פונקצית הערך המוחלט

למורה

ינואר 2014

פיתוח : [המרכז הארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי]

קישור לקובץ **http://highmath.haifa.ac.il/kita_madait/absolute value.pdf**

פורסם באתר מרכז המורים: **http://highmath.haifa.ac.il**

כתובת המערכת

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל-יסודי

הפקולטה לחינוך אוניברסיטת חיפה

הר הכרמל חיפה, 31905

טל. 04-8288351, פקס:

04-8240757

דוא"ל: **hmathcntr@edu.haifa.ac.il**

חלק מהמשימות מבוססות על פעילויות

ומפיצוחים שפותחו על ידי **המרכז הארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי**,

http://highmath.haifa.ac.il.

בנוסף יש הפניות לפעילויות באתרים אלו.

יצא לאור במימון האגף למדעים במזכירות הפדגוגית

ומינהלת מל"מ המרכז הישראלי לחינוך מדעי טכנולוגי

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים

אוניברסיטת חיפה
הפקולטה לחינוך

מינהלת מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי
טכנולוגי ע"ש עמוס דה שליט

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי

المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلتين الاعدادية والثانوية

מבוא

ביחידה זו נעסוק בהרחבה ובהעמקה במושג הערך המוחלט , נכיר ונחקור את פונקצית הערך המוחלט.

לראשונה נפגשנו במושג, כשלמדנו מספרים שליליים. הערך המוחלט של מספר מבטא בציר המספרים את מרחקו של המספר מהאפס. כך למשל, למדנו כי $|-4|=4$.

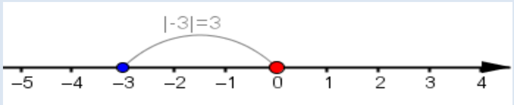
ביחידה זו נלמד דרכים שונות לפתור משוואות ואי שוויונות בערך מוחלט. נכיר את גרף הפונקציה ערך מוחלט ופעולות שונות עליה. נפגוש ביישומים שונים של הערך המוחלט בבעיות מחיי היום יום.

במהלך היחידה מומלץ (אך לא הכרחי) להשתמש ביישומונים הדינאמיים המשולבים ביחידה, המאפשרים לראות את פעולת ההזזות והמתיחות באופן חזותי ומוחשי וכתנועה חיה של הגרפים.

תוכן העניינים

מהו ערך מוחלט?

|a|, הערך המוחלט של המספר a, הוא **המרחק** של המספר a מהאפס.



1. כמה מספרים רחוקים מהאפס 3 יחידות? מיהם?

תשובה: שני מספרים והם 3 ו- (-3).

2. פתרו את המשוואות:

א. |x|=3 **ג.** |x|=1

ב. |x|=-3 **ד.** |x|=0

תשובה:

א. שני הפתרונות הם 3 ו- (-3).

ב. אין פתרון, המרחק הוא ערך אי שלילי בלבד.

ג. שני הפתרונות הם 1 ו- (-1).

ד. הפתרון היחידי הוא אפס.

3. השתמשו בציר המספרים בכדי למצוא את המרחק בין שני המספרים. רשמו את המרחק בעזרת ערך מוחלט.

תשובה:

א. המרחק בין 1 , 2 הוא 1. הפעולה המתאימה $|2-1|=1$ או $|1-2|=1$.

ב. המרחק בין -1 , 2 הוא 3. הפעולה המתאימה $|2-(-1)|=3$ או $|-1-2|=3$.

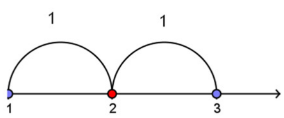
ג. המרחק בין -1 , -2 הוא 1. הפעולה המתאימה $|(-1)-(-2)|=1$ או $|(-2)-(-1)|=1$.

ד. המרחק בין 2, -2 הוא 4. הפעולה המתאימה $|2-(-2)|=4$ או $|(-2)-2|=4$.

4. סמנו בציר המספרים , שני מספרים שמרחקם מ-2 הוא יחידה אחת. רשמו את המרחקים בעזרת ערך מוחלט.

תשובה:

שני המספרים 3 ו- 1, ראה ציור. המרחקים הם $|3-2|=|1-2|=1$



5. קבעו האם הטענות הבאות נכונות או לא נכונות . הסבירו מדוע.

א. הערך המוחלט של כל מספר הוא חיובי.

ב. לכל a, |a|=|-a|

ג. לכל a ו-b , |a+b|=|a|+|b|

ד. |a-b|=|b-a|

תשובה:

א. לא נכון- הערך המוחלט הוא מספר אי שלילי המוגדר כמרחק מהמספר 0, ויתכן שיהיה שווה אפס.

ב. נכון – כי המרחק של כל מספר והנגדי שלו מהאפס שווה.

ג. לא נכון – למשל: $|2+(-1)| \neq |2|+|-1|$.

ד. נכון – כי המספרים $a-b, b-a$ הם נגדיים והמרחק מאפס שווה.

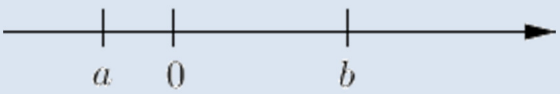
6. סמנו בציר המספרים את הנקודות המייצגות את:

א. |a|

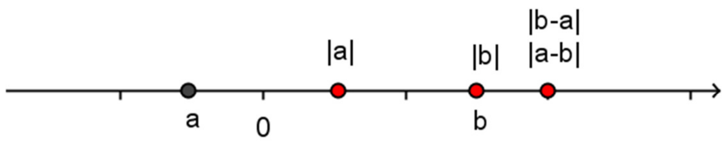
ב. |b|

ג. |a-b|

ד. |b-a|

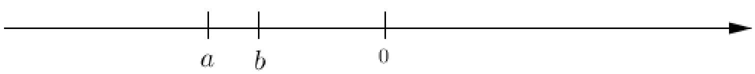


תשובה:

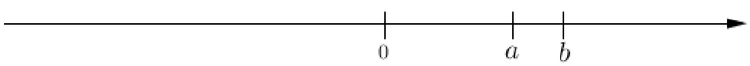


7. נתבונן בשלושה מקרים. כאשר שני המספרים a ו-b חיוביים, שניהם שליליים, או אחד חיובי ואחד שלילי. מהו המרחק בין a ל-b?

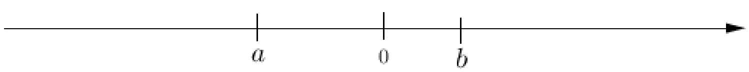
1.



2.



3.



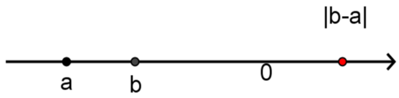
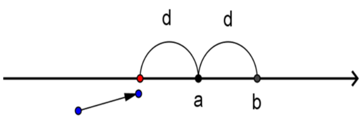
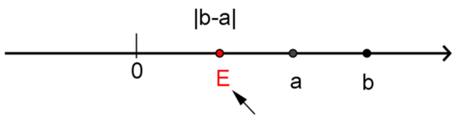
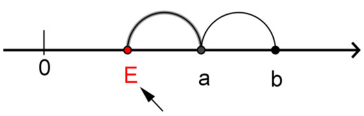
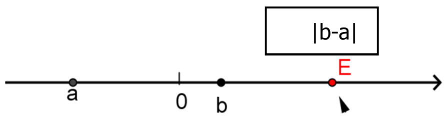
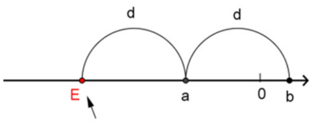
ענו עבור כל אחד מהמקרים:

א. סמנו בציר המספרים את הנקודה המייצגת את המרחק d בין שני המספרים a ו-b.

ב. תארו כיצד בחרתם היכן לסמן את הנקודה המייצגת את המרחק בין שני מספרים.

ג. סמנו בציר המספרים מספר נוסף הרחוק מ-a d יחידות.

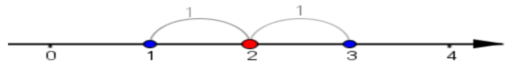
תשובה:

<table>
<tr><th></th><th>שניהם שליליים</th><th>הסבר</th><th>נקודה נוספת במרחק d</th></tr>
<tr><td>שניהם שליליים</td><td>
</td><td>נמדוד את המרחק בין a ל-b ומכיוון שהמרחק חיובי נסמון בחלק החיובי. נקודה נוספת במרחק d נמצאת משמאל ל-a.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>שניהם חיוביים</td><td>
</td><td>נמדוד את המרחק בין a ל-b ומכיוון שהמרחק חיובי נסמון בחלק החיובי. נקודה נוספת במרחק d נמצאת משמאל ל-a.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>b חיובי ו-a שלילי</td><td>
</td><td>המרחק בין שתי הנקודות הוא הסכום של המרחק של כל נקודה מהאפס, ולכן היא תהיה מימין למספר החיובי.</td><td>
</td></tr>
</table>

משוואות ואי שוויונות בערך מוחלט

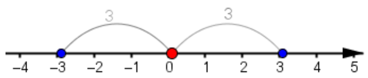
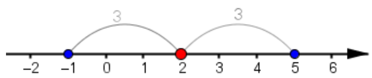
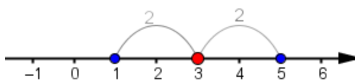
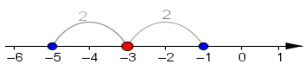
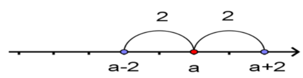
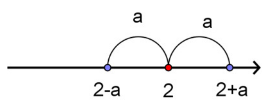
ראינו כי, ניתן לתאר מרחק בין שני מספרים a ו-b בעזרת ערך מוחלט, |a-b|.

המשוואה $|x-2|=1$ מתארת את המספרים שמרחקם מהמספר 2 הוא יחידה אחת.

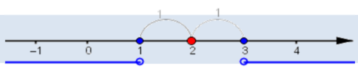


במשימה זו מומלץ להיעזר ביישומון "[משוואות ואי שוויונות עם ערך מוחלט על ציר המספרים](#)".

א. השלימו את הטבלה:

	תיאור מילולי	ציר המספרים	משוואה	פתרון
א.	מספרים שמרחקם מ-0, הוא 3 יחידות.		|x|=3	$x_1=3$ $x_2=-3$
ב.	מספרים שמרחקם מ-2, הוא 3 יחידות.		|x-2|=3	$x_1=5$ $x_2=-1$
ג.	מספרים שמרחקם מ-3, הוא 2 יחידות.		|x-3|=2	$x_1=5$ $x_2=1$
ד.	מספרים שמרחקם מ- (3-), הוא 2 יחידות.		|x-(-3)|=2	$x_1=-1$ $x_2=-5$
ה.	מספרים שמרחקם מ-a, הוא 2 יחידות.		|x-a|=2	$x_1=a+2$ $x_2=a-2$
ו.	מספרים שמרחקם מ-2, הוא a יחידות. יש לשים לב ש-a הוא ערך אי שלילי		|x-2|=a	$x_1=2+a$ $x_2=2-a$

ב. בציר המספרים הבא מסומן תחום מספרים המתאר אי שוויון:



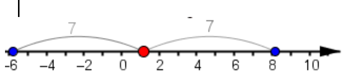
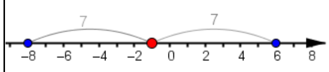
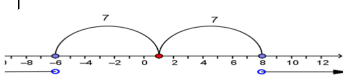
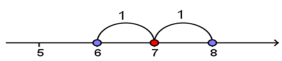
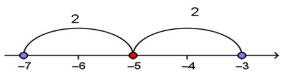
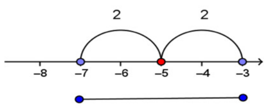
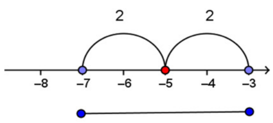
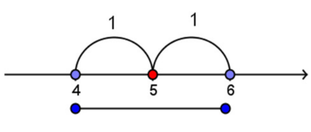
תשובה:

א. תחום המספרים שמרחקם מ-2 <u>גדול</u> מיחידה אחת.

ב. אי השוויון המתאר תחום זה בעזרת ערך מוחלט. $|x-2|>1$

ג. תארו במילים את המשוואה או האי שוויון בעזרת מרחק, ופתרו בעזרת ציר המספרים.

תשובה:

	תיאור	**ציר מספרים**	**פתרון**
א. $\lvert x-1\rvert = 7$	המספרים שמרחקם מהמספר 1 הוא 7.		$x_1 = 8$ או $x_2 = -6$
ב. $\lvert x+1\rvert = 7$	המספרים שמרחקם מהמספר (1-) הוא 7.		$x_1 = 6$ או $x_2 = -8$
ג. $\lvert x-1\rvert \geq 7$	כל המספרים שמרחקם מהמספר 1 גדול מ- 7.		$x > 8$ או $x < -6$
ד. $\lvert x-7\rvert = 1$	המספרים שמרחקם מהמספר 7 הוא 1.		$x_1 = 8$ או $x_2 = 6$
ה. $\lvert x+5\rvert = 2$	המספרים שמרחקם מהמספר (5-) הוא 2.		$x_1 = -7$ או $x_2 = -3$
ו. $\lvert x+5\rvert = -2$	המספרים שמרחקם מהמספר (5-) הוא 2-		אין פתרון למשוואה כי המרחק הוא ערך אי שלילי.
ז. $\lvert x+5\rvert \leq 2$	כל המספרים שמרחקם מהמספר 5- קטן או שווה מ- 2.		$-7 \leq x \leq -3$
ח. $2\lvert x+5\rvert = 4$	כמו סעיף ה	כמו סעיף ה	הערה: המשוואה שקולה למשוואה בסעיף ה
ט. $\lvert 2x+10\rvert \leq 4$	כל המספרים שמרחקם מהמספר (5-) קטן מ- 2.		$-7 \leq x \leq -3$ אחרי פישוט מתקבל אי שיוויון שקול ל-ז'
י. $\lvert 2x-10\rvert \leq 2$	כל המספרים שמרחקם מהמספר 5 קטן מ- 1.		$4 \leq x \leq 6$ הערה: $\lvert 2x-10\rvert = 2\lvert x-5\rvert$

ד. פתרו את המשוואות והאי שוויונות הבאים בעזרת מרחקים. שימו לב לקשרים בין התבניות של המשוואות והאי שוויונות.

א. $\frac{2|x|}{3}+1=5$

ב. $\frac{2|x-1|}{3}+1=5$

ג. $\frac{2|x-1|}{3}+1<5$

ד. $\frac{2|4x+2|}{3}+1<5$

תשובה:

א. $x_1=-6 \ , \ x_2=6$

ב. $x_1=-5 \ , \ x_2=7$

ג. $-5<x<7$

ד. $-2<x<1$

ה. תארו במילים את המשוואה או האי שוויון בעזרת מרחק, ופתרו בעזרת ציר המספרים.

א. $|x-1|=|x-5|$

ב. $|x-1|\geq|x-5|$

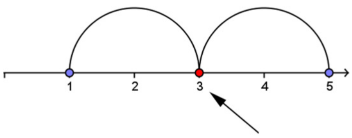
ג. $|x-1|<|x-5|$

ד. $|x+2|=|x-3|$

ה. $|x+2|<|x-3|$

ו. $|x+2|<|x|$

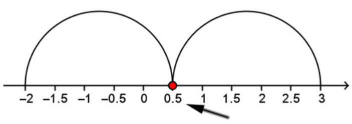
תשובה:



א. המשוואה מתארת מספר/מספרים הנמצא/ים במרחק שווה גם מהמספר 1 וגם מהמספר 5. הפתרון הוא x=3 .

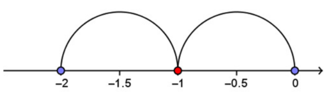
ב. האי שיווין מתאר מספרים שמרחקם מהמספר 1 גדול או שווה למרחקם מהמספר 5. הפתרון הוא: x❒3.

ג. האי שיווין מתאר מספרים שמרחקם מהמספר 1 קטן ממרחקם מהמספר 5. הפתרון הוא: x<3.



ד. המשוואה מתארת מספר/מספרים הנמצאים במרחק שווה גם מהמספר (-2) וגם מהמספר 3. הפתרון הוא x=0.5 .

ה. האי שיווין מתאר מספר/מספרים שמרחקם מהמספר (-2) קטן ממרחקם מהמספר 3 . הפתרון הוא $x<0.5$.

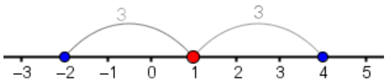


ו. האי שיווין מתאר מספר/מספרים שמרחקם מהמספר (-2) קטן ממרחקם מהמספר 0. הפתרון הוא $x<-1$.

ו. הסבירו מדוע ניתן לפתור את המשוואה $|x-1|=3$ בעזרת שתי משוואות:

$x-1=3$ או $x-1=-3$

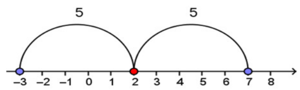
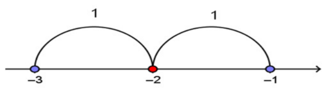
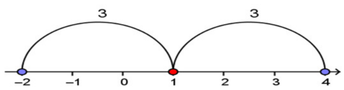
תשובה:



ישנם שני מספרים שמרחקם מהאפס הוא 3 והם 3 או (-3).

ז. פתרו את המשוואות עם ערך מוחלט בשתי דרכים שונות (בעזרת מרחקים, בעזרת שתי משוואות).

תשובה:

	תיאור	**ציר מספרים**	**פתרון**
א. $\|x-2\|=5$	$x-2=5$ או $x-2=-5$		$x_1=7$ או $x_2=-3$
ב. $\|x+2\|=1$	$x+2=1$ או $x+2=-1$		$x_1=-1$ או $x_2=-3$
ג. $2\|x-1\|-1=5$ נפשט ונפתור המשוואה: $2\|x-1\|=6$ $\|x-1\|=3$	$x-1=3$ או $x-1=-3$		$x_1=4$ או $x_2=-2$

סיכום:

- ✓ מתכונות הערך המוחלט אנו למדים כי הערך המוחלט של מספר חיובי או אפס הוא המספר עצמו. הערך המוחלט של מספר שלילי הוא המספר הנגדי לו.
- ✓ המשוואה $|x-a|=d$ מתארת את המספרים שמרחקם d יחידות מ-a על ציר המספרים.
- ✓ ניתן לפתור את המשוואה $|x-a|=d$ באופן אלגברי בעזרת שתי משוואות:

$x-a=d$ או $x-a=-d$

2. מרחק מהממוצע

1. במבחן מחצית במתמטיקה בכיתה המדעית התקבלו הציונים הבאים:

60 ,70 ,75 ,80 ,85 ,90 ,100

א. מה ממוצע הציונים (נסמנו ב- $\bar{x}$)?

תשובה:

$$\bar{x} = \frac{\text{סכום הציונים}}{\text{מספר הנבחנים}}$$

$$\bar{x} = \frac{60+70+75+80+85+90+100}{7}$$

$$\bar{x} = \frac{560}{7} = 80$$

ב. אורי קיבל במבחן 60. מה המרחק של הציון שלו מהממוצע?

תשובה: מרחק הציון 60 מהממוצע הוא 20. ($|60-80|$)

ג. אילו ציונים נמצאים במרחק של 5 נקודות מהממוצע?

תשובה: הציונים הם : 75 ו- 85.

ד. אילו ציונים מתארת המשוואה הבאה: $|x-\bar{x}| = 10$?

תשובה: הציונים שמרחקם מהממוצע 80 הוא 10, כלומר 70 ו- 90.

ה. אילו ציונים נמצאים בטווח $|x-\bar{x}| \geq 15$? מה המשמעות לכך?

תשובה: הציונים הגדולים או שווים ל-95 או שקטנים או שווים ל-65. ברשימת הציונים, הציונים המתאימים הם 100 ו- 60. המשמעות היא שהמרחק של הציון מהממוצע גדול או שווה ל-15.

3. מדד מסת הגוף (BMI)

מדד מסת הגוף ((BMI) הוא מדד הנותן הערכה כמותית האם אדם נמצא במשקל תקין, בעודף משקל או בתת משקל. המדד מחושב באמצעות הנוסחה של המשקל (בק"ג) חלקי ריבוע הגובה (במטרים). BMI שנע בין 18 ל- 25 המשקל נחשב תקין.

אם x מייצג את מדד ה-BMI.

א. אילו מהשוויונות או האי שוויונות הבאים מייצגים מדד BMI תקין:

1. $|x-21|=3$

2. $|x-20|=5$

3. $|x-22|<3$

4. $|x-20|<5$

תשובה:

1. הפתרונות של המשוואה הם המספרים הרחוקים ב-3 מ-21 ואלה הם המספרים 18 ו- 24 שנחשבים למדד BMI תקין.

2. הפתרונות של המשוואה הם המספרים הרחוקים ב-5 מ-20 ואלה הם המספרים 25 ו- 15, המדד 25 נחשב לתקין אבל ה-15 נחשב לא תקין.

3. הפתרון של אי השיווין הם כל המספרים אשר מרחקם מהמדד 22 קטן מ-3, ולכן הפתרון הוא כל המדדים שגדולים מ-19 וקטנים מ-25, וטווח זה נחשב לתקין.

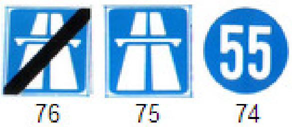
4. הפתרון של אי השיווין הם כל המספרים אשר מרחקם מהמדד 20 קטן מ-5, ולכן הפתרון הוא כל המדדים שגדולים מ-15 וקטנים מ-25, וחלק מהמדדים האלה נחשב כלא תקין כמו 16.

ב. רשמו אי שוויון המתאר את התחום בו מדד BMI תקין. מה המשמעות של המספרים המופיעים באי שוויון בסיפור.

תשובה:

$|x-21.5|<3.5$ המדד הממוצע התקין הוא 21.5 , ותחום המדדים התקינים גדולים או קטנים **ב**-3.5 מהממוצע.

4. המהירות המותרת בדרך מהירה



דרך מהירה הינה דרך המותאמת לנסיעה במהירות של עד 110 קמ"ש. בכניסה אליה מוצב תמרור מס' 75 וביציאה תמרור מס' 76. בתחילת הדרך המהירה, מוצב תמרור מס' 74 , הקובע שהדרך מיועדת לרכבים שמהירותם אינה פחותה מהמסומן בתמרור.

(מתוך מדריך לחינוך תעבורתי).

עופר נוסע כל בוקר לעבודתו בכביש מהיר בה מותרת המהירות 110 קמ"ש ומוצב התמרור 74 למהירות מינימלית של 55 קמ"ש.

א. ביום ראשון, תחום המהירויות שעופר נסע בו הוא $|x-100|\le 15$.

1. האם הוא חרג מהמהירות המותרת?
2. מהי המהירות המירבית בה נהג? מה המהירות הנמוכה ביותר שבה נהג?
3. מה מייצג בסיפור המספר 100 שמופיע באי שוויון?

תשובה:

1. כן, הוא נסע בטווח מהירות 85-115.
2. המהירות המירבית היא 115 קמ"ש והנמוכה ביותר היא 85 קמ"ש.
3. המספר 100 מייצג את הממוצע.

ב. ביום שני, תחום המהירויות שעופר נסע בו הוא $|x-100|\le 5$.

ג. תארו במה שונה היה סיפור נהיגתו?

תשובה:

עופר נהג בטווח מהירות של 95-105 קמ"ש, והוא נהג במהירות המותרת וטווח המהירות שלה קטן לעומת מה שהיה ביום ראשון שטווח המהירות היה רחב יותר.

פונקצית הערך המוחלט

הערך המוחלט של מספר חיובי או אפס הוא המספר עצמו. הערך המוחלט של מספר שלילי הוא המספר הנגדי לו .	$\lvert x\rvert = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x. & x < 0 \end{cases}$

בפעילויות הבאות מומלץ להיעזר בתוכנה לשרטוט גרפים כגון geogebra או desmos.

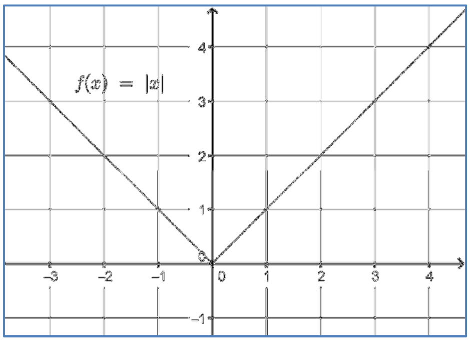
1. בפעילות זו נכיר את **גרף פונקצית הערך המוחלט** $f(x) = \lvert x\rvert$

א. השלימו את טבלת הערכים.

x	-3	-2	-1	-0.5	0	0.5	1	2	3
$f(x) = \lvert x\rvert$	3	2	1	0.5	0	0.5	1	2	3

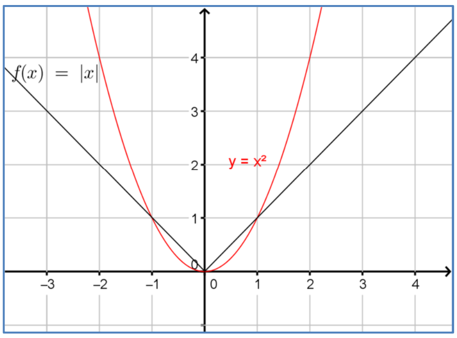
ב. שרטטו את גרף פונקצית הערך המוחלט במערכת הצירים.

תשובה:



ג. הוסיפו למערכת הצירים גם את הפונקציה הריבועית $f(x) = x^2$.
תארו במה הגרפים של הפונקציות דומים ובמה הם שונים.

תשובה:

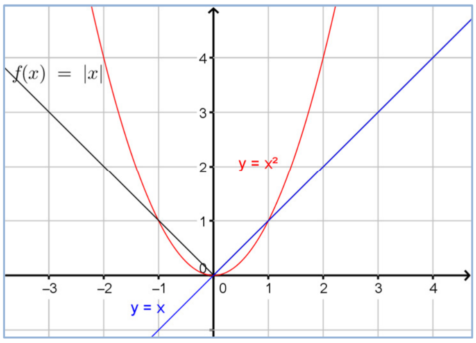


הפונקציה $f(x) = \lvert x\rvert$ מול הפונקציה $f(x) = x^2$

1. שתי הפונקציות אי שליליות.
2. שתי הפונקציות סימטריות ביחס לציר ה- x.
3. שתי הפונקציות עולות בתחום $x > 0$, ויורדות בתחום $x < 0$.
4. הגרף של הפונקציה $f(x) = \lvert x\rvert$ הוא חיבור של שני ישרים שנחתכים, אולם הגרף של $f(x) = x^2$ איננו ישר.

ד. הוסיפו למערכת הצירים גם את פונקציית הישר $f(x) = x$. תארו במה הגרפים של הפונקציות דומים ובמה הם שונים.

תשובה:



הפונקציה $f(x) = |x|$ מול הפונקציה $f(x) = x$

1. הגרף של פונקציות ישרים.
2. שתי הפונקציות חיוביות בתחום $x > 0$, אך הפונקציה $f(x) = |x|$ חיובית בתחום $x < 0$ והפונקציה $f(x) = x$ שלילית בתחום זה.
3. פונקצית $f(x) = |x|$ היא שיקוף של הפונקציה $f(x) = x$ בתחום $x < 0$, ומתלכדת איתה בתחום $x > 0$.

2. חקירת פונקצית ערך מוחלט : $f(x) = |ax + b|$

לפניכם שש פונקציות:

א. $f(x) = 4 - 2x$ ג. $f(x) = 2x - 4$ ה. $f(x) = -(2x - 4)$

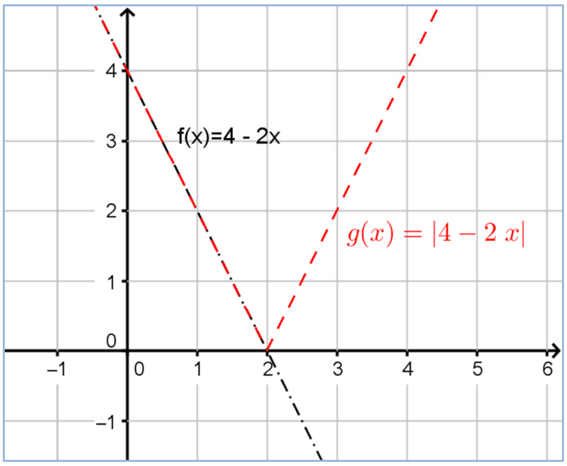
ב. $g(x) = |4 - 2x|$ ד. $g(x) = |2x - 4|$ ו. $g(x) = -|2x - 4|$

נמצא קשרים בין הגרפים של הפונקציות האלה.

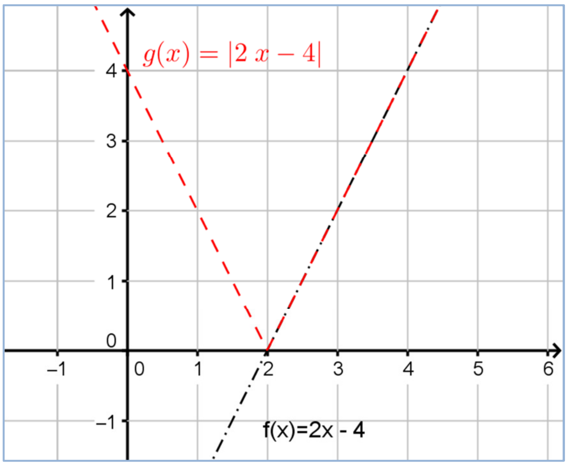
א. שרטטו את הפונקציות הללו במערכת צירים.

תשובה:

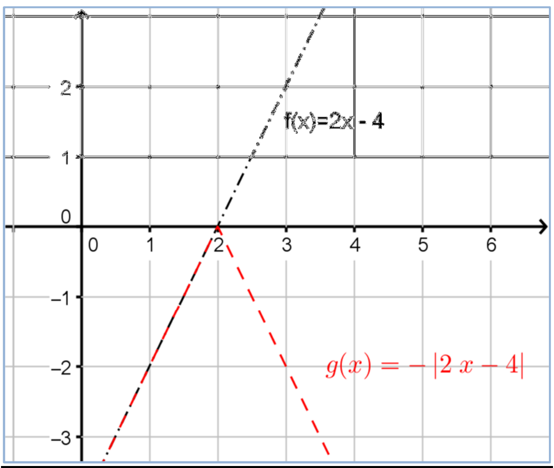
פונקציות א ו-ב:



פונקציות ג ו-ד:



פונקציות ה ו-ו:



ב. מלאו את הטבלה הבאה. בכל סעיף, מצאו קשרים (נקודות דמיון ונקודות שוני) בין הגרפים ששרטטתם. הסבירו את הסיבה לקשרים שמצאתם.

תשובה:

גרפים	קשרים	הסברים
א, ה	שני הגרפים מתלכדים.	שתי פונקציות שוות.
א, ג	שני הגרפים סימטריים ביחס לציר x.	שתי הפונקציות נגדיות אחת לשניה.
ב, ד	שני הגרפים מתלכדים.	שתי הפונקציות בתוך הערך המוחלט נגדיות ולכן הערך המוחלט שווה.
ד, ו	שני הגרפים סימטריים ביחס לציר x.	שתי הפונקציות נגדיות אחת לשניה.
א, ב	כאשר הגרף של פונקציה נמצא מעל ציר x אז הגרף של פונקצית הערך המוחלט מתלכד איתו, וכאשר הגרף של הפונקציה מתחת לציר x אז הגרף של פונקצית הערך המוחלט הוא שיקוף של הישר ביחס לציר x.	ערך מוחלט של ערך חיובי x הוא x, וערך מוחלט של ערך שלילי הוא x–.

ג. נסתכל על ששת המשולשים הנוצרים על-ידי שני הצירים וכל גרף. אילו סוגי משולשים אלה? הסבירו. האם הם חופפים? הוכיחו.

תשובה:

המשולשים חופפים.

ששת המשולשים הם משולשים ישרי זווית עם שני ניצבים שאורכם 2 ו- 1.

ד. פתרו את המשוואות והאי שוויונות הבאים. היעזרו בגרפים .

1. $|4-2x|=2$

2. $|4-2x|<2$

3. $|4-2x|=0$

4. $|2x-4|<0$

5. $-|2x-4|<0$

6. $|2x-4|>2$

7. $|2x-4|=2x-4$

8. $|2x-4|=4-2x$

תשובה:

1. $\mathbf{x_1=1}$ או $\mathbf{x_2=3}$.

2. .2 $1<x<3$.

3. $x=2$.

4. $\emptyset$.

5. כל מספר ממשי.

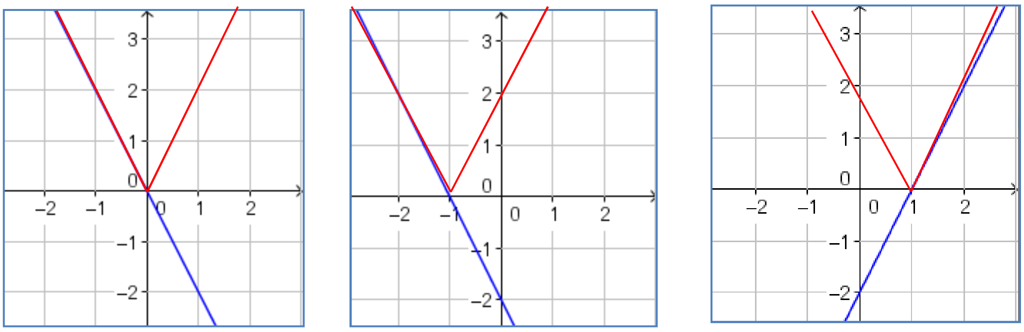
6. $x<1$ או $x>3$.

7. כל x אי שלילי.

8. כל x אי חיובי.

ה. לפניכם שלש פונקציות לינאריות (ישרים). שרטטו את פונקצית הערך המוחלט שלהם. רשמו ביטויים אלגבריים עבור הפונקציות.

תשובה: פונקצית הערך מוחלט היא הפונקציה באדום.



ו. תארו את בניית הגרף של הפונקציה $f(x)=|ax+b|$ מהישר $y=ax+b$.

תשובה: כאשר הגרף של הישר נמצא מעל ציר x, אז הגרף של פונקצית הערך המוחלט מתלכד עם הישר. כאשר גרף הישר נמצא מתחת לציר x אז הגרף של פונקציית הערך המוחלט הוא שיקוף של גרף הישר ביחס לציר x.

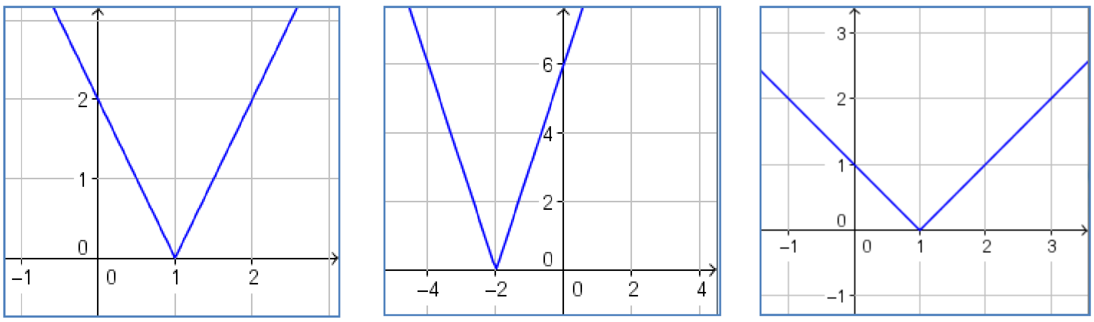
ז. תארו את גרף הפונקציה $f(x)=|ax+b|$ כמורכב משני ישרים. מהם ? האם יש הגבלה על התחום של כל אחד מהישרים?

תשובה:

כאשר $ax+b>0$ אזי $f(x)=ax+b$, בתחום $x>-\frac{b}{a}$

וכאשר $ax+b<0$ אזי $f(x)=-(ax+b)$, בתחום $x<-\frac{b}{a}$

ח. התאימו לכל גרף את הביטוי האלגברי שלו.



תשובה:

$f(x)=|x-1|$, $f(x)=|3x+6|$, $f(x)=|2x-2|$

לסיכום:

הערך המוחלט של $f(x)=|ax+b|$ מוגדר: $f(x)=\begin{cases} ax+b & ax+b\geq 0 \\ -(ax+b) & ax+b<0 \end{cases}$

מבחינה גרפית: גרף פונקצית הערך המוחלט של ישר הוא מתלכד עם פונקצית הישר בתחום בו הישר חיובי, והוא שיקוף ביחס לציר ה-x כאשר הוא שלילי.

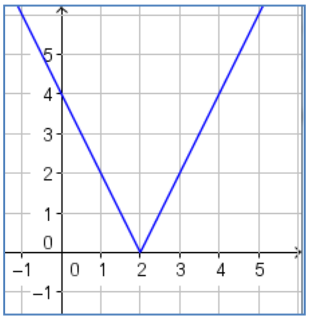
3. חקירת משוואות עם ערך מוחלט

במשימות ט-יא מומלץ להיעזר ביישומון הבא.

א. נתון גרף הפונקציה f(x)=|2x-4|

עבור אילו ערכי k, הישר y=k חותך את גרף הפונקציה f(x):

1. בשתי נקודות.
2. בנקודה אחת
3. באף נקודה
4. ביותר משתי נקודות.



תשובה:

הישר y=k מקביל לציר ה- x ויתכנו המצבים הבאים:

1. בשתי נקודות: $k > 0$

2. בנקודה אחת $k = 0$

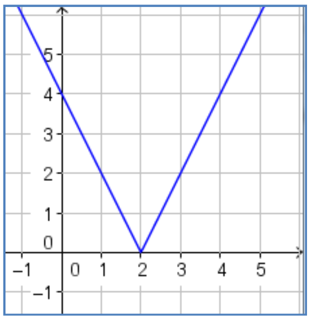
3. באף נקודה $k < 0$

4. ביותר משתי נקודות: אין מצב.

ב. נתון גרף הפונקציה f(x)=|2x-4| ונתון הישר y=2x+k .

היעזרו בגרפים וקבעו עבור אילו ערכי k:

1. בשתי נקודות.
2. בנקודה אחת
3. באף נקודה
4. ביותר משתי נקודות.



תשובה:

נשים לב, כי הישר הנתון מקביל לישר באחד הענפים של פונקצית הערך המוחלט. שינוי k גורם להזזה אנכית של הישר.

1. הישר והפונקציה אינם נחתכים, כאשר k<-4.

2. הישר והפונקציה נחתכים בנקודה אחת כאשר k>-4.

3. הישר והפונקציה לא נחתכים בשתי נקודות. (מכיוון שהישר מקביל לאחד הענפים בערך המוחלט).

4. הישר והפונקציה מתלכדים, נחתכים באינסוף נקודות כאשר k=-4.

ג. נתונה המשוואה הפרמטרית : |2x-4|=-2x+k. היעזרו בגרפים וקבעו עבור אילו ערכי k:

1. בשתי נקודות.
2. בנקודה אחת
3. באף נקודה
4. ביותר משתי נקודות.

__תשובה:__ נפתור את המשוואה כחיתוך בין פונקצית הערך המוחלט והישר y=-2x+4. נשים לב, כי הישר הנתון מקביל לישר באחד הענפים של פונקצית הערך המוחלט. שינוי k גורם להזזה אנכית של הישר.

1. למשוואה אין פתרון, הישר והפונקציה אינם נחתכים כאשר k<4.

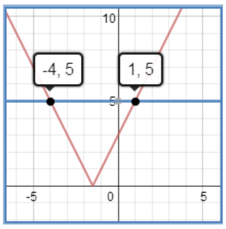
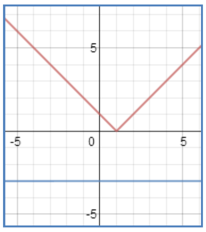
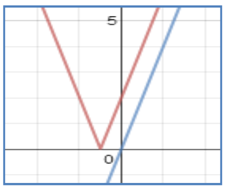
2. למשוואה פתרון יחיד, הישר והפונקציה נחתכים בנקודה אחת, כאשר k>4.

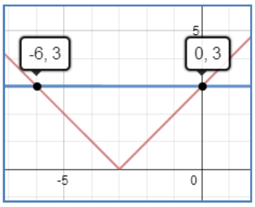
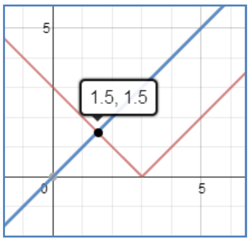
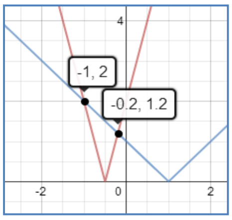
3. למשוואה אינסוף פתרונות, הישר והפונקציה מתלכדים כאשר 4=k.

4. הישר והפונקציה לא נחתכים בשתי נקודות. (מכיוון שהישר מקביל לאחד הענפים בערך המוחלט).

ד. פתרו באופן גרפי את המשוואה והאי שוויונות :

__תשובה:__

	תיאור	**דרך גרפית**	**פתרון**
.1 $\|2x+3\|-5=0$	$2x+3$ $=5$ או $-(2x+3)=5$		$x_1=1$ או $x_2=-4$
.2 $\|x-1\|+4\le 1$	$\|x-1\|\le -3$		אין פתרון (לא יתכן לערך מוחלט ערך שלילי)
.3 $\|4x+2\|=4x$	$4x+2=4x$, $x>-\frac{1}{4}$ או $-(4x+2)=4x$, $x<-\frac{1}{4}$		אין פתרון. מבחינה גרית הישרים מקבילים. נשים לב שבאופן אלגברי נקבל פתרון זר אם לא נתחשב בתחום ההגדרה. $x=-\frac{1}{4}$

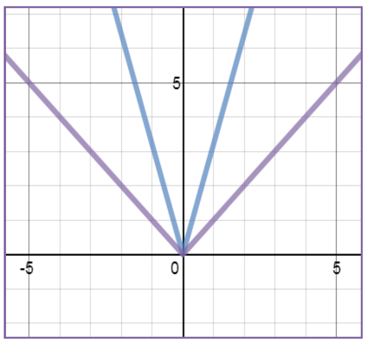
.4 $2\lvert x+3\rvert-6<0$ $\lvert x+3\rvert<3$	$-3<x+3<3$		$-6<x<0$ (גרף הערך המוחלט מתחת לישר)
.5 $\lvert x-1\rvert>x$	$x-1>x$ או $-(x-1)<x$		$x<\frac{1}{2}$ (גרף הערך המוחלט מעל לישר)
.6 $\lvert 4x+2\rvert=\lvert x-1\rvert$	$4x+2=x-1$ או $4x+2=-(x-1)$		$x_1=-1$ או $x_2=-\frac{1}{5}$

.4 חקירת פונקציית ערך מוחלט g(x)=|ax| והפונקציה h(x)=a|x|

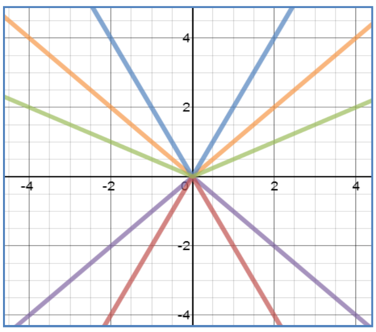
נתונה הפונקציה f(x)=|x|. נחקור את משפחות הפונקציות g(x)=|ax| ו- h(x)=a|x| , a≠0. נשאל כיצד משפיע כפל בקבוע על גרף הפונקציה בכל אחד מהמקרים.

א. שרטטו עבור כל משפחה של פונקציות מספר פונקציות החברות בה, על ידי קביעת ערכי a שונים. הבחינו בין ערכים חיוביים ושליליים של a.

תשובה:



g(x)=|ax|



(x)=a|x|

ב. תארו את השפעת הפרמטר a במשפחת הפונקציות $g(x)=|ax|$.

תשובה:

במשפחת הפונקציות $g(x) = |ax|$ שינוי בערך של a גורם למתיחה אנכית של הפונקציה $|x|$, ערכי הפונקציה חיוביים בלבד. עבוד ערכים נגדיים של a מתקבלים גרפים מתלכדים.

ג. תארו את השפעת הפרמטר a במשפחת הפונקציות $h(x)=a|x|$.

תשובה:

במשפחת הפונקציות $\mathrm{h(x)} = \mathrm{a|x|}$ נשים לב לערכו של a. כאשר a חיובי הוא גורם למתיחה אנכית של הפונקציה $|x|$, ועבור ערכים שליליים של a מתקבל שיקוף ביחס לציר x עם מתיחה אנכית. עבוד ערכים נגדיים מתקבלים גרפים סימטריים ביחס לציר x.

ד. במה דומים ובמה שונים הגרפים בשתי המשפחות. הסבירו מדוע.

תשובה:

הדמיון והשוני בין שתי המשפחות:

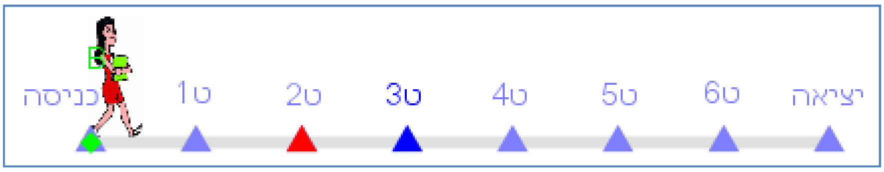
1. כל הפונקציות עוברות בנקודה (0,0).
2. כל הפונקציות סימטריות ביחס לציר ה- y (כל הפונקציות זוגיות).
3. ניתן לתאר כל פונקציה על ידי משוואת שני ישרים.
4. ניתן לתאר כל פונקציה ממשפחה אחת על ידי שיקוף סביב ציר ה- x של פונקציה מהמשפחה האחרת.
5. כל הפונקציות במשפחה $g(x) = |ax|$ חיוביות ואילו במשפחה $\mathrm{h(x)} = \mathrm{a|x|}$ עבור a חיובי הפונקציה חיובית אך עבור a שלילי הפונקציה שלילית.

ערך מוחלט במסדרון כיתה ט

בפעילות זו מומלץ להיעזר ביישומון "**המסדרון**", המדמה את ההליכה במסדרון והכיתות.

בבית ספר היובל, 6 כיתות ט ממוקמות בקומה השניה, במסדרון שאורכו 35 מטרים. אפשר לעלות אל הקומה השניה בשני גרמי מדרגות הממוקמים משני צידי המסדרון. באחד מהם עולים מלובי הכניסה של בית הספר והשני מהחצר. לא פעם התלמידים ממהרים לכיתה והולכים בזריזות ובקצב קבוע , אך הריצה אסורה במסדרון.

הדלת של כיתה ט2 רחוקה 10 מטרים ממדרגות הכניסה. לפניכם שרטוט המסדרון:



נעה התבקשה על ידי גיל, חברתה הטובה, להשאיל לה מחשבון לשיעור מתמטיקה. נעה עלתה במדרגות הכניסה, צעדה לעבר גיל שהמתינה לה בכניסה לט2, וזו מדדה לה את זמן ההגעה – 20 שניות.

א. תארו במילים את השתנות המרחק של נעה מכיתה ט2 מהרגע שנכנסה למסדרון עד להגעתה.

תשובה:

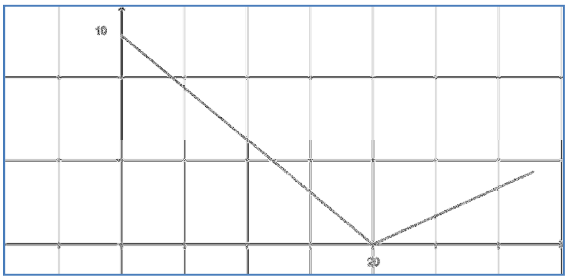
כשהגיעה למדרגות היה המרחק מט'2 10 מטרים, ככל שהזמן עבר, המרחק קטן עד שאחרי 20 שניות נעה הגיעה ל-ט2 כלומר המרחק אז הוא אפס מט'2.

ב. איך יראה לדעתכם גרף המתאר את השתנות המרחק של נעה מכיתה ט2 ביחס לזמן ההליכה שלה במסדרון? סרטטו איור המציג את הגרף הזה.

תשובה:

הגרף יהיה גרף עולה שחותך ציר

ה-x בנקודה (20,0).



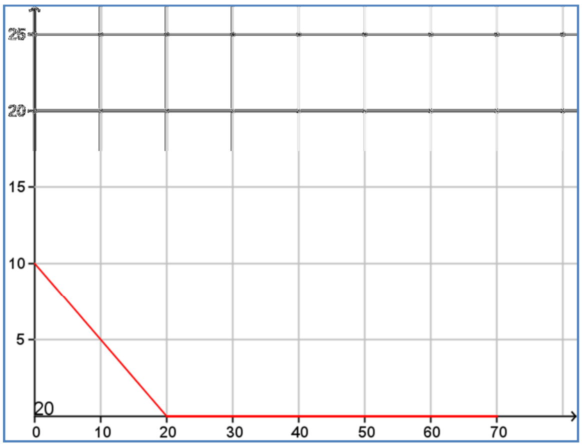
ג. צפו ביישומון אחר הליכתה של נעה במסדרון , ועצרו את הזמן עם הגעתה לט'2. הפעילו עקבות. האם הגרף המתקבל תואם את השערכתם? הסבירו מה רואים בגרף?

שימוש ביישומון.

ד. נעה הולכת מתחילת המסדרון עד ט'2. בנו פונקציה המתארת את המרחק של נעה ביחס לזמן הליכתה. מלאו את טבלת הערכים ובנו גרף מתאים. רשמו את התבנית האלגברית לפונקציה.

תשובה:

זמן	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
מרחק	10	7.5	5	2.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



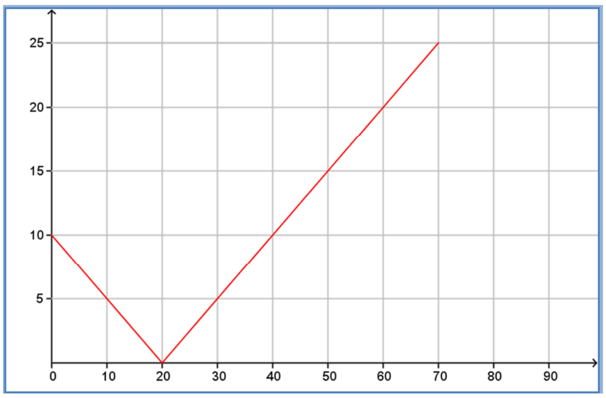
ה. בפעם אחרת נעה הולכת מתחילת המסדרון עד ט'2 , אבל אינה נעצרת וממשיכה מיד בדרכה עד ליציאה. תארו במילים את המרחק של נעה מהכיתה ט'2 מהרגע שנכנסה למסדרון עד ליציאתה מהמסדרון.

תשובה:

נעה מתקרבת ממרחק 10 מ' עד מרחק 0 מכיתה ט2 תוך 20 שניות, ומיד אחר כך מתחילה להתרחק באותה מהירות.

ו. איך יראה לדעתכם הפעם הגרף, המתאר את המרחק של נעה מכיתה ט'2 ביחס לזמן ההליכה שלה במסדרון? שרטטו גרף זה.

תשובה:



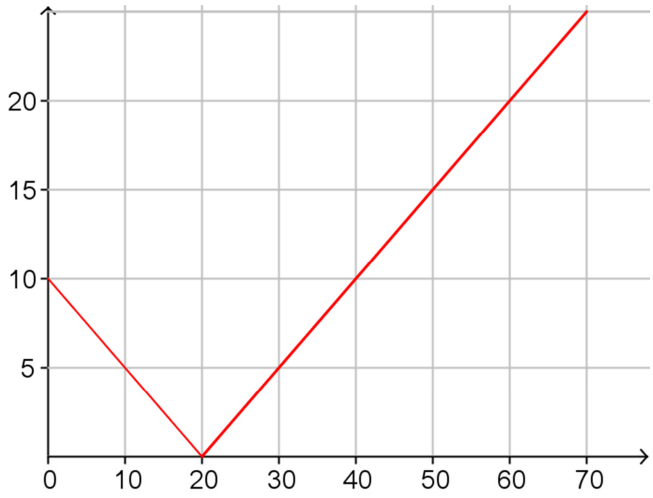
ז. צפו ביישומון ועקבו אחר הליכתה של נעה במסדרון , מכניסתה למסדרון עד ליציאתה. הפעילו עקבות. האם הגרף המתקבל תואם את השערכתם? הסבירו מה רואים בגרף?

שימוש ביישומון.

ח. נעה הולכת מתחילת המסדרון עד סופו. בנו פונקציה המתארת את המרחק של נעה מכיתה ט2 ביחס לזמן. מלאו את טבלת הערכים ובנו גרף מתאים. רשמו את התבנית האלגברית לפונקציה. (היעזרו בערך מוחלט)

תשובה:

זמן	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
מרחק	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70



הפונקציה המתאימה:

$$|x| = \begin{cases} 10 - \frac{1}{2}x & ,0 \leq x \leq 20 \\ \frac{1}{2}(x-20) & ,x > 20 \end{cases}$$

ט. תלמידה אחרת, נטע מכיתה ט'4, גם צעדה מתחילת המסדרון עד לסופו. כיצד לדעתכם תשתנה הפונקציה והגרף, אם הפונקציה תתאר את המרחק שלה מ-ט'4.

תשובה:

עד שהיא מגיעה לט-4 המרחק הוא פונקציה יורדת עם אותו שיפוע כפי שהיה במרחק מט-2 (אותה מהירות של 0.5 m/sec), הפונקציה עוברת בנקודות: (0,20)) ו- (40,0), ואחרי זה הפונקציה עולה באותה מהירות, עד שמגיעים לנקודה (70,15).

י. שנו ביישומון את מספר הכיתה ל-4, וצפו אחר הליכתה של נטע במסדרון , מכניסתה למסדרון עד ליציאתה. הפעילו עקבות. האם הגרף המתקבל תואם את השערכתם? הסבירו מה רואים בגרף? מה דומה ומה שונה בין שני הגרפים?

תשובה:

הישרים המתקבלים מקבילים לישרים מתחילת המשימה אך הם מוזזים ימינה.

יא. ביום אחר נעה וגיל נכנסו למסדרון באותו זמן והלכו מתחילתו ועד סופו. גיל מיהרה מאד והלכה במהירות הכפולה מזו של נעה.במה יהיה שונה הגרף המתאר את מרחקה של גיל מט'2 לעומת הגרף המתאר את מרחקה של נעה מט'2?

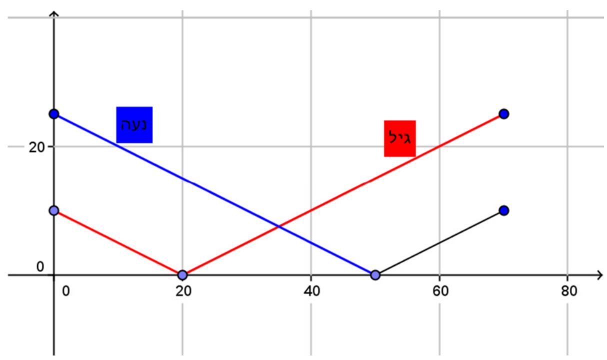
תשובה:

הגרף של התלמידה המהירה גיל יותר צר מהגרף של נעה,

יב. ושוב במסדרון כיתה ט. נעה היתה בתחילת המסדרון וגיל היתה בקצהו השני. בדיוק באותו זמן, נעה וגיל הלכו זו לקראת זו באותה מהירות. כיצד יראו הגרפים המתארים את מרחקה של נעה ושל גיל מט'2 ביחס לזמן?

תשובה:

הגרף יהיה סימיטרי ביחס לישר x=35 שהוא חצי מהזמן הכולל של, כי הן הולכות במהירות שווה.



מעובד על פי: MATHEMATICS TEACHER, 2012 | Vol. 106, No. 3

הזזות ומתיחות של פונקצית הערך מוחלט

במשימות הבאות היעזרו בתוכנה לשרטוט פונקציות (כגון desmos.com או geogebra.org).

1. נזכר בהתנהגות משפחת הפונקציות הריבועיות: $f(x) = a(x-p)^2 + k$.

תשובה:

הפרמטר **k** אחראי על הזזת גרף הפונקציה אנכית (מעלה מטה).

הפרמטר **p** אחראי על הזזת גרף הפונקציה אופקית (ימינה שמאלה).

הפרמטר **a** אחראי על מתיחה וכווץ של גרף הפונקציה.

נחקור את התנהגות משפחת הפונקציות $f(x) = a|x-p| + k$.

א. קבעו את a=1, ושנו את הפרמטרים p ו-k. הסבירו כיצד הם משפיעים על גרף הפונקציה.

תשובה:

הפרמטר k אחראי על הזזת גרף הפונקציה אנכית (מעלה מטה), כאשר k גדל אז הגרף עולה למעלה וכאשר הוא קטן הגרף זז למטה.

הפרמטר p אחראי על הזזת גרף הפונקציה אופקית (ימינה שמאלה), כאשר p גדל אז הגרף זז ימינה וכאשר הוא קטן אז הגרף פונה זז שמאלה.

ב. מה ניתן לומר על הנקודה (p,k) ?

תשובה:

הנקודה (p,k) היא "הקודקוד" של הגרף.

ג. שנו את ערכי הפרמטר a, ותארו כיצד הוא משפיע על התנהגות גרף הפונקציה.
הבחינו בין ערכים חיוביים לשליליים.

תשובה:

כאשר a חיובי: ככל שהוא גדל אז הגרף נעשה צר יותר, והוא נראה כך:

כאשר a שלילי: ככל שהוא קטן הגרף נעשה צר יותר, והוא נראה כך:

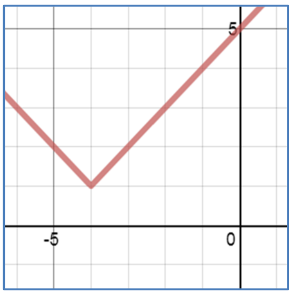
ד. הגרפים הבאים הם ממשפחת הפונקציות $f(x) = a|x - p| + k$.
התאימו לכל גרף את התבנית המתאימה לו.

א. $f(x) = |x - 1| + 1$

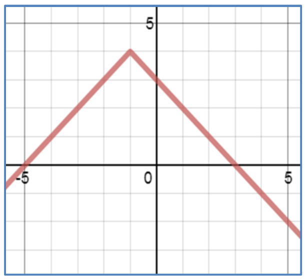
ב. $f(x) = |x + 4| + 1$

ג. $f(x) = -|x + 1| + 4$

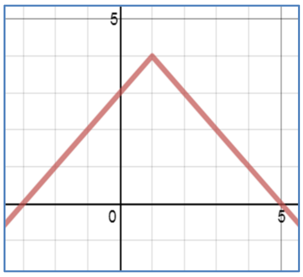
ד. $f(x) = -|x - 1| + 4$



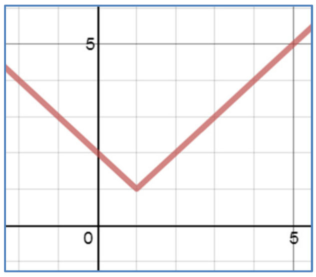
1



2



3



4

תשובה:

הגרף	התבנית האלגברית	נימוק
1	ב	הקודקוד הוא (p,k)=(-4,1) ולכן p=-4 ו- k=1 ו-a חיובי.
2	ג	הקודקוד הוא (p,k)=(-1,4) ולכן p=-1 ו- k=4 ו-a שלילי.
3	ד	הקודקוד הוא (p,k)=(1,4) ולכן p=1 ו- k=4 ו-a שלילי.
4	א	הקודקוד הוא (p,k)=(1,1) ולכן p=1 ו- k=1 ו-a חיובי.

יישומון התאמה של גרף- לתרגול נוסף של הזזות ומתיחות של פונקצית ערך מוחלט.

פעולות עם פונקצית הערך מוחלט

במשימה זו ניצור פונקציות חדשות בעזרת פעולות החשבון:חיבור, חיסור , כפל וחילוק של פונקציות.

1. שערו כיצד נראים הגרפים של הפונקציות הבאות, היעזרו בגרפים של הפונקציות $f(x) = |x|$ ו- $g(x) = x$. בדקו השערכתכם בתוכנה גרפית והסבירו את ממצאכם.

א. $h(x) = x \cdot |x|$

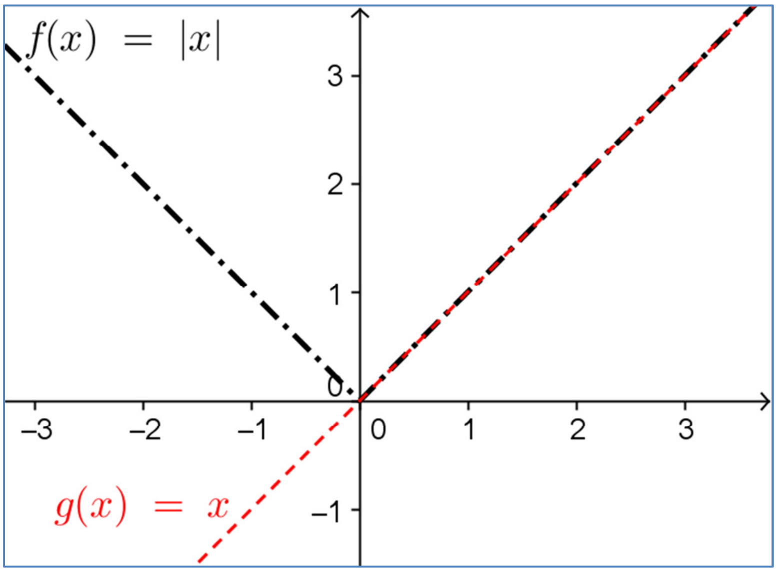
ב. $h(x) = x+|x|$

ג. $h(x) = x - |x|$

ד. $h(x) = \frac{x}{|x|}$

<u>תשובה:</u>

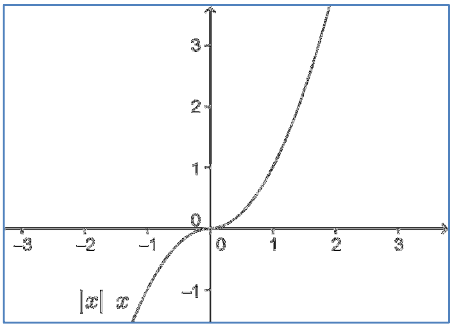
ניעזר בגרפים של שתי הפונקציות: $f(x) = |x|$ **ו-** $g(x) = x$:



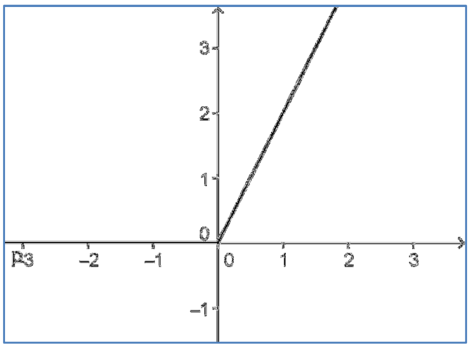
<u>הערות:</u> ברביע הראשון (x>0) שתי הפונקציות מתלכדות ולכן ההפרש שלהם שווה לאפס, סכומם שווה ל- 2f=2g, והמנה שלהם שווה ל-1, ומכפלתם שווה לריבוע של הפונקציות.

שתי הפונקציות סימטריות ביחס לציר x כאשר x<0 ולכן ההפרש f-g=2f, וסכומם 0, המנה שלהם שווה ל- -1 ומכפלתם שווה ל- $-f^2$.

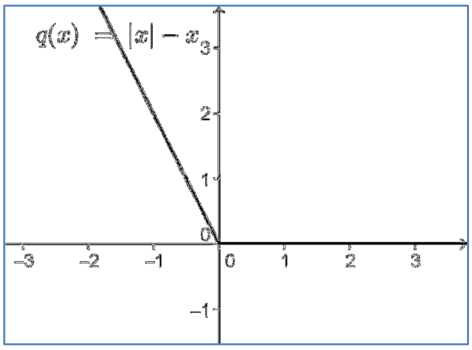
א. כאשר x>0 מתקבל $f(x) = x^2$ (ענף ימני) וכאשר x<0 מתקבל $f(x) = -x^2$ (ענף שמאלי).



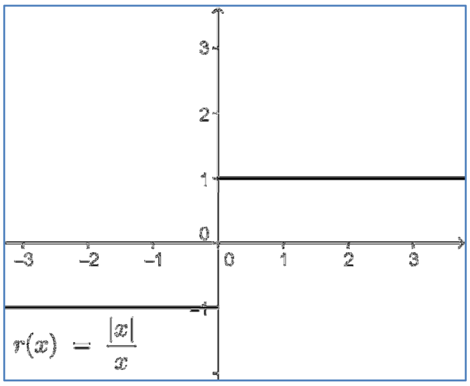
כאשר x>0 מתקבל $f(x) = 2x$ (ישר ברביע הראשון) וכאשר x<0 מתקבל $f(x) = 0$



ב. כאשר x>0 מתקבל $f(x) = 0$ (הכיוון החיובי של ציר x) וכאשר x<0 מתקבל $f(x) = -2x$ (ישר ברביע השלישי).



ג. כאשר x>0 מתקבל $f(x) = 1$ (ישר מקביל לציר x ברביע הראשון) וכאשר x<0 מתקבל $f(x) = -1$ (ישר מקביל לציר x ברביע השלישי).



2. שערו כיצד נראים הגרפים של הפונקציות הבאות, ובדקו השערתכם בתוכנה גרפית. הסבירו את ממצאכם. היעזרו בגרפים של הפונקציות $f(x) = |x|$ ו- $g(x) = |x + 1|$.

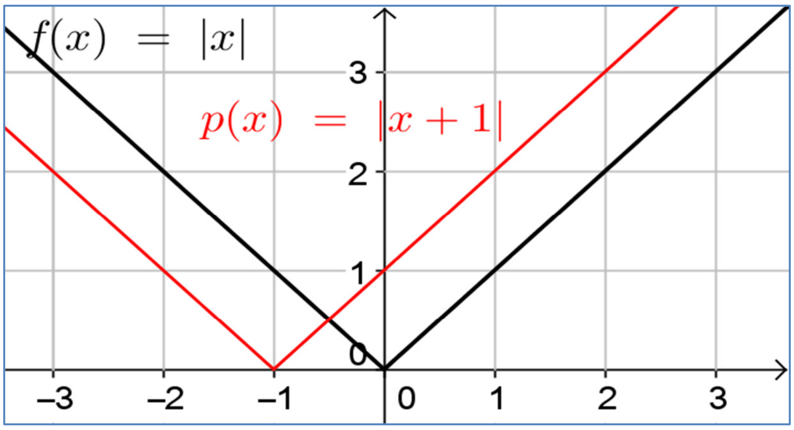
א. $h(x) = |x| + |x + 1|$

ב. $h(x) = |x| - |x + 1|$

ג. $h(x) = |x| \cdot |x + 1|$

תשובה:

א. הגרפים של הפונקציות נראים כך:

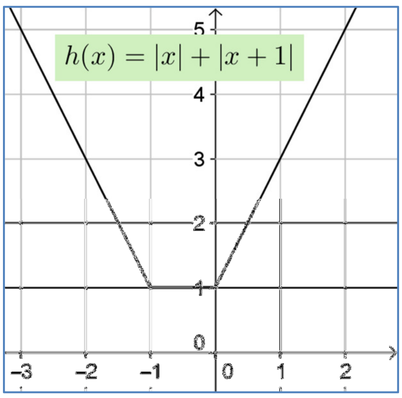


כאשר $x > 0$ שני הערכים שבתוך הערך המוחלט ($x + 1$ ו- x) שניהם חיוביים ולכן הערך של הסכום הוא סכום הערכים עצמם, ז"א $2|x| + 1$ והגרף יהיה דומה לגרף של $|x|$, אבל מתחיל בנקודה $(0,1)$ ועם שיפוע גדול יותר.

כאשר $-1 \le x \le 0$, $x + 1$ הוא ערך חיובי ולכן הערך מוחלט שלו הוא גם $x + 1$, ו- x הוא שלילי ולכן הערך מוחלט שלו שווה ל- $-x$. הסכום שווה ל- 1.

כאשר $x \le -1$, $x + 1$ הוא ערך שלילי ולכן הערך מוחלט שווה ל- $-(x + 1)$, x ערך שלילי ולכן הערך המוחלט שלו שווה ל- $-x$. הסכום אז שווה ל- $-2X - 1$.

<u>הגרף של $h(x) = |x| + |x + 1|$:</u>

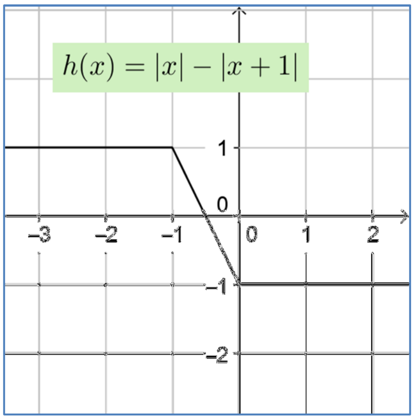


ב. כאשר $x > 0$ שני הערכים שבתוך הערך המוחלט ($x + 1$ ו- x) שניהם חיוביים ולכן הערך של ההפרש הוא הפרש הערכים עצמם, ז"א -1 והגרף הוא ישר המקביל לציר X. מהגרף ניתן לראות כי קיבלנו שני ישרים מקבילים ולכן ההפרש של שתיהן קבוע.

כאשר $-1 \le x \le 0$, $x + 1$ הוא ערך חיובי ולכן הערך מוחלט שלו הוא גם $x + 1$, ו- x הוא שלילי ולכן הערך מוחלט שלו שווה ל- $-x$. ההפרש שווה ל- $-2X - 1$.

כאשר $x \le -1$ ، $x + 1$ הוא ערך שלילי ולכן הערך מוחלט שווה ל- $-(x + 1)$, x ערך שלילי ולכן הערך המוחלט שלו שווה ל- $-x$. ההפרש אז שווה ל- 1 והגרף הוא ישר המקביל לציר X. מהגרף ניתן לראות כי קיבלנו שני ישרים מקבילים ולכן ההפרש של שתיהן קבוע.

<u>הגרף של $h(x) = |x| - |x + 1|$:</u>



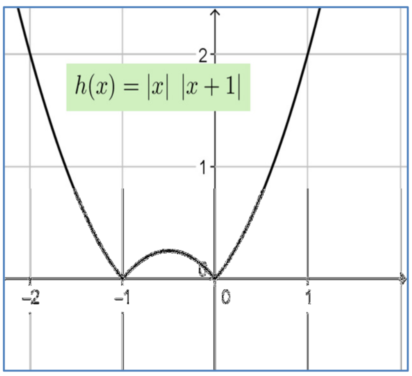
ג. $h(x) = |x| \cdot |x + 1|$

כאשר $x > 0$ שני הערכים שבתוך הערך המוחלט ($x + 1$ ו- x) שניהם חיוביים ולכן הערך של המכפלה הוא מכפלת הערכים עצמם, מתקבל חלק מפרבולה (עם נקודת מינימום).

כאשר $-1 \le x \le 0$, $x + 1$ הוא ערך חיובי ולכן הערך מוחלט שלו הוא גם $x + 1$, ו- x הוא שלילי ולכן הערך מוחלט שלו שווה ל- $-x$.המכפלה היא פרבולה עם נקודת מקסימום.

כאשר $x \le -1$ ، $x + 1$ הוא ערך שלילי ולכן הערך מוחלט שווה ל- $-(x + 1)$, x ערך שלילי ולכן הערך המוחלט שלו שווה ל- $-x$. המכפלה היא אותה פרבולה ומתקבל חלק ממנה.

<u>הגרף של $h(x) = |x||x + 1|$:</u>



3. נתונות הפונקציות: $f(x) = |x|$ ו- $g(x) = |x+1|$.

קבעו איזו טענה נכונה. בדקו קביעתכם בתוכנה גרפית ונמקו.

א. $|f(x)+g(x)| = |fx)| + |g(x)|$

ב. $|f(x)+g(x)| \geq |fx)| + |g(x)|$

ג. $|f(x)+g(x)| \leq |fx)| + |g(x)|$

בדקו השערתכם גם לגבי זוגות נוספים של פונקציות.

תשובה:

א. לא נכונה. למשל: $|x+1| \neq |x| + |1|$ הטענה נכונה רק עבור שתי פונקציות חיוביות באותם תחומים או שתי פונקציות שליליות באותם תחומים.

ב. לא נכון: אגף ימין תמיד גדול או שווה לאגף ימין, כי אגף ימין הוא סכום שני מספרים חיוביים וסכום זה תמיד גדול שווה מערך מוחלט של סכום שני ביטויים.

ג. נכונה.

ערך מוחלט של פונקציה ריבועית

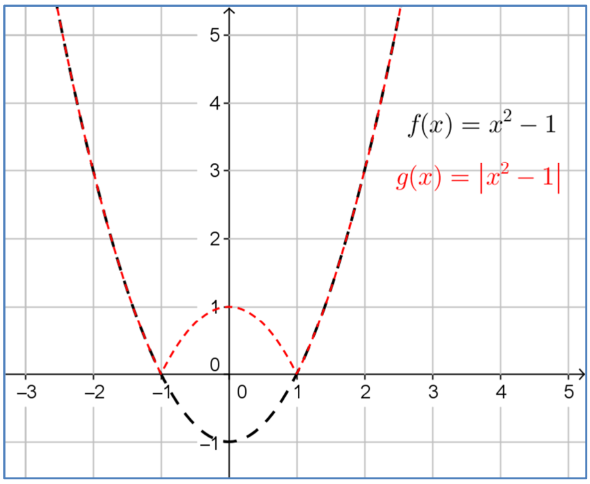
1. בהינתן הפונקציה הריבועית $\mathbf{f(x) = x^2 - 1}$, נתבונן בפונקציה $\mathbf{g(x) = |x^2 - 1|}$.

א. השלימו את טבלת הערכים:

x	-2	-1	-0.5	0	0.5	1	2
$f(x) = x^2 - 1$	3	0	-0.75	-1	-0.75	0	3
$g(x) = \|x^2 - 1\|$	3	0	0.75	1	0.75	0	3

ב. שרטטו את הגרפים של שתי הפונקציות.

תשובה:



ג. אילו מאפיינים של שני הגרפים דומים ? ואילו שונים?

תשובה:

כאשר הפונקציה f אז הפונקציה של ערך מוחלט מתלכדת עם הפונקציה, וכאשר הפונקציה f שלילית אז הגרף של הפונקציה של ערך מוחלט הוא שיקוף של f סביב ציר x.

ד. תארו את בניית הגרף של הפונקציה $\mathbf{g(x) = |x^2 - 1|}$ מהפרבולה $\mathbf{f(x) = x^2 - 1}$.

תשובה:

מהגרף של הפרבולה $f(x) = x^2 - 1$ ניתן לבנות את הגרף של $g(x) = |x^2 - 1|$, החלק החיובי של שתי הפונקציות מתלכד, והחלק השלילי של $f(x) = x^2 - 1$ משקפים סביב ציר x ומתקבל הגרף של $g(x) = |x^2 - 1|$.

ה. תארו את גרף הפונקציה $\mathbf{g(x) = |x^2 - 1|}$ כמורכב משתי פרבולות. מהן ? באיזה תחום תגדירו כל פרבולה?

תשובה:

$$|x^2 - 1| = \begin{cases} x^2 - 1 & , x^2 - 1 > 0 \\ -(x^2 - 1) & , x^2 - 1 \le 0 \end{cases}$$

2. פתרו את המשוואות:

א. $|x^2-1|=3$

תשובה:

$$x^2-1=3 \quad \text{או} \quad x^2-1=-3$$

$$x^2=4 \quad \text{או} \quad x^2=-2$$

$$x_{1,2}=\pm 2 \quad \text{או} \quad \emptyset$$

הפתרון: $x_{1,2}=\pm 2$

ב. $|x^2-1|=1$

תשובה:

$$x^2-1=1 \quad \text{או} \quad x^2-1=-1$$

$$x^2=2 \quad \text{או} \quad x^2=0$$

$$x_{1,2}=\pm\sqrt{2} \quad \text{או} \quad x_3=0$$

הפתרון: $x_{1,2}=\pm\sqrt{2}$ או $x_3=0$

ג. $|x^2-1|=\frac{1}{2}$

תשובה:

$$x^2-1=\frac{1}{2} \quad \text{או} \quad x^2-1=-\frac{1}{2}$$

$$x^2=1\frac{1}{2} \quad \text{או} \quad x^2=\frac{1}{2}$$

$$x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{3}{2}} \quad \text{או} \quad x_{3,4}=-\sqrt{\frac{1}{2}}$$

ד. $|x^2-1|=-1$

תשובה:

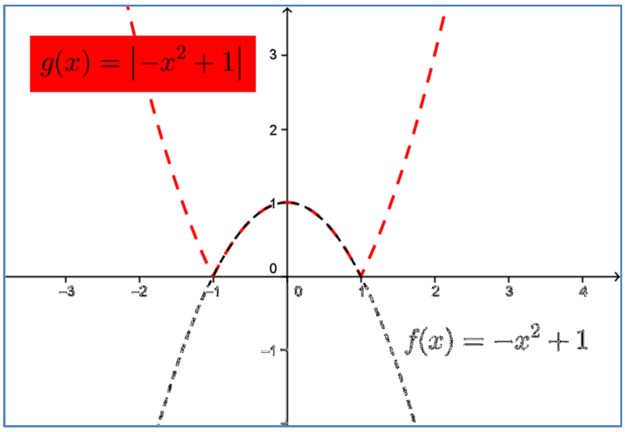
אין פתרון למשוואה זו כי ערך מוחלט הוא ערך אי שלילי.

3. שרטטו את גרף הפונקציה $\mathbf{g(x) = |-x^2 + 1|}$. הסבירו כיצד שרטטתם.

i. נשרטט את הפרבולה $f(x) = -x^2 + 1$.

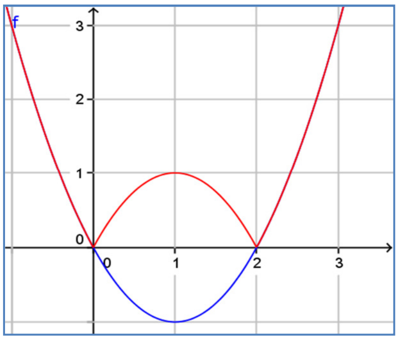
ii. בתחומים בהם הפונקציה $f(x)$ חיובית אז הגרף של הפונקציה $g(x)$ מתלכד עם הגרף של $f(x)$, כלומר בתחום: $-1 \le x \le 1$, ובשאר התחום משקפים את הגרף של הפונקציה $f(x)$

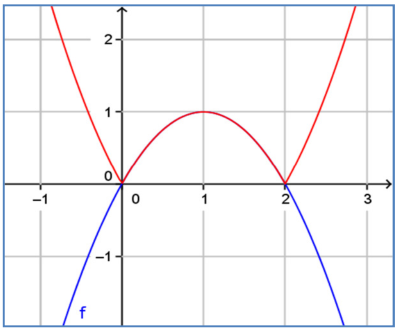
שנמצא מתחת לציר x ($f(x)$ שלילית) ביחס של ציר x. הגרף המתקבל הוא:

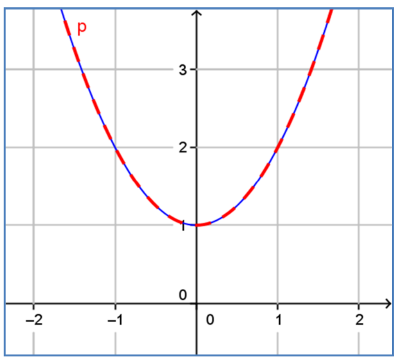


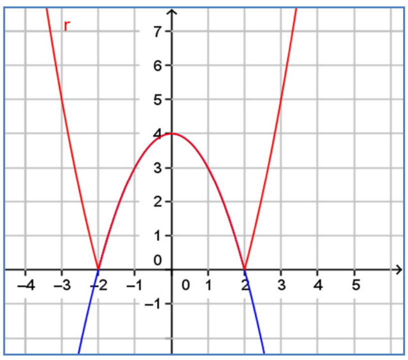
4. שרטטו את הגרפים של פונקציות הערך המוחלט של הפרבולות הבאות:

תשובה:









5. נתונות הפונקציות: $f(x) = |x|$ ו- $g(x) = |x + 1|$.

קבעו איזו טענה נכונה. בדקו קביעתכם בתוכנה גרפית ונמקו.

א. $|f(x) \cdot g(x)| = |fx)| \cdot |g(x)|$

ב. $|f(x) \cdot g(x)| \geq |fx)| \cdot |g(x)|$

ג. $|f(x) \cdot g(x)| \leq |fx)| \cdot |g(x)|$

בדקו השערתכם גם לגבי זוגות נוספים של פונקציות.

תשובה:

א. נכונה. מכפלה של שתי פונקציות יכולה להיות חיובית/שלילית ולכן הערך המוחלט תמיד חיובי וזה יהיה תמיד שווה למכפלת ערכים המוחלטים שהיא תמיד חיובית גם.