צלע צדדית: 4.5 מ'. שטח: 40.5 מ"ר.

שטח הגינה y	אורך צלע צדדית x

9. הציגו בטבלה משמאל את אורכי הצלעות ואת השטח של חמש גינות אפשריות. אפשר ורצוי להיעזר בתשובותיכם לסעיפים הקודמים. סמנו את הנקודות המתאימות במערכת צירים בדיון בכיתה כדאי להגדיל את הטבלה ולשפץ

בה כמה שיותר זוגות של גינות שוות שטח, לשים לב לסימטריה, ולברר באיזה סוג של פונקציה מדובר. הדיון יכול להוביל באופן טבעי לתשובות לסעיפים הבאים

10. בנו ביישומון את כל המלבנים המתאימים לטבלה שלכם.



11. x מייצג את אורך הצלע הצדדית במטרים. בטאו את אורך צלע החזית באמצעות x . **אורך צלע החזית במטרים: $18 - 2x$.**

12. רשמו ביטוי אלגברי לפונקציה המתאימה לאורך הצלע הצדדית x את שטח הגינה. מהו תחום הערכים של x המתאים לפונקציה?

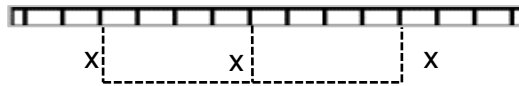
הפונקציה: $y = x(18 - 2x)$. תחום הערכים: $0 < x < 9$. כיוון שיש שתי צלעות צדדיות אורך הצלע צריך להיות קטן ממחצית אורך הגדר.

נשים לב שמדובר בפרבולה, מה שמסביר את הזוגות הסדורים הסימטריים שהתקבלו בטבלה, ואת הגרף המוצג ביישומון.

13. מה צריך להיות x כדי ששטח הגינה יהיה הגדול ביותר האפשרי בתנאים הנתונים? מהו שטח הגינה במקרה זה? מהו אורך צלע החזית?

הפונקציה לאחר פישוט: $y = -2x^2 + 18x$, פונקציה ריבועית בעלת מקסימום. ערך ה- x בקודקוד הפרבולה: 4.5.

לכן הגינה בעלת השטח המקסימלי בתנאים הנתונים מתקבלת כאשר אורך הצלע הצדדית 4.5 מ' ואורך צלע החזית 9 מ'. שטח הגינה במקרה זה הוא 40.5 מ"ר.



14. חלקה נפרדת לכל כיתה

התלמידים החליטו לחלק את הגינה לשתי חלקות נפרדות שכל אחת מהן

תעובד על ידי אחת מכיתות ט, ולכן הם מנצלים את הגדר גם למחיצה בין החלקות. המחיצה מקבילה לצלע הצדדית, ואורכה שווה לאורך הצלע הצדדית של החלקה (ראו איור).

א. סמנו את אורך הצלע הצדדית ב- x , בטאו את אורך צלע החזית באמצעות x ורשמו ביטוי אלגברי לפונקציה המתאימה לאורך הצלע הצדדית x את שטח הגינה. מהו תחום הערכים של x המתאים לפונקציה?

אורך צלע החזית במטרים: $18 - 3x$

הפונקציה: $y = x(18 - 3x)$.

תחום הערכים: $0 < x < 6$. כיוון שהפעם יש שלושה קטעים באורך x , שתי צלעות צדדיות ומחיצה, אורך כל קטע כזה צריך להיות קטן משליש אורך הגדר. נשים לב ששוב מדובר בפרבולה.

ב. מה צריך להיות x כדי ששטח הגינה יהיה הגדול ביותר האפשרי בתנאים הנתונים? מהו שטח הגינה במקרה זה? מהו אורך צלע החזית?

הפונקציה לאחר פישוט: $y = -3x^2 + 18x$, פונקציה ריבועית בעלת מקסימום. ערך ה- x בקודקוד הפרבולה: 3.

לכן הגינה בעלת השטח המקסימלי בתנאים הנתונים מתקבלת כאשר אורך הצלע הצדדית 3 מ' ואורך צלע החזית 9 מ'. שטח הגינה במקרה זה הוא 27 מ"ר.

נשים לב שניתן למצוא את שיעור ה- x בקודקוד הפרבולה באמצעות הנוסחה. הצגת הפונקציה בצורה הכפלית, מאפשרת גם למצוא את האמצע בין שתי נקודות האפס.

הצעת הרחבה

אפשר לבדוק מה קורה אם משנים את אורך הגדר. במקרה של גינה לא מחולקת, כשחוקרים מספר מקרים ניתן לראות שבכולם השטח הגדול ביותר מתקבל כאשר אורך כל צלע צדדית הוא רבע מאורך הגדר, ואורך צלע החזית הוא מחצית מאורך הגדר. אפשר להגיע למסקנה כללית אם מבטאים את אורך הגדר באמצעות פרמטר.

במקרה של גינה מחולקת:
השטח הגדול ביותר מתקבל כאשר אורך כל צלע צדדית הוא ששית מאורך הגדר, ואורך צלע החזית הוא, גם הפעם, מחצית מאורך הגדר.
שוב ניתן לבטא את אורך הגדר באמצעות פרמטר ולהגיע למסקנה כללית.