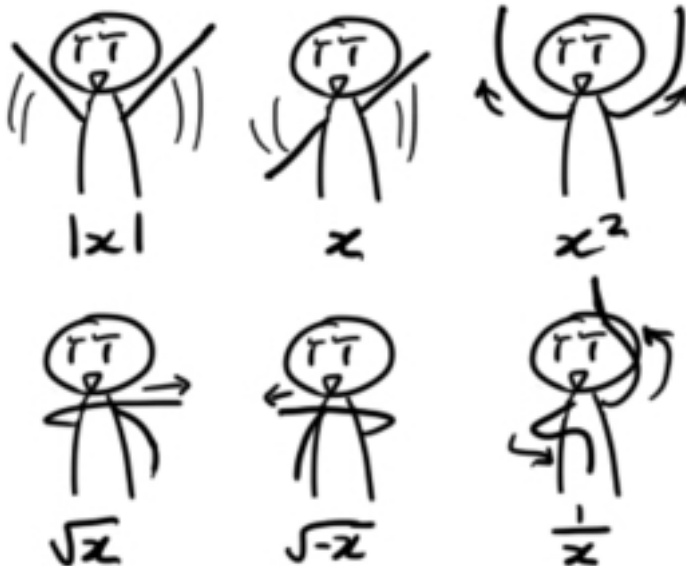


הרחבת עולם הפונקציות

הזזות ומתיחות



ינואר 2014

פיתוח : המרכז הארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי

קישור לקובץ http://highmath.haifa.ac.il/kita_madait/transformations.pdf

פורסם באתר מרכז המורים: <http://highmath.haifa.ac.il>

כתובת המערכת

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל-יסודי

הפקולטה לחינוך אוניברסיטת חיפה

הר הכרמל חיפה, 31905

טל. 04-8288351, פקס:

04-8240757

דוא"ל: hmathcntr@edu.haifa.ac.il

חלק מהמשימות מבוססות על פעילויות

ומפיצוחים שפותחו על ידי **המרכז הארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי**,

<http://highmath.haifa.ac.il>.

בנוסף יש הפניות לפעילויות באתרים אלו.

יצא לאור במימון האגף למדעים במזכירות הפדגוגית
ומינהלת מל"מ המרכז הישראלי לחינוך מדעי טכנולוגי
© כל הזכויות שמורות למשרד החינוך



מינהלת מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי
טכנולוגי ע"ש עמוס דה שליט



אוניברסיטת חיפה
הפקולטה לחינוך



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי

المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلتين الاعدادية والثانوية

מבוא

ביחידה זו נעסוק בהרחבה ובהעמקה של מושג הפונקציה. בפרט נחקור הזות ומתיחות של פונקציות שונות. נתחיל בהכרות של הזות ומתיחות בהקשר של בעיות אורייניות, בעיות מילוליות המתארות מצבים מחיי היום יום. נבחן את המשמעות של הזות ומתיחות של פונקציות בגרפים ובביטויים האלגבריים. בהמשך נתבונן בהזות ומתיחות של גרפים שונים, שלא בהכרח אנו מכירים את התבנית האלגברית שלהן. נבחין בין פעולות אנכיות לאופקיות. בחלק האחרון של היחידה, נכיר את פונקצית השורש כפונקציה ההפוכה לפונקציה הריבועית, ושוב נעמיק ונחקור כיצד באות לידי ביטוי פעולות ההזות והמתיחות על פונקצית השורש. במהלך היחידה מומלץ (אך לא הכרחי) להשתמש ביישומונים הדינאמיים המשולבים ביחידה, המאפשרים לראות את פעולת ההזות והמתיחות באופן חזותי ומוחשי וכתנועה חיה של הגרפים.

תוכן העיניינים

- [א. טיול אופניים - הזות](#)
- [ב. בבריכת השחייה - מתיחות](#)
- [ג. הזות ומתיחות של פונקציות](#)
- [ד. פונקצית השורש והזות ומתיחות שלה.](#)
- [ה. רשימת יישומונים](#)

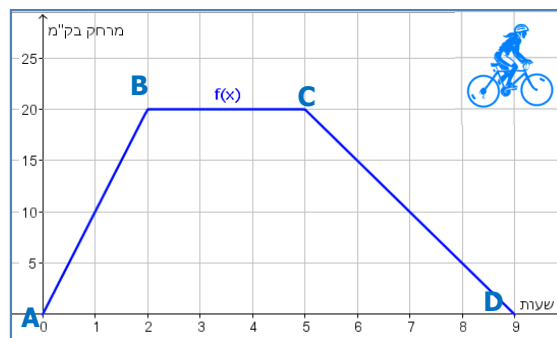


טיול אופניים – הזזות

בפעילות זו, מומלץ להיעזר ביישומון "טיול אופניים", המדמה את את סיפור הרכיבה של נגה ויונתן.

1. נגה יצאה מביתה לטיול אופניים לבקר את חברתה הטובה שרון.

לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$ המתאר את המרחק של נגה מביתה לפי זמן הרכיבה.

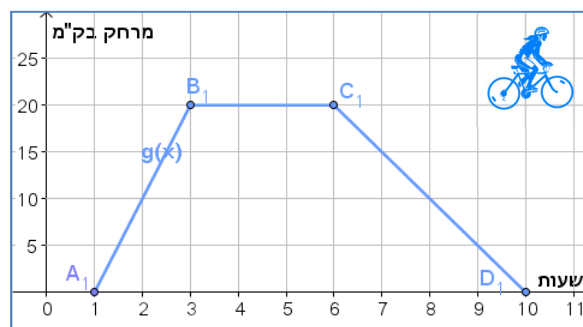


תארו את מהלך הרכיבה של נגה:

א. התייחסו לשיעורי נקודות המפנה, הנקודות A, B, C, D ומה הן מייצגות בסיפור הרכיבה.

ב. התייחסו לקטעים AB, BC, CD ותארו מה הם מייצגים בסיפור הרכיבה.

2. יונתן הצטרף גם הוא לטיול אופניים. לפניכם הגרף המתאר את רכיבתו:



ג. במה דומה ובמה שונה גרף הרכיבה של יונתן מזה של נגה?

ד. מה ניתן לומר על סיפור הטיול של יונתן? בחרו את התשובה הנכונה.

1. יונתן יצא שעה לפני נגה.

2. יונתן יצא שעה אחרי נגה.

3. יונתן רכב שעה אחת יותר מנגה.

ה. האם וכיצד השתנו שיעורי נקודות המפנה? ומה מבטא השינוי בסיפור הרכיבה?

ו. קבעו על פי הגרף של נגה בשאלה 1, באילו שעות נגה היתה במרחק 10 ק"מ מביתה. קבעו על פי הגרף של יונתן באילו שעות היה יונתן במרחק 10 ק"מ מהבית?

ז. הגרף של יונתן הוא למעשה **הזזה יחידה אחת ימינה** של הגרף של נגה. נשווה בין שני הגרפים ונתבונן בנקודות מתאימות. השלימו את הטבלה הבאה:

	A		B	C		D		
נגה	(0,0)	(1,10)	(3,20)	(5,20)	(8,5)	(9,0)	(a,b)	
יונתן	(,0)	(,10)						(c,d)

ח. מה ניתן לומר על הקשר בין שיעורי נקודות מתאימות בשני הגרפים?

ט. נתון כי הגרף המתאר את הרכיבה של נגה בשאלה 1, מתואר על ידי הפונקציה $f(x)$. איזו מהפונקציות הבאות מתארת את הרכיבה של יונתן בעזרת $f(x)$?

1. $g(x) = f(x) + 1$

2. $g(x) = f(x) - 1$

3. $g(x) = f(x + 1)$

4. $g(x) = f(x - 1)$

3. בנו גרפים מתאימים לסיפורי הרכיבה הבאים ורשמו ביטוי אלגברי מתאים בעזרת $f(x)$.

1. יובל יצא שעתיים לפני נגה.

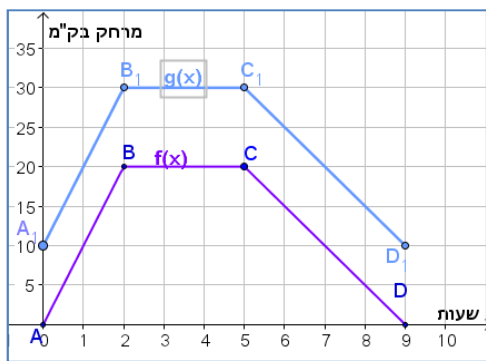
2. תמר יצאה שעתיים אחרי נגה.

4. נסכם:

א. גרף $f(x)$ הוזז k יחידות ימינה, ($k > 0$). רשמו ביטוי אלגברי מתאים לפונקציה המוזזת $g(x)$.

ב. גרף $f(x)$ הוזז k יחידות שמאלה, ($k > 0$). רשמו ביטוי אלגברי מתאים לפונקציה המוזזת $g(x)$.

5. לפניכם גרף $g(x)$ הנוצר על ידי הזזה 10 יחידות



מעלה של הגרף $f(x)$.

- א. במה דומים ובמה שונים שני הגרפים?
 ב. נשווה בין שני הגרפים ונתבונן בנקודות מתאימות. השלימו את הטבלה הבאה:

	A		B	C		D		
נגה	(0,0)	(1,10)	(3,20)	(5,20)	(8,5)	(9,0)	(a,b)	
יונתן	(0, 10)							(c,d)

ג. כתבו קשר אלגברי בין הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

6. בגרף משאלה 5, $f(x)$ מתאר את סיפור טיול האופניים של נגה ואילו הגרף $g(x)$ מתאר את סיפור

טיול האופניים של עדן. השוו בין טיולי הרכיבה של נגה ועדן. האם הן תפגשנה במהלך הטיול?

7. נסכם:

א. גרף $f(x)$ הוזז k יחידות מעלה, ($k > 0$). רשמו ביטוי אלגברי מתאים לפונקציה המוזזת $g(x)$.

ב. גרף $f(x)$ הוזז k יחידות מטה, ($k > 0$). רשמו ביטוי אלגברי מתאים לפונקציה המוזזת $g(x)$.

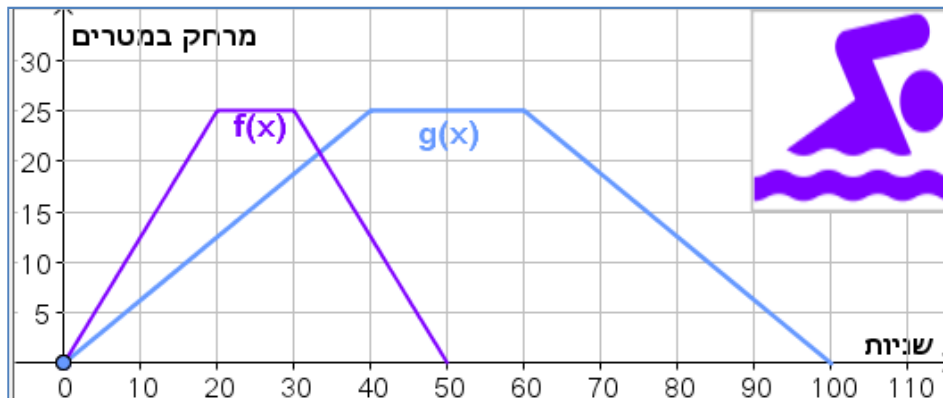
בבריכת השחייה - מתיחות

בפעילות זו, מומלץ להיעזר ביישומון "השחיניים", המדמה את את סיפור השחייה של אבי ובני.

1. אבי ובני שוחים בבריכה שאורכה 25 מ'. הם שוחים מתחילת הבריכה אל קצה הבריכה שמולם.

בהגיעם לקצה הבריכה הם נחים מעט, ואז הם משנים את כיוון שחייתם וחוזרים לנקודת ההתחלה. אבי שוחה מהר יותר מבני. אבי ובני התחילו לשחות באותו זמן ושניהם שחו מתחילת הבריכה אל קצה הבריכה שמולם ובחזרה, פעם אחת.

לפניכם הגרף המתאים לזמן השחייה של כל שחיין את מרחקו מתחילת הבריכה, במהלך שחייה



של פעם אחת מתחילת הבריכה אל קצה הבריכה שמולם וחזרה.

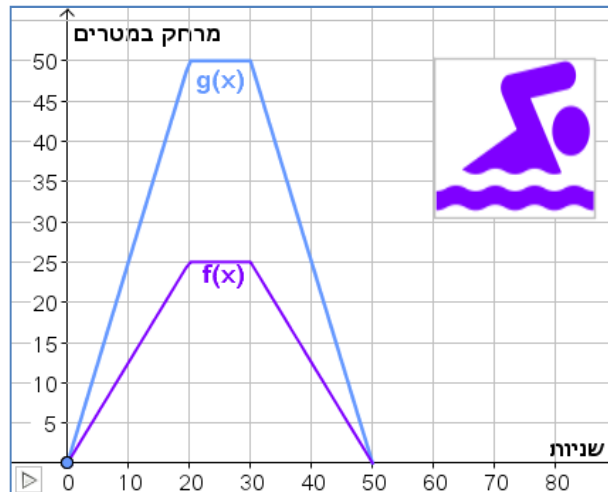
- א. התאימו לכל שחיין את אחד הגרפים. הסבירו.
- ב. רשמו כמה זמן נח כל שחיין בקצה הבריכה.
- ג. כעבור כמה זמן, בערך, מתחילת השחייה נפגשו השחיניים?
- ד. בנקודת הפגישה, האם השחיניים שחו באותו כיוון או בכיוונים מנוגדים? הסבירו.
- ה. בכמה שניות סיים אבי את שחייתו לפני בני?
- ו. פי כמה מהר שוחה אבי מבני?
- ז. התייחסו לנקודות שונות בכל אחד מהגרפים והשוו בין שיעורי הנקודות של שני השחיניים.

	תחילת המשחה		תחילת המנוחה	סיום המנוחה		סיום המשחה	
אבי	(0,0)	(8,10)	(20,25)	(30,25)		(50,0)	(a,b)
בני	(0,0)						(c,d)

ח. כתבו קשר אלגברי בין הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

2.

אלי שחיין המתאמן לתחרות בינלאומית מתאמן בבריכה אולימפית שאורכה 50 מ' וחברו בני שוחה בבריכה רגילה שאורכה 25 מ'. הם שוחים מתחילת הבריכה אל קצה הבריכה שמולם. בהגיעם לקצה הבריכה הם נחים מעט, ואז הם משנים את כיוון שחייתם וחוזרים לנקודת ההתחלה. אלי שוחה מהר יותר מבני. אלי ובני התחילו לשחות באותו זמן ושניהם שחו מתחילת הבריכה אל קצה הבריכה שמולם ובחזרה, פעם אחת. לפניכם הגרף המתאים לזמן השחייה של כל שחיין את מרחקו מתחילת הבריכה, במהלך שחייה של פעם אחת מתחילת הבריכה אל קצה הבריכה שמולם וחזרה.



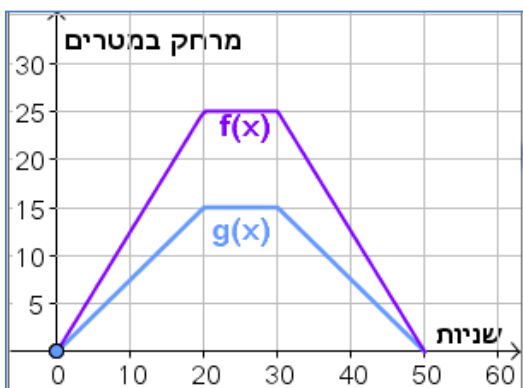
- א. התאימו לכל שחיין את אחד הגרפים. הסבירו.
- ב. רשמו כמה זמן נח כל שחיין בקצה הבריכה.
- ג. האם סיים אלי את שחייתו לפני בני?
- ד. מי מהשחיינים שחה מהר יותר? פי כמה?
- ה. התייחסו לנקודות שונות בכל אחד מהגרפים והשוו בין שיעורי הנקודות של שני השחיינים.

	תחילת המשחה		תחילת המנוחה	סיום המנוחה		סיום המשחה	
בני	(0,0)	(8,10)	(20,25)	(30,25)		(50,0)	(a,b)
אלי	(0,0)						(c,d)

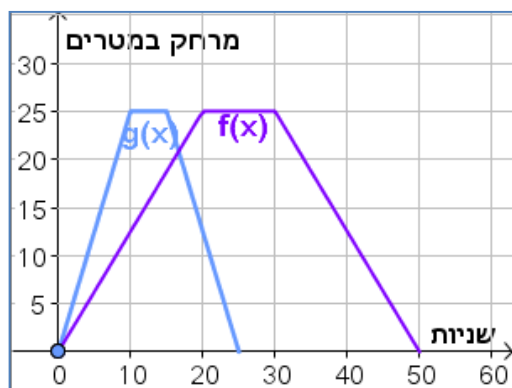
ו. כתבו קשר אלגברי בין הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

עובד על פי משימה ממאגר 801

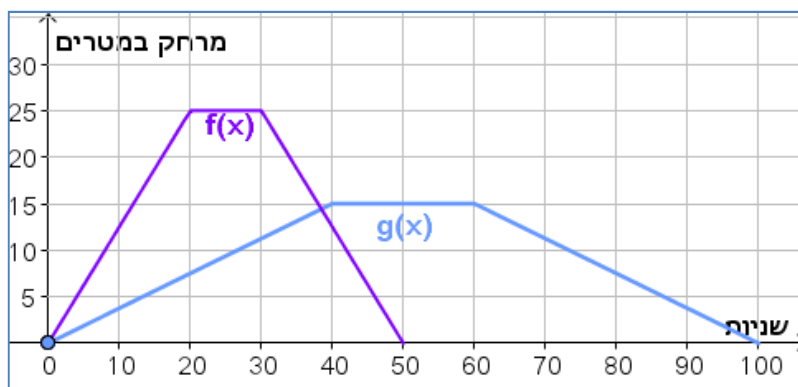
3. כתבו סיפור לכל אחד מהגרפים הבאים ורשמו ביטוי אלגברי מתאים ל- $g(x)$ בעזרת $f(x)$.



ב



א



ג

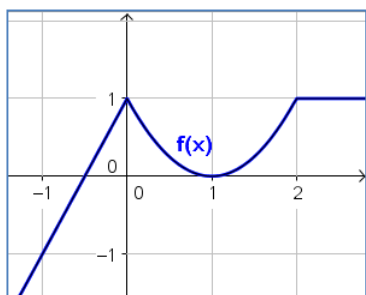
4. נסכם:

- א. גרף $f(x)$ נמתח k יחידות הצידה, ($k > 0$). רשמו ביטוי אלגברי מתאים לפונקציה שנמתחה $g(x)$.
- ב. גרף $f(x)$ נמתח k יחידות מעלה ($k > 0$). רשמו ביטוי אלגברי מתאים לפונקציה שנמתחה $g(x)$.

מתיחות והזזות של פונקציות

בפרק הקודם הכרנו כיצד באות לידי ביטוי הזזות ומתיחות של פונקציה אחת שתיארה סיפור, בפרק זה נרחיב ונחקור כיצד באות לידי ביטוי הזזות ומתיחות של הגרף של פונקציה כלשהי, $f(x)$, על פי התבנית:

$$g(x) = af(bx + c) + d$$



1. נתונה פונקציה $f(x)$ כלשהי.

שרטטו בדף הבא פונקציות חדשות $g(x)$ שהן הזזות של $f(x)$.

- א. הזזה אופקית ימינה יחידה אחת.
- ב. הזזה אופקית שמאלה יחידה אחת.
- ג. הזזה אנכית למעלה יחידה אחת.
- ד. הזזה אנכית למטה יחידה אחת.

ענו לפי השרטוט עבור כל פונקציה מועתקת על השאלות הבאות:

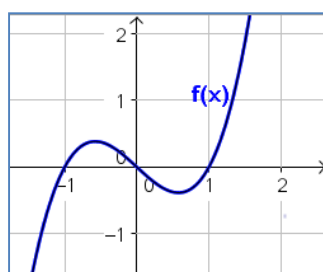
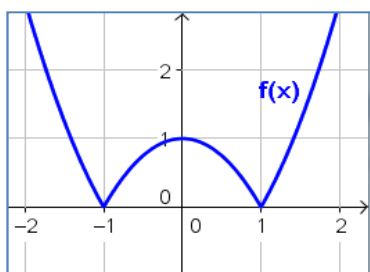
- א. לאיזו נקודה מועתקת נקודת החיתוך עם ציר y ?
- ב. סמנו נקודות יחודיות נוספות בגרף, לאילו נקודות הן מועתקות? מה הקשר בין שיעוריהן.
- ג. בהינתן נקודה כלשהי (x, y) רשמו את שיעורי הנקודה המועתקת באופן כללי.
- ד. התאימו לכל הזזה את אחד מהביטויים הבאים:

1. $g(x) = f(x) + 1$

2. $g(x) = f(x) - 1$

3. $g(x) = f(x + 1)$

4. $g(x) = f(x - 1)$



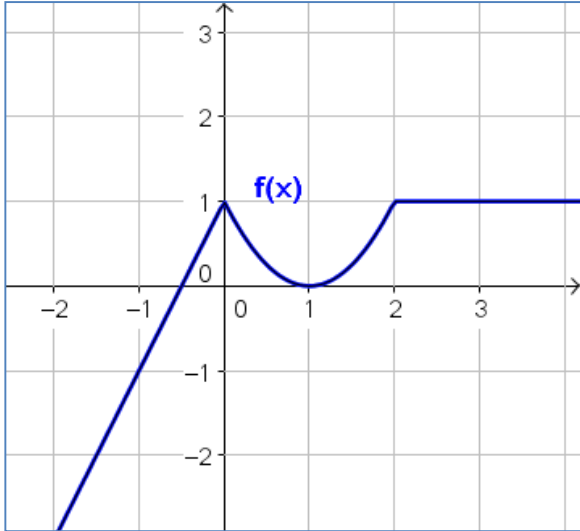
ה. ענו שוב על הסעיפים א-ד עבור שתי הפונקציות הבאות. ובדקו את מסקנותיכם.

- ו. שרטטו גרפים המתארים פעולת ההזזות השונות. כתבו ביטויים אלגבריים מתאימים ותארו את השפעתן של ההזזות על נקודות בגרף.

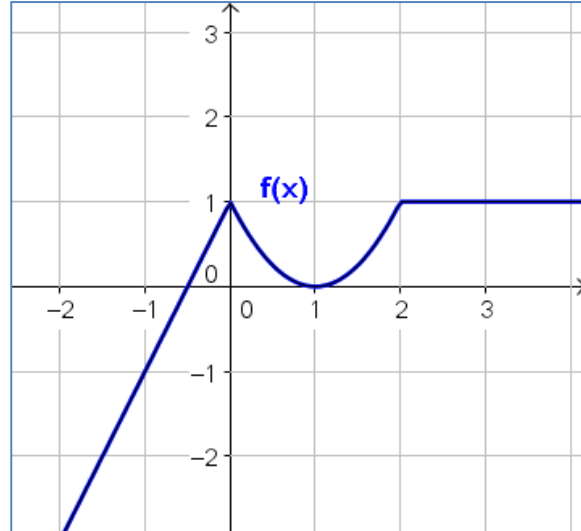
מומלץ להיעזר ביישומון [טרנספורמציות](#). שנו את הפרמטרים c ו- d ועקבו אחר הזזות שונות של הגרף.

שרטוט הפונקציות המוזזות

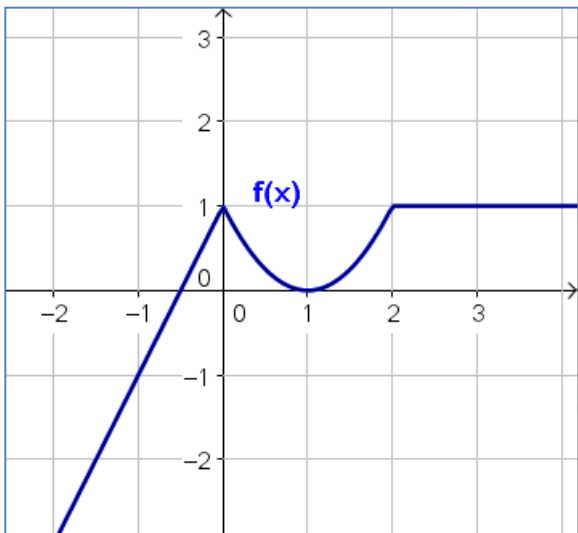
שרטטו בכל מערכת צירים פונקציה $g(x)$ שהיא הזזה של $f(x)$



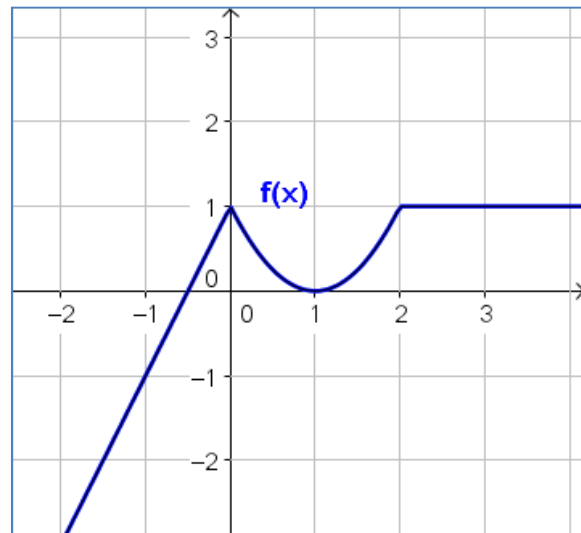
ב. הזזה אופקית שמאלה יחידה אחת.



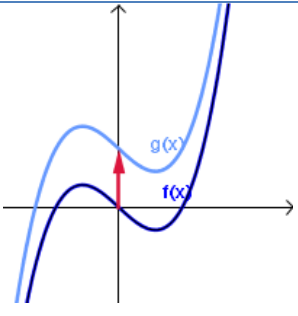
א. הזזה אנכית למעלה יחידה אחת.

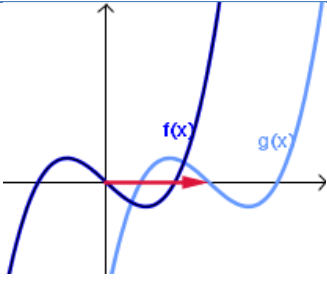


ד. הזזה אנכית למטה יחידה אחת.



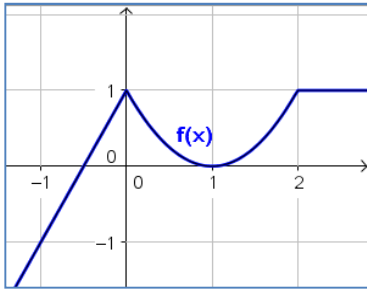
ג. הזזה אופקית ימינה יחידה אחת.

הזזה אנכית		
$g(x) = f(x) + k$	תוספת של קבוע לאיבר החופשי של הפונקציה.	ביטוי אלגברי
	צורת הגרף נשמרת ומוזזת באופן קשיח לאורך ציר ה-y. אם $k > 0$ ההזזה היא כלפי מעלה, אם $k < 0$ ההזזה היא כלפי מטה.	הגרף
קבוע k - $(x, y) \rightarrow (x, y + k)$	כל נקודה מועתקת כך ששיעור ה- x נשאר קבוע ושיעור ה- y גדל/קטן בערך קבוע.	נקודות

הזזה אופקית		
$g(x) = f(x + k)$	תוספת של קבוע לארגומנט של הפונקציה.	ביטוי אלגברי
	צורת הגרף נשמרת ומוזזת באופן קשיח ב- k יחידות אופקית על ציר ה-x. אם $k > 0$ ההזזה היא שמאלה, אם $k < 0$ ההזזה היא ימינה.	הגרף
קבוע k $(x, y) \rightarrow (x - k, y)$	כל נקודה מועתקת כך ששיעור ה- y נשאר קבוע, ושיעור ה- x גדל, קטן בערך קבוע.	נקודות

2.

נתונה פונקציה $f(x)$ כלשהי.



שרטטו בדף הבא פונקציות חדשות $g(x)$ שהן **מתיחות של $f(x)$** .

- א. מתיחה אופקית פי 2.
- ב. כוץ אופקי פי 2.
- ג. מתיחה אנכית פי 2.
- ד. כוץ אנכי פי 2.
- ה. מתיחה והיפוך אנכית פי 2.
- ו. כוץ והיפוך אופקית פי 2.

ענו לפי השרטוט עבור כל פונקציה מועתקת על השאלות הבאות:

- א. לאיזו נקודה מועתקת נקודת החיתוך עם ציר y ?
- ב. עקבו אחר נקודות יחודיות נוספות בגרף. לאילו נקודות הן מועתקות? מה הקשר בין שיעוריהן.
- ג. בהינתן נקודה כלשהי (x, y) רשמו את שיעורי הנקודה המועתקת באופן כללי.
- ד. התאימו לכל הזזה את אחד מהביטויים הבאים:

5. $g(x) = -2f(x)$

6. $g(x) = f(-2x)$

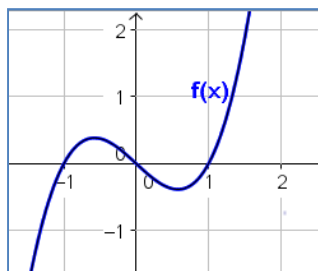
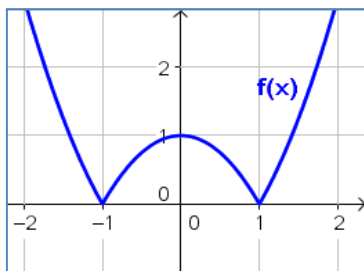
1. $g(x) = 2f(x)$

2. $g(x) = \frac{1}{2}f(x)$

3. $g(x) = f(2x)$

4. $g(x) = f\left(\frac{1}{2}x\right)$

- ה. ענו שוב על הסעיפים א-ד עבור שתי הפונקציות הבאות. ובדקו את מסקנותיכם.



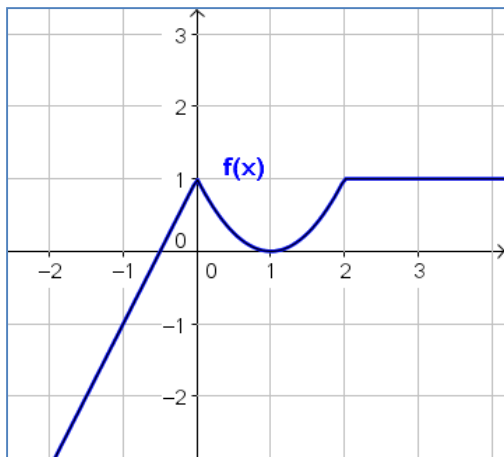
- ו. שרטטו גרפים המתארים פעולת ההזזות השונות. כתבו ביטויים אלגבריים מתאימים ותארו את השפעתן של ההזזות על נקודות בגרף.

מומלץ להיעזר ביישומון **טרנספורמציות**. שנו את הפרמטרים **c ו-d** ועקבו אחר הזזות שונות של הגרף.

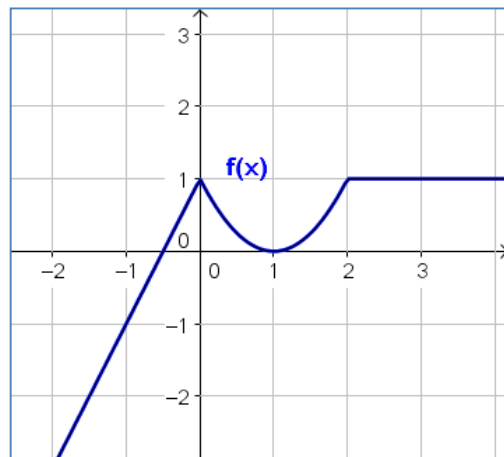


שרטוט הפונקציות הנמתחות

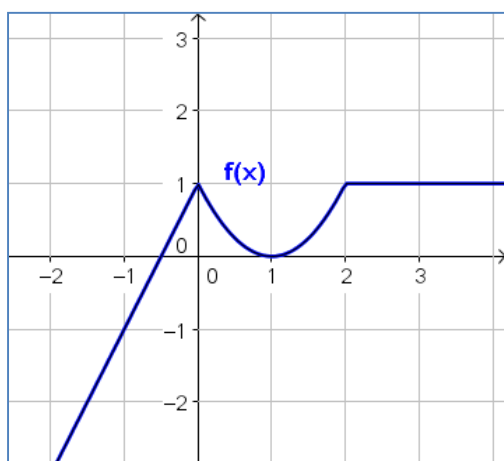
שרטטו בכל מערכת הצירים פונקציה $g(x)$ שהיא מתיחה של $f(x)$



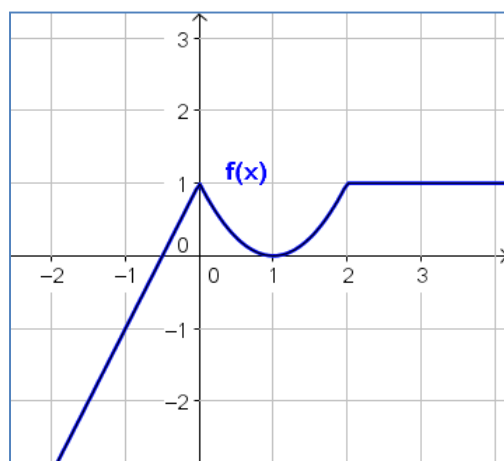
ב. מתיחה אופקית פי 2.



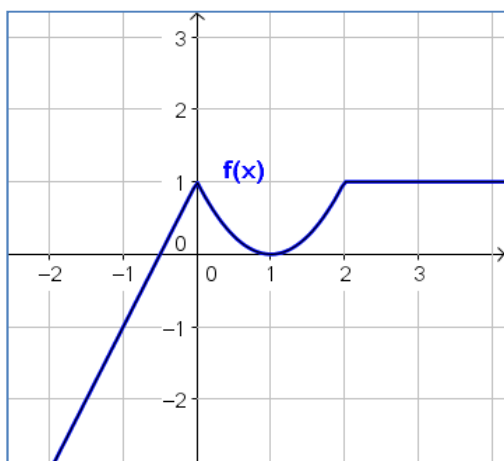
א. כוץ אופקי פי 2.



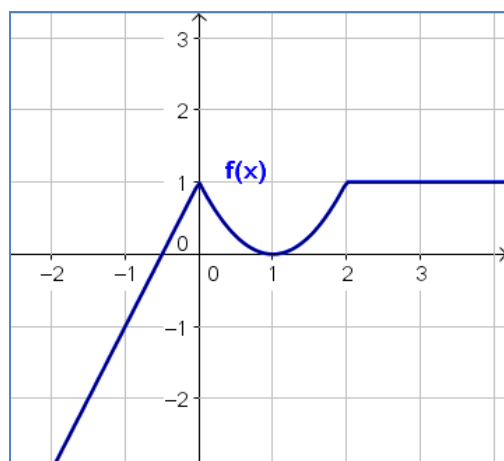
ד. כוץ אנכי פי 2.



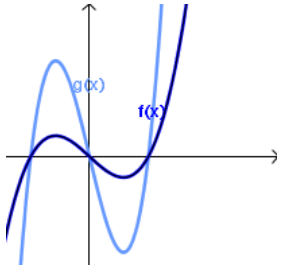
ג. מתיחה אנכית פי 2.

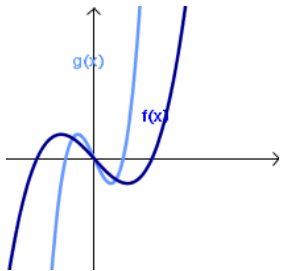


ו. כוץ והיפוך אופקית פי 2.



ה. מתיחה והיפוך אנכית פי 2.

מתיחה אנכית		
$g(x) = k \cdot f(x)$	הכפלת הפונקציה בקבוע.	ביטוי אלגברי
	<p>צורת הגרף של הפונקציה המקורית נמתחת או מתכווצת לגובה לאורך ציר y.</p> <p>ככל שערכי k גדולים יותר הגרף נראה "גבוה וצר" יותר.</p> <p>עבור $0 < k < 1$ הגרף מתכווץ לאורך ציר y.</p> <p>k שלילי גורם בנוסף למתיחה/כיווץ גם לשיקוף ביחס לציר ה-x.</p>	הגרף
קבוע k : $(x, y) \rightarrow (x, ky)$	כל נקודה מועתקת כך ששיעור ה- x נשאר קבוע, ושיעור ה- y גדל/קטן פי הערך של הקבוע.	נקודות

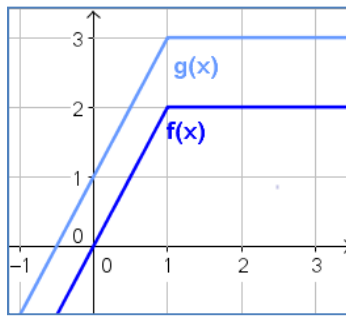
מתיחה אופקית		
$g(x) = f(kx)$	הכפלה של ארגומנט הפונקציה בקבוע.	ביטוי אלגברי
	<p>צורת הגרף נמתחת או מתכווצת לרוחב לאורך ציר x.</p> <p>ככל שערכי k גדולים יותר הגרף מתכווץ. כלומר נראה "צר" יותר.</p> <p>עבור $0 < k < 1$ הגרף נמתח לאורך ציר x, מתרחב.</p> <p>k שלילי גורם בנוסף למתיחה גם לשיקוף ביחס לציר ה-y.</p>	הגרף
קבוע k - $(x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{k}, y\right)$	כל נקודה מועתקת כך ששיעור ה- y נשאר קבוע, ושיעור ה- x גדל/קטן פי הערך של הקבוע.	נקודות

3. בהינתן גרף הפונקציה $f(x)$, סכמו כיצד משפיע כל פרמטר על גרף הפונקציה $g(x)$

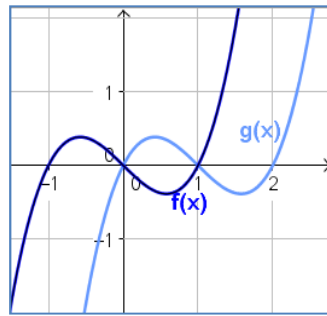
בתבנית: $g(x) = af(bx + c) + d$

4. נתונים הגרפים של $f(x)$ (בכחול כהה) ובוצעה עליהם הזזה או מתיחה כלשהי.

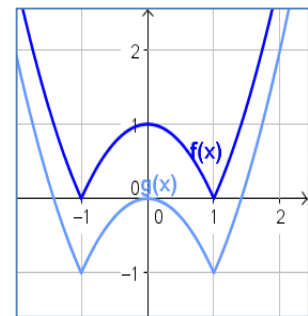
רשמו תבנית אלגברית מתאימה לגרפים של $g(x)$ (בתכלת) בעזרת $f(x)$.



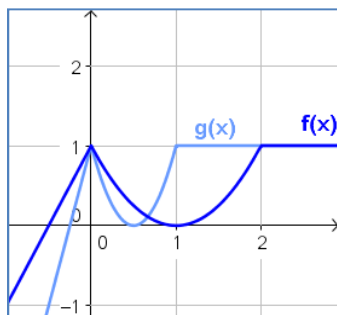
ג



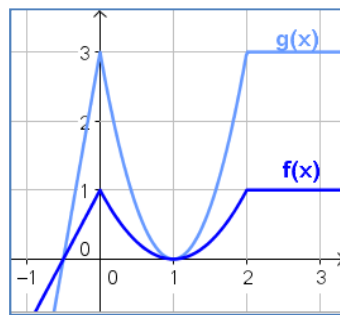
ב



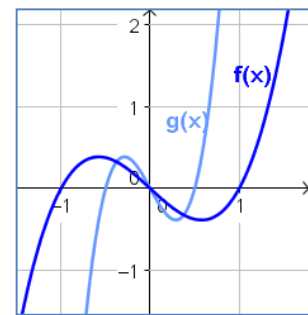
א



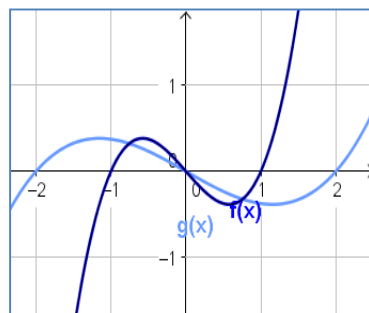
ו



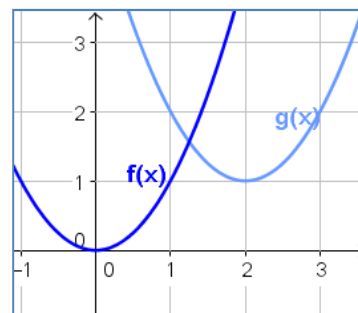
ה



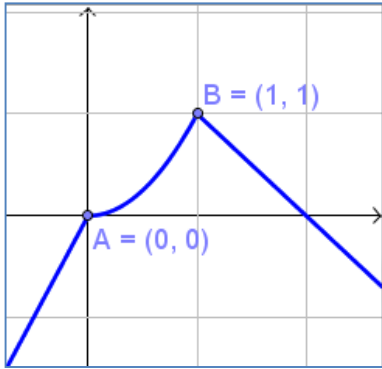
ד



ח



ז



5. נתונה פונקציה $f(x)$ כלשהי.

כתבו בכל סעיף לאן יועתקו הנקודות A ו-B, ובנו את הגרפים של הפונקציות הבאות:

1. $g(x) = f(x) - 1$

2. $g(x) = f(x - 1)$

3. $g(x) = f(\frac{1}{2}x)$

4. $g(x) = \frac{1}{2}f(x)$

5. $g(x) = -f(x) - 1$

6. $g(x) = f(1 - x)$

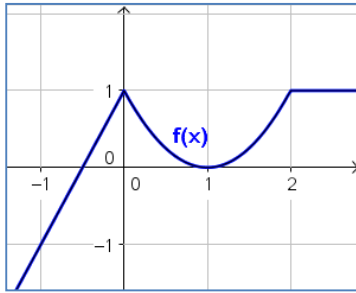
6. נתונה הפונקציה $f(x) = |x|$. שרטטו גרפים לכל אחת מהפונקציות הבאות ותארו את פעולת ההזזות והמתיחות שהופעלו עליה. רשמו ביטוי אלגברי מפורש לפונקציה המועתקת.

1. $g(x) = f(x) - 2$

2. $g(x) = f(x + 2)$

3. $g(x) = \frac{1}{2}f(x)$

4. $g(x) = 2f(x - 1) + 3$



7. נתונה פונקציה $f(x)$ כלשהי.

היעזרו ביישום הדינאמי **טרנספורמציות**, בנו גרפים עבור הפונקציות הבאות:

1. $g(x) = -f(x)$

2. $g(x) = f(-x)$

מה הקשר בין הגרפים שקיבלתם? מה המשמעות הגיאומטרית של פעולות אלו?

8. נתונה פונקציה $f(x)$ כלשהי.

א. האם יתכן כי פונקציה מקיימת את התכונה $f(x) = f(-x)$?

אם כן, תנו דוגמה ושרטטו את הגרף שלה. תארו את התכונה הגיאומטרית שלה. אם לא, הסבירו מדוע.

ב. האם יתכן כי פונקציה מקיימת את התכונה $f(x) = -f(x)$?

אם כן, תנו דוגמה ושרטטו את הגרף שלה. תארו את התכונה הגיאומטרית שלה. אם לא, הסבירו מדוע.

פונקצית השורש

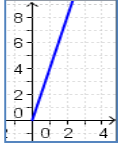
1. קשרים בריבוע

לריבוע מאפיינים שונים, למשל: אורך הצלע, היקף, שטח, אורך אלכסון. ניתן ליצור שישה גרפים שונים המתארים קשרים שונים בריבוע ממאפיינים אלה. בכל גרף משורטט בציר ה-x אחד מהמאפיינים של הריבוע (אורך הצלע, היקף, שטח, אורך אלכסון) ובציר ה-y מאפיין אחר.

היעזרו ביישומון "קשרים בריבוע", שנו את אורך צלע הריבוע והתבוננו בגרפים שנוצרו.

א. מצאו עבור כל גרף מהם שני מאפייני הריבוע שקבעו אותו.

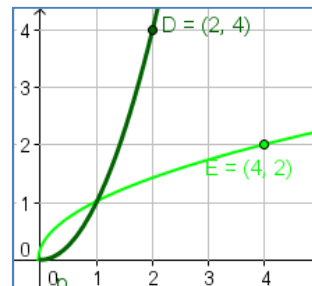
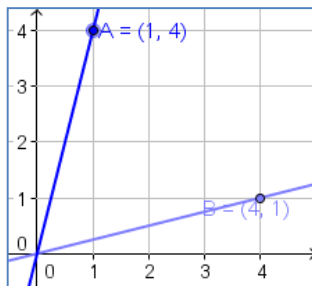
ב. השלימו את הטבלה הבאה, ומצאו קשרים בין הפונקציות והגרפים שלהם:

הפונקציה	נקודות לדוגמה	משתנה תלוי y	משתנה x	הגרף	
$f(x)=4x$	(1,4) (2,8)	היקף הריבוע	אורך צלע הריבוע		1
					2
					3
					4
					5
					6

במשימה הקודמת הכרנו זוגות של פונקציות עם היפוך תפקידים כגון: האחת מתארת את הקשר בין אורך הצלע להיקפו, השניה מתארת את הקשר בין היקף הריבוע לאורך צלעו. ראינו כי בפונקציות אלה, היה חילוף בין תפקידי משתנה x ומשתנה y . אנו קוראים לזוג פונקציות כזה פונקציות הפוכות.

2. בפעילות זו נחקור את הקשר בין זוגות של פונקציות הפוכות (ממשימה 1):

מומלץ להיעזר ביישומון "זוגות של פונקציות הפוכות".



1. עקבו אחר נקודות בשתי הפונקציות (בכל זוג פונקציות בנפרד) ותארו את הקשר בין שיעוריהן.

2. השלימו את טבלאות הערכים עבור הפונקציות:

$f_1(x) = 4x$	(-1,-4)	(0,0)	(1,4)	(, 8)			
$g_1(x) = \frac{1}{4}x$	(-4,)	(0,0)	(4,)	(8,)			

$f_2(x) = x^2$	(-1,1)	(0,0)	(1,1)	(, 4)			
$g_2(x) = \sqrt{x}$	(?,)	(0,0)	(1,)	(4,)			

3. הוסיפו למערכת הצירים את הישר $y=x$, (ביישומון סמנו בכפתורים "זוג פונקציות הפוכות"). תארו את הקשר בין שני הגרפים של הפונקציות הפוכות בעזרת $y=x$.

4. הסבירו איזו פעולה יש לבצע כדי לקבל גרף אחד מהשני.

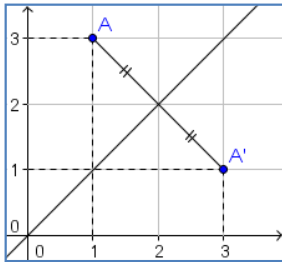
פונקציות הפוכות



א. נקודות סימטריות:

1. שרטטו בגאוגברה את הישר $y=x$.

2. סמנו נקודה כלשהי, ושקפו אותה ביחס לישר $y=x$. (בעזרת הכפתור). שיקוף נקודה ביחס לישר משמעו העתקת הנקודה במרחק שווה מהישר.



3. מה הקשר בין שיעורי הנקודות הסימטריות ביחס לישר $y=x$? הוכיחו באופן גיאומטרי, היעזרו בשרטוט.

4. הוכיחו כי הנקודות (a,b) ו- (b,a) הן סימטריות ביחס לישר $y=x$ (כלומר הישר מהווה אנך אמצעי לקטע בין הנקודות).



ב. פונקציה הפוכה לישר.

1. שרטטו בגאוגברה את פונקצית הישר $f(x)=4x$.

2. סמנו נקודה על $f(x)$ ושקפו אותה ביחס לישר $y=x$. (בעזרת הכפתור). הזיזו את הנקודה. הפעילו עקבות על נקודת השיקוף. מה קיבלתם? הסבירו מדוע.

3. שקפו את $f(x)$ ביחס לישר $y=x$. (בעזרת הכפתור). האם קיבלתם פונקציה? אם כן, מצאו את משוואתה $g(x)$.

4. חזרו על הפעולה 1-3 עבור פונקציות נוספות כגון: $f(x)=2x+1$, $f(x)=-2x+1$, $f(x)=5$.

ג. האם לכל ישר ניתן למצוא פונקציה הפוכה? תנו דוגמאות והסבירו מדוע.

על פי הדוגמאות לעיל, שערו מהי הפונקציה ההפוכה לישר $f(x)=mx+b$.



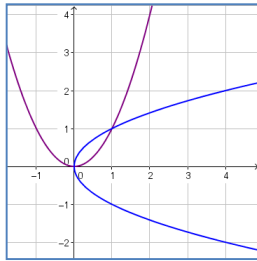
ד. האם קיימת פונקציה הפוכה לפונקציה ריבועית?

1. שרטטו בגאוגברה את הפונקציה $f(x)=x^2$.

2. שקפו את $f(x)$ ביחס לישר $y=x$. האם קיבלתם פונקציה? אם כן, מצאו את משוואתה. אם לא, הסבירו מדוע.

3. חזרו על הפעולה עבור פונקציות נוספות כגון: $f(x)=2x^2+1$, $f(x)=-x^2$.

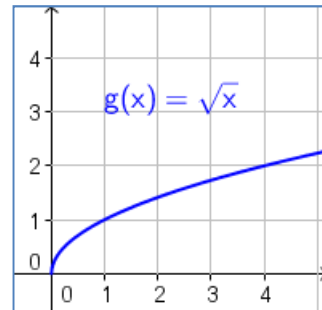
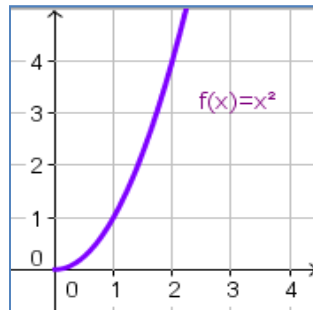
פונקצית השורש



ראינו כי בפונקציה הריבועית ישנם שני ערכי x אשר יש להם אותו ערך y . לדוגמה גם ל- $x=1$ וגם ל- $x=-1$ ערך הפונקציה 1. לכן בנסיון ליצור פונקציה הפוכה נקבל כי לשני ערכי y יש את אותו ערך של x . משמע לפונקציה הריבועית אין פונקציה הפוכה.

בכדי לבנות לפונקציה הריבועית פונקציה הפוכה, את פונקצית השורש, יש להגביל את התחום כך שבתחום זה תהיה חד-חד ערכית.

מגדירים את פונקצית השורש כפונקציה הפוכה לפונקציה הריבועית בתחום החיובי. כלומר בהנתן $f(x) = x^2$ בתחום $x > 0$, פונקצית השורש $g(x) = \sqrt{x}$ הפוכה לה.



שימו לב כי במשימה "קשרים בריבוע" הכרנו את פונקצית השורש המתארת את הקשר בין שטח הריבוע לאורך צלעו. ההפוכה לפונקציה, המתארת את הקשר בין אורך צלע הריבוע לשטחו. תחום הפונקציה היה מוגבל לערכים חיוביים בלבד. (מדוע?)

1. השלימו את הטבלה הבאה:

$g(x) = \sqrt{x}$	$f(x) = x^2$	
		תחום
		תחום ערכי הפונקציה

2. הבדלים קטנים שעושים את השינוי:

בטבלה הבאה נבנה פונקציות הפוכות לפונקציה הריבועית, בהן התחום מוגדר באופן שונה.

מומלץ להיעזר ביישומון "פונקציה הפוכה לפונקציה ריבועית". 

פונקציה הפוכה	הפונקציה	ב
	$f(x) = -x^2$	ביטוי אלגברי
	$x \geq 0$	תחום
		תחום ערכי הפונקציה
		גרף

פונקציה הפוכה	הפונקציה	א
	$f(x) = x^2$	ביטוי אלגברי
	$x \leq 0$	תחום
		תחום ערכי הפונקציה
		גרף

פונקציה הפוכה	הפונקציה	ג
	$f(x) = -x^2$	ביטוי אלגברי
	$x \leq 0$	תחום
		תחום ערכי הפונקציה
		גרף

א. כיצד משפיעה הגדרת התחום על פונקצית השורש ההפוכה ?

ב. מה דומה ומה שונה בין הפונקציות השונות שקיבלתם?

פעילות מתוך הספר: [אנליסה פונקציות הפוכות ונגזרותיהן](#) - בהוצאת הטכניון.

3. נתונות הפונקציות הבאות:

1. $f(x) = x^2 - 1$ בתחום $x \geq 0$

2. $f(x) = (x - 1)^2$ בתחום $x \geq 0$

3. $f(x) = (x - 1)^2$

א. האם ניתן להגדיר פונקציה הפוכה לפונקציות אלו ?

שקפו את הפונקציה ביחס לישר $y=x$ ובדקו האם קיבלתם פונקציה.

אם ישנה פונקציה הפוכה, שרטטו את הגרף שלה ורשמו עבורה ביטוי אלגברי.

ואם לא, שנו את התחום וקבעו מהי הפונקציה ההפוכה.

למתעניינים

[דף עבודה אינטראקטיבי](#) לחקירה של פונקציות הפוכות.

הזזות ומתיחות של פונקצית השורש

1. מזכר בהתנהגות משפחת הפונקציות הריבועיות: $f(x) = a(x - p)^2 + k$.

- הפרמטר _____ אחראי על הזזת גרף הפונקציה אנכית (מעלה מטה).
הפרמטר _____ אחראי על הזזת גרף הפונקציה אופקית (ימינה שמאלה).
הפרמטר _____ אחראי על מתיחה וכווץ של גרף הפונקציה.

נתבונן בפונקציה הריבועית $f(x) = x^2$ ובפונקצית השורש $g(x) = \sqrt{x}$ ההפוכה לה.

נחקר בעזרת היישומון **פונקציה הפוכה לפונקציה ריבועית**, כיצד הזזות ומתיחות של הפונקציה הריבועית משפיעות על פונקצית השורש ההפוכה.

א. הציגו ביישומון "נקודות סימטריות". הזיזו את הנקודה A על הפרבולה ועקבו אחר הנקודה הסימטרית לה בפונקצית השורש. מה הקשר בין שיעורי הנקודות? הסבירו מדוע.

ב. הזיזו את הפונקציה הריבועית אנכית.

1. כיצד זזה פונקצית השורש ההפוכה לה? התוכלו להסביר את התופעה?
2. איזו נקודה מתאימה לקודקוד הפרבולה? מה הקשר בין שיעורי הנקודות הללו?
3. על פי הדוגמאות שערנו מהי הפונקציה ההפוכה לפונקציה הריבועית $f(x) = x^2 + k$.

ג. הזיזו את הפונקציה הריבועית אופקית.

1. כיצד זזה פונקצית השורש ההפוכה לה? התוכלו להסביר את התופעה?
2. איזו נקודה מתאימה לקודקוד הפרבולה? מה הקשר בין שיעורי הנקודות הללו?
3. אם נתון $f(x) = (x - p)^2$, רשמו תבנית לפונקציה ההפוכה.

ד. מתחו את הפונקציה הריבועית.

1. כיצד נמתחה פונקצית השורש ההפוכה לה? התוכלו להסביר את התופעה?
2. איזו נקודה מתאימה לקודקוד הפרבולה? מה הקשר בין שיעורי הנקודות הללו?
3. אם נתון $f(x) = ax^2$, רשמו תבנית לפונקציה ההפוכה.

ה. רשמו תבנית כללית לפונקצית השורש ההפוכה לפונקציה הריבועית $f(x) = a(x - p)^2 + k$.

במשימות הבאות היעזרו בתוכנה לשרטוט פונקציות (כגון desmos.com או geogebra.org).

2. נחקור את התנהגות משפחת פונקציות השורש $f(x) = a\sqrt{x-p} + k$.

- קבעו את $a=1$, ושנו את הפרמטרים p ו- k . הסבירו כיצד הם משפיעים על גרף הפונקציה.
- כיצד משתנה תחום ההגדרה של הפונקציה?
- מה ניתן לומר על הנקודה (p,k) ?
- שנו את ערכי הפרמטר a , ותארו כיצד הוא משפיע על התנהגות גרף הפונקציה. (הבחינו בין ערכים חיוביים לשליליים).

3. נחקור כיצד משפיע הערך המוחלט של משפחת פונקציות שורש $f(x) = a\sqrt{x-p} + k$.

תארו כיצד נראה הגרף $|a\sqrt{x-p} + k| = |f(x)| = g(x)$. אפינו מקרים שונים.

- עבור אילו מקרים מתקיים $f(x) = g(x)$? הסבירו מדוע.
- עבור אילו מקרים מתקיים $f(x) \geq g(x)$ לכל x ? הסבירו מדוע.
- עבור אילו מקרים מתקיים $f(x) \leq g(x)$ לכל x ? הסבירו מדוע.

גאוגברה:

פונקציית השורש: $\text{sqrt}(x)$
פונקציית ערך מוחלט: $\text{abs}(x)$



קביעת פרמטרים על ידי הוספת מחוון (סליידר). ורק אחר כך יש לרשום בחלון הקלט את הפונקציה כולל הפרמטרים.

desmos.com תוכנה אינטרנטית לשרטוט פונקציות.

רשמו בחלון הקלט את הפונקציה, כולל הפרמטרים a, p, k . שימו לב למקלדת המאפשרת כתיבה מתמטית. אשרו את הוספת הסליידרים (מחוונים) אשר יאפשרו לכם לשנות את ערך הפרמטרים.

רשימת יישומונים

- ♦ טיול אופניים-הזות: [HTML](#), [גאוגברה](#)
- ♦ בבריכת השחיה – מתיחות: [HTML](#), [גאוגברה](#)
- ♦ טרנספורמציות: [HTML](#), [גאוגברה](#)
- ♦ קשרים בריבוע: [HTML](#), [גאוגברה](#)
- ♦ זוגות של פונקציות הפוכות: [HTML](#), [גאוגברה](#)
- ♦ פונקציה הפוכה לפונקציה ריבועית: [HTML](#), [גאוגברה](#)