



חיזוק מיומנויות אלגבריות

לכיתה ט'

עתודה מדעית טכנולוגית

תוכן העניינים:

עמ' 2	כפולה משותפת מינימלית
עמ' 3	חזקות ושורשים
עמ' 4	נוסחאות הכפל המקוצר
עמ' 5	פירוק לגורמים
עמ' 6	חישובים
עמ' 7	משוואות רציונליות חלק א' (ללא משוואה ריבועית)
עמ' 8	מגוון משוואות (פירוק לגורמים)
עמ' 9	טכניקה אלגברית בהקשר
עמ' 11	משוואות רציונליות חלק ב'
עמ' 12	משוואות דו-ריבועית
עמ' 13	משוואות אי-רציונליות
עמ' 14	תשובות

כפולה משותפת מינימלית



	גורם 1	גורם 2	גורם 3	כפולה משותפת מינימלית
דוגמה:	$x^2 - 6x$ $x(x - 6)$	$x^2 - 12x + 36$ $(x - 6)^2$	$2x + 12$ $2(x + 6)$	$2x(x - 6)^2(x + 6)$
1.	$3x + 9$	$x^2 + 5x + 6$	$x^2 + 2x$	
2.	$3x^2 - 4x$	$6x + 8$	$9x^2 - 16$	
3.	$2x^2 - 14x - 120$	$x^2 - 25$	$x^2 - 12x$	
4.	$5x^2 - 5$	$2x^2 - 4x + 2$	$x^3 + x^2$	
5.	$a^2 - 3a$	$2a^2$	$2a^3 - 6a^2$	
6.	$2a^2 - 2b^2$	$3a^2 + 6ab + 3b^2$	$6a + 6b$	
7.	$8x^2 - 50$	$2x + 5$	$10 - 4x$	
8.	$x^2 - xy$	$xy + y^2$	$3y - 3x$	

חזקות ושורשים¹

1. בתרגילים הבאים m הוא מספר שלם (חיובי, שלילי או אפס). מצאו את הערכים של m בעזרת חוקי חזקות.

א. $3^{2m} = 6561$

ב. $2^m \cdot 3^m - 6 = 210$

ג. $3^{(m^2+2m)} = 1$

ד. $5^{(m^2+4m-21)} = 1$

ה. $2^{(m^2-3m-12)} = \frac{1}{4}$

ו. $(-1)^{2m} = 1$

ז. $2^{m^2} \cdot 4^m = \frac{1}{2}$

2. בלי להשתמש במחשבון, קבעו איזה מספר גדול יותר בכל אחד מזוגות המספרים הבאים:

א. $\sqrt{10} + \sqrt{8}$; $\sqrt{18}$

ב. $\sqrt{11} + \sqrt{7}$; $\sqrt{10} + \sqrt{8}$

ג. $\sqrt{3} + \sqrt{12}$; $\sqrt{2} + \sqrt{18}$

ד. $\sqrt{12} - \sqrt{6}$; $\sqrt{13} - \sqrt{5}$

ה. $4 + \sqrt{11}$; $5 + \sqrt{2}$

ו. כתבו זוגות דומים של ביטויים שניתן להשוות את ערכם ללא מחשבון. הסבירו כיצד.

3. בשני הסעיפים הבאים מופיעים האורכים של ניצב ושל יתר במשולש ישר זווית. קבעו מבלי להשתמש במחשבון איזה הוא אורך היתר, ומצאו את אורך הניצב השני.

א. $\sqrt{8} + \sqrt{2}$; $\sqrt{10}$ ב. $\sqrt{5} + \sqrt{8}$; $\sqrt{2} + \sqrt{20}$

ג. כתבו בעיות דומות (בשינוי המספרים) לשני הסעיפים הקודמים. הסבירו כיצד בניתם את הבעיות.

¹ משימות לכיתה ט' – פרופ' אברהם הרכבי וג'ייסון קופר

נוסחאות הכפל המקוצר



השלימו את הטבלה.

$a^2 + 2ab + b^2$	$a^2 - b^2$	b	a
		4	3m
		2y	3x
		$4y^2$	x^2
		6xy	$2x^3$
		$\frac{2b}{3}$	$\frac{3a^2}{2}$
		$\frac{c^2}{2}$	$\frac{1}{3}a$
		$3y^{n-1}$	$2x^n$
		3xy	1
		$5t^3$	$5p^2$
		$\frac{x}{5}$	$\frac{2x^4}{5}$

השלימו את הטבלה.

$a^2 - 2ab + b^2$	$(a+b)(a-b)$	b^2	a^2
		$4x^2$	1
		$64x^4$	$9x^6$
		121	$36a^4$
		$100b^2$	$49a^2$
		$144b^2$	$0.16x^4$
		$\frac{25}{36}b^6$	$0.01c^8$
		$0.25x^2$	0.81
		k^{4n}	n^{2k}
		$9b^2$	$\frac{1}{9}a^2$
		$4p^6k^2$	k^8

פירוק לגורמים



פרקו לגורמים:

.1	$2x^2 - 4x^3$.11	$0.25x^2 + 3xy + 9y^2$
.2	$36x^6 - 1$.12	$3(x - y) - 2b(x - y)$
.3	$50x^{20} - 40x^{30} + 30x^{40}$.13	$33a^2b^3 + 44a^3b^4 - 66a^4b^2$
.4	$16x^4 - 72x^2y^3 + 81y^6$.14	$14a^nb^m - 7a^{n-1}b^{m-1}$
.5	$x^{n-5} - x^{n-2} + x^{n+1}$.15	$a^{2m+2} - 1$
.6	$0.01c^8 - \frac{25}{36}b^6$.16	$64a^6 - 48a^3 + 9$
.7	$9x^2 - 2x + \frac{1}{9}$.17	$9 - 49c$
.8	$72x^2 + 48xy + 8y^2$.18	$k^2 - 11kt - 26t^2$
.9	$4(3a - 2) + 3x(3a - 2)$.19	$m^2 + 23mx - 50x^2$
.10	$128x^2 - 18$.20	$2a(x - 1) - 3(1 - x)$

חישובים...



חשבו ביעילות, ללא שימוש במחשבון. היעזרו בפירוק לגורמים ובנוסחאות הכפל המקוצר.

$$142 \cdot 8 + 142 \cdot 2 = \quad .1$$

$$25 \cdot 39 + 25 \cdot 61 = \quad .2$$

$$5 \cdot 1\frac{1}{3} + 5 \cdot \frac{2}{3} = \quad .3$$

$$5.6 \cdot 27 + 5.6 \cdot 13 - 5.6 \cdot 30 = \quad .4$$

$$58^2 - 48^2 = \quad .5$$

$$106 \cdot 94 = \quad .6$$

$$9.3 \cdot 10.7 = (10-0.7)(10+0.7) = \quad .7$$

$$5.1^2 + 2 \cdot 5.1 \cdot 4.9 + 4.9^2 = \quad .8$$

$$999 \cdot 1001 = \quad .9$$

$$\frac{224 \cdot 14 + 224 \cdot 6}{117^2 - 107^2} = \quad .10$$

$$\frac{47^2 - 26^2}{50^2 - 23^2} = \quad .11$$

$$\frac{118^2 + 22 \cdot 118 + 11^2}{86^2 - 43^2} = \quad .12$$

משוואות רציונליות – חלק א' (ללא משוואה ריבועית)



פתרו את המשוואות, שימו לב לתחום ההצבה.

1. $\frac{x^2-4}{x+2} = 2$

2. $\frac{1}{x^2-1} = \frac{1}{x+1}$

3. $\frac{16-x^2}{x-4} = 1$

4. $\frac{9-x^2}{x-3} = 0$

5. $\frac{m^2-5m}{m^2+m} = 1$

6. $\frac{6}{x^2-6x+9} = 1 - \frac{x}{x-3}$

7. $\frac{x-1}{x^2+2x-3} = \frac{x}{2x+6}$

8. $\frac{5}{9x^2-4} - \frac{1}{3x-2} = 0$

9. $\frac{a^2+2a+1}{a^2-1} = \frac{2}{a-1}$

10. $\frac{2x}{9x^2-6x+1} - \frac{2}{1-3x} = \frac{4}{3x-1}$

מגוון משוואות (פירוק לגורמים)



פתרו את המשוואות הבאות. שימו לב, הפתרון בעזרת פירוק לגורמים.

1. $\frac{x-2}{9} = \frac{1}{x-2}$

2. $(3x + 1)^2 - 16 = 0$

3. $25x^2 - 30x + 18 = 9$

4. $0.09x^2 = 1$

5. $x^2 - 5 = 0$

6. $x + \frac{x^2+x}{2} = 2$

7. $\frac{2x^2+2x}{3} - 4 = 0$

8. $100x^2 = 10x - \frac{1}{4}$

9. $x^2 + 2\sqrt{3}x + 3 = 0$

10. $x^3 - 17x^2 - 60x = 0$

טכניקה אלגברית בהקשר²

1. פתרו את המשוואות הבאות ללא חישובים אלגבריים. אם יש למשוואה פתרון - מצאו אותו. אם אין פתרון - הסבירו מדוע.

א. $\frac{x^2-11}{x^2+11} = 1.1$

ב. $\frac{x^2-11}{x^2+11} = 0$

ג. $\frac{x^2-11}{x^2+11} = -1$

ד. $\frac{x^2-11}{x^2+11} = x^2 - 11$

ה. $\frac{x^2-11}{x^2+11} = x^2 + 11$

2. בסעיפים הבאים ניתן לחשב ערך של ביטויים מורכבים משני משתנים מבלי לדעת את ערכם של כל משתנה בנפרד.

א. חשבו את הערך של הביטוי $\frac{a^4}{b^4}$ אם ידוע כי: $\frac{a+13b}{3a-b} = 3$ ($a \neq \frac{b}{3}, b \neq 0$)

ב. חשבו את הערך של $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}$ אם ידוע כי $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2.9$ ($a \neq 0, b \neq 0$)

ג. חשבו את הערך של הביטוי $a^2 - b^2$ אם ידוע כי:

$$(a \neq b) \frac{a-b}{a^2-2ab+b^2} - \frac{3}{b-a} = a + b$$

3.

a, b, c, d הם ארבעה מספרים טבעיים עוקבים כלשהם. הוכיחו כי:

א. $bc - ad = 2$

ב. $bd - ac$ הוא תמיד מספר אי-זוגי.

ג. $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ הוא תמיד מספר זוגי אך לא יכול להיות כפולה של 4.

² משימות לכיתה ט' – פרופ' אברהם הרכבי וג'ייסון קופר

משוואות רציונליות – חלק ב'

- $1 + \frac{6}{x-4} = \left(\frac{1}{x+4}\right) : \left(\frac{x-4}{3}\right)$
- $1 + \frac{5}{x-5} - \frac{6}{x+5} = \frac{3}{x+5} + \left(\frac{25}{x+5}\right) \cdot \left(\frac{2}{x-5}\right)$
- $\left(\frac{2x-1}{3x-1}\right) \cdot \frac{1}{x} - \left(\frac{3}{3x-1}\right) \cdot \left(\frac{x}{3x+1}\right) = \frac{1}{6x+2}$
- $\left(\frac{1}{x+1}\right) : \left(\frac{x+1}{9-x}\right) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x^2-1}$
- $\left(\frac{1}{x^2-4}\right) : \left(\frac{3}{9x^2-35}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x-1}{x+2} - \frac{x-29}{6-3x}\right)$
- $\frac{5}{x} \cdot \left(\frac{1}{x-4} + \frac{9}{x+4}\right) - \frac{18}{x^2-16} = 0$
- $\left(\frac{x-6}{x-5} - 11\right) : (x+5) = 1 + \frac{x}{15-3x}$
- $\left(\frac{3}{x-2}\right)^2 - \frac{1}{x-2} \cdot (2x-7) = 0$
- $1 : \left(\frac{x^2-6x+5}{x-3}\right) - 1 : \left(\frac{x^2-1}{5}\right) = 0$
- $\frac{4}{x} : \left(\frac{x+2}{x-1}\right) - \frac{1}{x+2} \cdot \left(\frac{5x-8}{x-2}\right) = \frac{1}{2x} \cdot \left(\frac{3x-4}{2-x}\right)$

משוואות דו-ריבועיות

משוואה דו ריבועית היא משוואה מהצורה $Ax^4 + Bx^2 + C = 0$ ($A \neq 0$). המעריכים של הנעלם הם 4 ו-2. להלן דוגמא לפתרון משוואה דו ריבועית:

נתונה המשוואה $x^4 - 29x + 100 = 0$

על מנת לפתור את המשוואה נשתמש במשתנה עזר t : $t = x^2$

נציב את t במשוואה ונקבל: $t^2 - 29t + 100 = 0$

נפתור את המשוואה (בעזרת נוסחת השורשים או בדרך אחרת):

נקבל שני שורשים: $t_1 = 25$, $t_2 = 4$

נחזור למשתנה המקורי עבור t_1 : $t = 25 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \pm 5$

נחזור למשתנה המקורי עבור t_2 : $t = 4 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$

יתכנו גם משוואות מהצורה $Ax^6 + Bx^3 + C = 0$ וכדומה ואז נגדיר: $t = x^3$

פתרו את המשוואות הבאות:

$(x^4)^2 = 16 - 15(x^2)^2$.7	$x^4 - 5x^2 + 6 = 0$.1
$\frac{1}{x^2} + 4x^2 - 4 = 0$.8	$x^4 = 6x^2 - 5$.2
$\frac{-16}{x^4} + 15 + x^4 = 0$.9	$x^4 - 3x^2 - 18 = 0$.3
$x^2 - 6 + \frac{8}{x^2} = 0$.10	$x^4 = 2x^2 + 15$.4
$x^3 + \frac{9}{x^3} = 10$.11	$x^{10} - 33x^5 + 32 = 0$.5
$(x^2 + 4)^2 - 13(x^2 + 4) + 40 = 0$.12	$x^6 - 26x^3 - 27 = 0$.6
$-12 + 14(x^2 - 3) = 2(x^2 - 3)^2$.13
$30 - 10(x^3 + 6) = 2(x^3 + 6) - 5 - (x^3 + 6)^2$.14

משוואות אי רציונליות

משוואה אי רציונלית זו משוואה שבה הנעלם מופיע בתוך סימן השורש.

$$\text{למשל: } \sqrt{x} = 2 \text{ או } \sqrt{3x-1} = x \text{ או } \sqrt{x-2} = \sqrt{2x+1}$$

להלן דוגמאות לפתרון משוואה אי רציונלית:

$$\text{נתונה המשוואה } \sqrt{x} + 2 = x \text{ תחום הצבה: } x \geq 0$$

דרך פתרון א':

$$\text{נגדיר: } \sqrt{x} = t \text{ ולכן } x = t^2$$

$$\text{מתקבלת משוואה ריבועית: } t^2 + 2 = t$$

$$t^2 - t + 2 = 0$$

$$(t + 1)(t - 2) = 0$$

$$x = t^2 = 4 \quad \text{אבל } t \geq 0 \text{ לכן } t = 2 \quad \text{או } t_2 = -1, t_1 = 2$$

דרך פתרון ב':

$$\text{נבודד את הביטוי עם השורש: } \sqrt{x} = x - 2$$

$$\text{נעלה את שני האגפים בריבוע: } x = (x - 2)^2$$

$$\text{נפתור את המשוואה: } x = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x - 4)(x - 1) = 0$$

$$x_1 = 4, x_2 = 1$$

במהלך הפתרון מתקבלים פתרונות לשתי משוואות:

$$1. \sqrt{x} = x - 2 \quad 2. -\sqrt{x} = x - 2$$

לכן צריך לבדוק אם השורשים (הפתרונות) מאמתים את המשוואה המקורית:

$$\text{לכן } x_1 = 4 \text{ מאמת את המשוואה המקורית.} \quad \sqrt{4} + 2 = 2 + 2 = 4$$

$$\sqrt{1} + 2 = 1 + 2 = 3$$

$x_2 = 1$ לכן $3 \neq 1$ לא מאמת את המשוואה המקורית.

$$\text{נתונה המשוואה } \sqrt{x+2} = \sqrt{2x+1} \text{ שתחום ההצבה שלה: } x \geq -\frac{1}{2}$$

$$\text{כדי לפתור את המשוואה נעלה את שני האגפים בריבוע: } x + 2 = 2x + 1$$

$$\text{נקבל: } -x = -1 \text{, לכן } x = 1$$

$$\text{נבדוק אם השורש (הפתרון) מאמת את המשוואה המקורית: } \sqrt{1+2} = \sqrt{2 \cdot 1 + 1} = \sqrt{3}$$

$$\text{לכן } x = 1 \text{ מאמת את המשוואה המקורית.}$$

$$\sqrt{1} + 2 = 1 + 2 = 3$$

מדינת ישראל
משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

1.	$x - 4\sqrt{x} + 3 = 0$	2.	$x + 4 = 5\sqrt{x}$
3.	$\sqrt{x} + x - 10 = 2 - x - \sqrt{x}$	4.	$x - 1 - 3\sqrt{x-1} = 0$
5.	$3(x - \sqrt{x} - 2) = 2 - x + \sqrt{x}$	6.	$x - 3\sqrt{x-3} - 13 = 0$
7.	$3x - 5 = x - 3\sqrt{5-2x}$	8.	$\sqrt{x^2 + 2x} = \sqrt{27 - 4x}$
9.	$\sqrt{x(x-4)} = \sqrt{x(6-x)}$	10.	$2\sqrt{x^2 + 10x + 25} - \sqrt{x^2 + 4x + 19} = 0$
11.	$\frac{27}{x\sqrt{x}} = x\sqrt{x}$	12.	$-x + \sqrt{5(x^2 + 2x + 2)} = 1$
13.	$\frac{24}{x\sqrt{x}} - 3x\sqrt{x} = 0$	14.	$5 - x - \sqrt{6x^2 - 30x + 40} = 0$

תשובות

תשובות ל"כפולה משותפת מינימלית":

1. $3x(x+3)(x+2)$ 2. $2x(3x+4)(3x-4)$ 3. $2x(x-12)(x+5)(x-5)$
 א. $10x^2(x-1)^2(x+1)$ 5. $2a^2(a-3)$ 6. $6(a+b)^2(a-b)$
 7. $-2(2x-5)(2x+5)$ 8. $-3xy(x-y)(x+y)$

תשובות לחזקות ושורשים:

1. א. 4 ב. 3 ג. 0 או -2 ד. 3 או -7 ה. 5 או -2 ו. כל המספרים ז. -1
 2. א. $\sqrt{10} + \sqrt{8}$ ב. $\sqrt{11} + \sqrt{7}$ ג. $\sqrt{2} + \sqrt{18}$ ד. $\sqrt{13} - \sqrt{5}$ ה. $4 + \sqrt{11}$
 3. א. היתר הוא $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ אורך הניצב הוא $\sqrt{8}$
 ב. היתר הוא $\sqrt{20} + \sqrt{2}$ אורך הניצב הוא 3

תשובות לנוסחאות הכפל המקוצר:

$a^2 + 2ab + b^2$	$a^2 - b^2$	b	a
$9m^2 + 24m + 16$	$9m^2 - 16$	4	3m
$9x^2 + 12xy + 4y^2$	$9x^2 - 4y^2$	2y	3x
$x^4 + 8x^2y^2 + 16y^4$	$x^4 - 16y^4$	4y ²	x ²
$4x^6 + 24x^4y + 36x^2y^2$	$4x^6 - 36x^2y^2$	6xy	2x ³
$\frac{9a^4}{4} + 2a^2b + \frac{4b^2}{9}$	$\frac{9a^4}{4} - \frac{4b^2}{9}$	$\frac{2b}{3}$	$\frac{3a^2}{2}$
$\frac{a^2}{9} + \frac{ac^2}{3} + \frac{c^4}{4}$	$\frac{a^2}{9} - \frac{c^4}{4}$	$\frac{c^2}{2}$	$\frac{1}{3}a$
$4x^{2n} + 12x^ny^{n-1} + 9y^{2n-2}$	$4x^{2n} - 9y^{2n-2}$	3y ⁿ⁻¹	2x ⁿ
$1 + 6xy + 9x^2y^2$	$1 - 9x^2y^2$	3xy	1
$25p^4 + 50p^2t^3 + 25t^6$	$25p^4 - 25t^6$	5t ³	5p ²
$\frac{4x^8}{25} + \frac{4x^5}{25} + \frac{x^2}{25}$	$\frac{4x^8}{25} - \frac{x^2}{25}$	$\frac{x}{5}$	$\frac{2x^4}{5}$

$a^2 - 2ab + b^2$	$(a+b)(a-b)$	b ²	a ²
$1 - 4x + 4x^2$	$(1-2x)(1+2x)$	4x ²	1
$9x^6 - 48x^5 + 64x^4$	$(3x^3 - 8x^2)(3x^3 + 8x^2)$	64x ⁴	9x ⁶
$36a^4 - 132a^2 + 121$	$(6a^2 - 11)(6a^2 + 11)$	121	36a ⁴
$49a^2 - 140ab + 100b^2$	$(7a - 10b)(7a + 10b)$	100b ²	49a ²
$0.16x^4 - 0.96x^2b + 144b^2$	$(0.04x^2 - 12b)(0.04x^2 + 12b)$	144b ²	0.16x ⁴
$0.01c^8 - \frac{c^4b^3}{6} + \frac{25b^6}{36}$	$(\frac{c^4}{10} - \frac{5b^3}{6})(\frac{c^4}{10} + \frac{5b^3}{6})$	$\frac{25}{36}b^6$	0.01c ⁸
$0.81 - \frac{9x^2}{100} + 0.25x^4$	$(0.09 - 0.5x^2)(0.09 + 0.5x^2)$	0.25x ⁴	0.81
$n^{2k} - 2n^k k^{2n} + k^{4n}$	$(n^k - k^{2n})(n^k + k^{2n})$	k ⁴ⁿ	n ^{2k}
$\frac{1}{9}a^2 - 2ab + 9b^2$	$(\frac{a}{3} - 3b)(\frac{a}{3} + 3b)$	9b ²	$\frac{1}{9}a^2$
$k^8 - 4p^3k^5 + 4p^6k^2$	$(k^4 - 2p^3k)(k^4 + 2p^3k)$	4p ⁶ k ²	k ⁸

מדינת ישראל
משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

תשובות לפירוק לגורמים:



1	$2x^2(1-2x)$	11	$(0.5x+3y)^2$
2	$(6x^3-1)(6x^3+1)$	12	$(x-y)(3-2b)$
3	$10x^{20}(5-4x^{10}+3x^{20})$	13	$11a^2b^2(3b+4ab^2-6a^2)$
4	$(4x^2-9y^3)^2$	14	$7a^{n-1}b^{m-1}(2ab-1)$
5	$x^{n-5}(1-x^3+x^6)$	15	$(a^{m+1}-1)(a^{m+1}+1)$
6	$(0.1c^4 - \frac{5b^3}{6})(0.1c^4 + \frac{5b^3}{6})$	16	$(8a^3-3)^2$
7	$(3x - \frac{1}{3}y)^2$	17	$(3-7\sqrt{c})(3+7\sqrt{c})$
8	$8(3x+y)^2$	18	$(k-13t)(k+2t)$
9	$(4+3x)(3a-2)$	19	$(m+25x)(m-2x)$
10	$2(8x-3)(8x+3)$	20	$(x-1)(2a+3)$

תשובות לחישובים:

9964.6 1060 .5 392.4 10.3 2500 .2 1420.1
 3 .12 7/9 .11 2 .10 999999 .9 100.8 100-0.49=99.51.7

תשובות למשוואות רציונליות חלק א':

x = 1.6 .5 אין פתרון x = -3.4 x = -5.3 x = 2.2 x = 4.1
 x = 0.5.10 .9 אין פתרון x = 1.8 x = 2.7

תשובות למגוון משוואות (פירוק לגורמים):

x = ±(10/3).4 x = 3/5.3 x = 1, x = -(5/3).2 x = -1, x = 5.1
 x = 1/20.8 x = -3, x = 2.7 x = 1, x = -4.6 x = ±√5.5
 x = -3, x = 20, x = 0.10 x = -√3.9

תשובות ל"טכניקה אלגברית בהקשר":

1. שאלה זו נועדה להרגיל תלמידים להסתכל תחילה על המשוואות, לנסות להבין את התנאי שהן מציבות ולנסות לפתור אותן על פי שיקולים כאשר הדבר ניתן.

- א. אין פתרונות. המונה תמיד קטן מהמכנה, ולכן המנה תמיד קטנה מ-1.1.
- ב. מנה שווה לאפס כאשר המונה שלה שווה לאפס, כלומר $x = \pm\sqrt{11}$.
- ג. כדי ששבר יהיה שווה ל-1, המונה והמכנה שלו צריכים להיות מספרים נגדיים. במקרה זה, המרחק בין המונה והמכנה הוא 22, זוג הנגדיים היחיד שהם במרחק 22 הם 11 ו-11. כלומר כאשר $x = 0$ זאת ניתן היה גם לראות מהסתכלות בשבר.
- ד. אין פתרון כי כדי שיהיה פתרון, המכנה של השבר צריך להיות 1, אך הוא אף פעם לא קטן מ-11.
- ה. אין פתרון. כדי להיווכח בזה נשווה את שני האגפים אחרי שנכפול במכנה. $(x^2 + 11)^2 = x^2 - 11$. אגף שמאל קטן מ- x^2 , ואגף ימין תמיד גדול מ- a^2 , כי: $a^2 < a^2 + 9 < (a^2 + 9)^2$. אי-השוויון האחרון מוצדק שכן העלה של מספר בריבוע "מגדילה" אותו, כל עוד המספר גדול מ-1, וכאן המספר שמועלה בריבוע הוא לפחות 9.

2. בתרגילים אלה, ניתן לחשב ערך של ביטוי אלגברי עם שני משתנים על בסיס ערך של ביטוי אחר ומבלי לדעת את הערך של המשתנים המעורבים.

א. $\frac{a+13b}{3a-b} = 3 \Rightarrow a + 13b = 9a - 3b \Rightarrow 8a = 16b \Rightarrow \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow \frac{a^4}{b^4} = 16$

ב. $8.41 = \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} = 8.41 - 2 = 6.41$

במקרה זה ניתן לפתור בדרך אחרת: רואים כי $\frac{a}{b}$ ו- $\frac{b}{a}$ הם מספרים הופכיים, ולכן ניתן לייצג אותם כ- x ו- $\frac{1}{x}$ כאשר $x = \frac{a}{b}$. פתרון המשוואה הריבועית $x + \frac{1}{x} = 2.9$ נותן $x = 2.5$ (במקרה זה $\frac{1}{x} = 0.4$) או $x = 0.4$ (במקרה זה $\frac{1}{x} = 2.5$). לכן לצורך התרגיל שלנו, הפתרון הוא יחיד כי בשני המקרים התוצאה של $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}$ היא זהה ושווה ל- $2.5^2 + 0.4^2 = 6.41$

ג. $\frac{a-b}{a^2-2ab+b^2} - \frac{3}{b-a} = \frac{a-b+3(a-b)}{(a-b)^2} = \frac{4}{a-b} \Rightarrow \frac{4}{a-b} = a+b \Rightarrow a^2 - b^2 = 4$

3.

א. אם $a = n$, ניתן לכתוב את הביטוי כך ולהיווכח כי $(n+1)(n+2) - n(n+3) = 2$.

ב. אם $a = n$, $(n+1)(n+3) - n(n+2) = n^2 + 4n + 3 - n^2 - 2n = 2n + 3$.

ג. לאחר הצבת ביטויים של מספרים עוקבים, העלאתם בריבוע וכינוס איברים מתקבל הביטוי $4n^2 + 12n + 14$. בביטוי זה, שני האיברים הראשונים הם כפולות של 4 אך האיבר השלישי (14) איננו כפולה של 4.

תשובות למשוואות רציונליות חלק ב':

1. -1, -5, 2, -1
 2. 1, -2/3
 3. 1, -2/3
 4. 3, 1.5
 5. -3, 3/7
 6. 5, -18.5, 6
 7. 5, 6
 8. 5, 0.5
 9. אין פתרון
 10. 4

תשובות למשוואות דו-ריבועיות:

1. $\pm\sqrt{3}, \pm\sqrt{2}$
 2. $\pm\sqrt{5}, \pm 1$
 3. $\pm\sqrt{6}$
 4. $\pm\sqrt{5}$
 5. 1, 2
 6. 3, -1, 7, 1
 7. $\pm 1, \pm\sqrt{0.5}$
 8. $\pm 1, \pm\sqrt{0.5}$
 9. ± 1
 10. $\pm 2, \pm\sqrt{2}$
 11. $\pm 2, \pm\sqrt{2}$
 12. $\pm 1, \pm 2$
 13. $\pm 2, \pm 3$
 14. $\pm 1, 3, -1$

תשובות למשוואות אי רציונליות:

1. 9, 1
 2. 1, 16
 3. 4, 4
 4. 1, 10
 5. 4, 28
 6. 3, 1.5
 7. 2.5, -2
 8. 3, -9
 9. 5, 0
 10. -3, -9
 11. 3, 1.5
 12. 3, 1.5
 13. 2, 1.4
 14. 3, 1