



אי שיויונות פתרונות אלגבריים וגרפיים

מותאם לתלמידי כיתות ט' – עתודה מדעית טכנולוגית

תוכן עניינים:

| | |
|--------|---|
| עמ' 2 | תרגילי חימום |
| עמ' 5 | מערכת "וגם" |
| עמ' 7 | מערכת "או" |
| עמ' 9 | ערך מוחלט – אי שוויון |
| עמ' 12 | אי שוויון ריבועי (רק פרק זה יילמד בהמשך, במהלך השנה) |

תרגילי חימום

1. אם $x < -3$ ו- $y > 1$ אז המכפלה xy
 i. חיובית ii. שלילית iii. אי אפשר לדעת

2. ידוע ש $x < y$ ו- $z < x$ מי מהשלושה הוא הקטן ביותר? _____
 מי מהשלושה הוא הגדול ביותר? _____

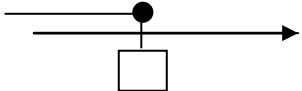
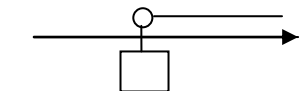
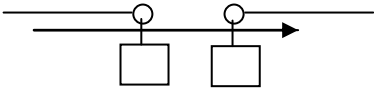
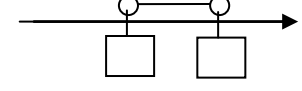
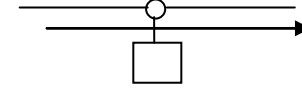
3. האם נכון? (הקיפו את התשובה הנכונה)

א. אם $-x \leq -7$ אז $x \leq 7$ כן / לא

ב. אם $0 < x < \frac{1}{2}$ ו- $1 < y < 2$ אז $\frac{1}{2} < xy < 1$ כן / לא

4. כמה פתרונות לאי שוויון $3x > 12$
 i. 0 ii. 1 iii. 2 iv. אינסוף

5. חברו בחץ בין אי שוויון שבטור ימין לפתרון גרפי שבטור שמאל, השלימו מספרים מתאימים במשבצות שמתחת לציר המספרים.

| | | | |
|---|---|---|--------------------|
|  | • | • | $3 < x < 6$ |
|  | • | • | $x \leq -2$ |
|  | • | • | $x \neq 0$ |
|  | • | • | $x > 5$ או $x < 2$ |
|  | • | • | $x > -2$ |

6. אם $-2 < x < 2$ ו- $-5 < y < 5$ מה הטווח האפשרי לערך של $y - x$?

$$\begin{array}{lll}
 \text{i.} & -3 < y - x < 7 & \text{ii.} & -7 < y - x < 3 \\
 \text{iii.} & -7 < y - x < 7 & \text{iv.} & -5 < y - x < 5 \\
 \text{v.} & -3 < y - x < 3 & &
 \end{array}$$

7. פאולה מציירת תמונות ומכרת. היא מציירת תמונות קטנות ומכרת ב 20 ₪, תמונות בינוניות ומוכרת ב 50 ₪ ותמונות ענק ומוכרת ב 1000 ₪. פאולה זקוקה ל 2800 ₪ כדי לקנות מכשיר לביתה. היא מכרה תמונת ענק אחת ו- 23 תמונות בינוניות. כמה תמונות קטנות לפחות צריכה פאולה למכור כדי שתגיע לסכום הכסף לזקוקה? הציגו דרך פתרון.

8. אייל ואלון רצו לקנות דלי גדול של פופקורן. לאייל היו חסרים 2 שקלים לקנייה ואלון היו חסרים 24 שקלים לקנייה. גם אם יחברו את כספיהם ביחד עדיין יחסר להם סכום הכסף המתאים לדלי של פופקורן. בהנחה שבידי אייל ואלון שקלים ללא אגורות ובהנחה שמחיר דלי של פופקורן גם הוא בשקלים ללא תוספת אגורות, מה יכול להיות המחיר של דלי גדול של פופקורן? הציגו את דרך הפתרון.

9. אם A לא שווה ל-B, איזה מהביטויים גדול יותר

$$\frac{B}{A-B} \quad \text{הביטוי השני:} \quad \frac{A}{A-B}$$

i. אין מספיק מידע ii. הביטוי השני iii. הביטוי הראשון iv. הם שווים

10. א. אם $a > 0$ וגם $b > 0$ ו- $a > b$ מה נוכל לומר על הקשר בין $\frac{1}{a}$ ל- $\frac{1}{b}$

i. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ii. $\frac{1}{a} = \frac{1}{b}$ iii. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ iv. לא ניתן לקבוע

ב. אם $a > 0$ וגם $b > 0$ ו- $a > b$ אז $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

i. נכון תמיד ii. לא בהכרח

ג. אם $a < 0$ וגם $b < 0$ ו- $a > b$ אז $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

מדינת ישראל
משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

i. נכון תמיד ii. לא בהכרח



11. מהו הפתרון עבור x באי שוויון $\frac{3^{x+5}}{3^{11}} > 1$

i. $-6 < x < 0$ ii. $x < 6$ iii. $x > 6$ iv. $-6 < x < 6$

12. מהו הפתרון עבור x באי שוויון $\left(\frac{1}{3}\right)^x < 3^{x+5}$

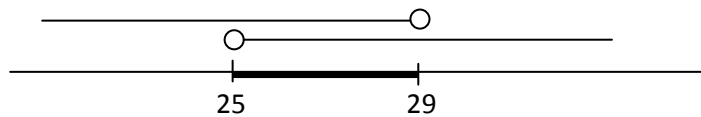
i. $x < 2.5$ ii. $x > 0$ iii. $x > -2.5$

מערכת "וגם"¹

1. אורי ואחיו איתן ביקשו מאמם כסף כיס. לאם היה בארנק בדיוק 58 שקלים. חלק מסכום זה היא חילקה בין שני בניה שווה בשווה. לאורי היו כבר קודם 5 שקלים והכסף שברשותו כעת הספיק לו לקניית כרטיס לקולנוע שמחירו 30 שקלים. אחרי קניית הכרטיס נותר לו כסף. מה אפשר לדעת על סכום הכסף שנשאר לאם בארנק?

הצגה לפתרון

נדיר: x הסכום שקיבל כל אחד מהילדים ולכן $2x < 58$ (הסבירו מדוע)
המידע הנוסף בסיפור מאפשר להרכיב אי שוויון נוסף $x + 5 > 30$ (הסבירו מדוע)
נכתוב שני אי שוויונות עצריכים להתקיים: $2x < 58$ וכן $x + 5 > 30$
נפתור ונשרטט את הערכים על ציר המספרים:
 $x < 29$ וכן $x > 25$



החלק המשותף הוא בין 25 ל-29. הפתרון: $25 < x < 29$
תשובה: סכום הכסף שקיבל כל ילד גדול מ-25 שקלים אך קטן מ-29 שקלים. כלומר לאט נשאר פחות מ-8 שקלים בארנקו.

2. פתרו את האי-שוויונות הבאים, שרטטו תחום לכל מערכת אי שוויונות:

א. $4x < 10$ וגם $x - 1 < 2$

ב. $3 < 3x - 2 < x + 8$

ג. $x > 7$ וגם $2x < 6$

ד. $7(3x + 15) > 6(8x + 13)$ וגם $5(8x + 1) > 2x + 43$

ה. $2x - 5 - 3(6 - x) \leq 11 + 2x$ וגם $3(x + 5) + 4(x + 2) > 5$

¹ מעובד על פי ספרם של פרופ' עזרא לוי ופרופ' מיכאל משלר: "אלגברה – כרך שלישי"

1. $0.7x - 2(0.3x - 6) > 8 - 0.2x$ וגם $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{2-3x}{6} \leq 0$

2. $\frac{x-4}{5} - \frac{x+2}{4} - \frac{2x-1}{2} \leq -1-x$ וגם $\frac{x-2}{10} \leq \frac{3+2x}{5} - x + 2$

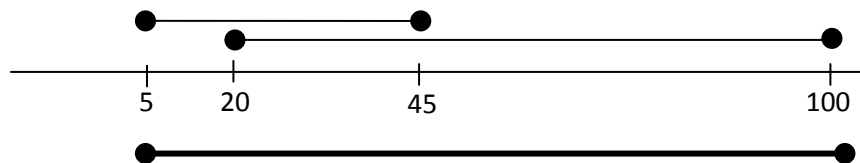
3. רוכב אופניים צריך לעבור דרך של 90 ק"מ. הוא עבר דרך מסויימת ועצר למנוחה. הוא חישב ומצא שהדרך שנותרה לו לעבור היא יותר מפי 2 מהדרך שעבר ופחות מפי 3 מהדרך שעבר. מה תוכלו לומר על הדרך שעבר הרוכב האופניים עד שעצר למנוחה?
4. נתון מספר תלת ספרתי שהספרות שלו הם שלשה של מספרים עוקבים. המספר גדול מ-600 אך קטן מ-800. אילו מספרים יכולים להיות מספרים תלת ספרתיים המקיימים את התנאים?
5. מה גילו של גיא? אבא אמר: "בעוד 22 שנים יהיה גילו של גיא גדול מגילו כעת יותר מאשר פי 4". אמא אמרה: "לפני 5 שנים היה גילו של גיא גדול מאשר רבע גילו כעת". (הגילים הם במספרים טבעיים).
6. הקניינית של החנות רוצה לקנות 80 חולצות T משני סוגים – סוג יקר וסוג זול. הסוג היקר עולה 16 ₪ החולצה והסוג הזול עולה 13 ₪ החולצה. היא מעדיפה לקנות יותר חולצות יקרות מאשר זולות אך התקציב שלה מאפשר לה להוציא לא יותר מאשר 1200 ₪. מה מספר החולצות היקרות שיכולה לרכוש?
7. שושנה, עדה ושרה הן שלוש אחיות. אם נכפיל את גילה של שרה פי 2 ונחסר את התוצאה מ-12, נקבל את גילה של שושנה. אם נחסר מ-10 את גילה של שרה, נקבל את גילה של עדה. גילה של כל אחת מהאחיות הוא פחות מ-7. שרה איננה המבוגרת מבין השלוש. מהו גילן של האחיות? (הגילים הם במספרים טבעיים).

מערכת "או"2

1. המשטרה מחפשת כנופיית פורצים. החשד הוא שהם נמצאים על הכביש בין העיר A לעיר B. המרחק בין עיר A לעיר B גדול מ-100 ק"מ. לתחנה המשטרה התקבלו שתי ידיעות:
א. לפני רבע שעה נראתה מכונית חשודה בכביש המקשר את עיר A עם עיר B, במרחק 25 ק"מ מעיר A.
ב. לפני חצי שעה נראתה מכונית חשודה באותו כביש במרחק 60 ק"מ מעיר A. מן הכביש אין הסתעפויות לכבישים צדדיים. בגלל עומס התנועה אי אפשר לנסוע בכביש זה במהירות העולה על 80 קמ"ש.
בהנחה שאחת הידיעות לפחות נוגעת לכנופיה, היכן היא יכולה להימצא ברגע זה?

הצגה לפתרון

נאדיר: x המרחק של מכונית הפורצים מן העיר A כעת.
מאבק רבץ שעה יבלה לנוצ לכל היותר 20 ק"מ. אם הידיעה הראשונה נכונה חייב x לקיים: $5 \leq x \leq 45$ (הסבירו מדוע)
אם הידיעה השנייה נכונה חייב x לקיים: $20 \leq x \leq 100$ (הסבירו מדוע)
נכתוב שני אי שוויונות שצריכים להתקיים: $5 \leq x \leq 45$ או $20 \leq x \leq 100$
נשרטט את הדרכים על ציר המספרים:



בהנחה שאחת הידיעות נכונה או שתיהן נכונות הפתרון: $5 \leq x \leq 100$
תשובה: המכונית נמצאת כעת במרחק של בין 5 ל-100 ק"מ מעיר A.

2. פתרו את האי-שוויונות הבאים, שרטטו תחום לכל מערכת אי שוויונות:

א. $-20 < 2x - 14$ או $-2x < -5$

ב. $12(x + 5) < 12x + 6$ או $13(2x + 5) > 26x + 25$

ג. $x + 7 \geq x + 8$ או $7x \leq 8x$

² מעובד על פי ספרם של פרופ' עזרא לוי ופרופ' מיכאל משלר: "אלגברה – כרך שלישי"

$$ד. \quad \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x \leq 3 \quad \text{או} \quad 0.8x - 0.25 > 0.3x + 0.25$$

$$ה. \quad x < 6 \quad \text{או} \quad x = 6 \quad \text{או} \quad x > 6$$

$$ו. \quad x - \frac{x-2}{3} < \frac{x+23}{4} - \frac{16+x}{7} \quad \text{או} \quad x - \frac{7(3x-8)}{4} \leq -20$$

$$ז. \quad \frac{2x+7}{5} = -3 \quad \text{או} \quad \frac{1}{3}x > -2$$

$$ח. \quad \frac{x-3}{4} + \frac{2x-4}{7} \leq -4 \quad \text{או} \quad \frac{x}{2} - \frac{x}{4} < -8$$

$$ט. \quad \frac{x}{3} - \frac{x}{4} < 0 \quad \text{או} \quad 0.18x - 1.7 > 0.3(0.2x - 0.6)$$

$$י. \quad \frac{2x+7}{9} \leq 0 \quad \text{או} \quad \frac{2x+7}{9} = x - 7$$

3. חברת חשמל מציעה שני סוגי תעריפים:

i. תשלום קבוע של 20 שקלים לחודש ו-1.40 ₪ לכל קוט"ש (קילוואט / שעה)

ii. תשלום קבוע של 48 שקלים לחודש ו-60 אגורות לכל קוט"ש.

משפחה מעוניינת בכמות מקסימלית של קוט"ש, אולם בתנאי שההוצאות לא תעלינה

על 90 שקלים לחודש. איזה תעריף כדאי לה לבחור?

ערך מוחלט – אי שוויון³

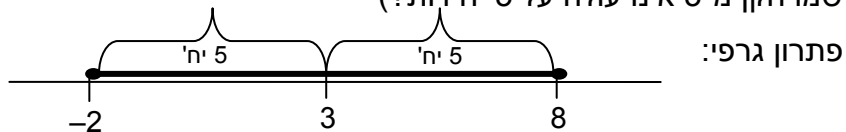
נכיר את המשמעות של אי שוויונות מהצורה:

$$|x - a| < b, |x - a| \leq b, |x - a| > b, |x - a| \geq b$$

תזכורת: $|x - a|$ פירושו – המרחק של הנקודה x מ- a על ציר המספרים.

1. מהם כל המספרים שהם פתרון של האי שוויון $|x - 3| \leq 5$? (מהן כל הנקודות

שמרחקן מ-3 אינו עולה על 5 יחידות?)



$$-2 \leq x \leq 8$$

פתרון אלגברי: האי שוויון שקול לאי שוויון: $x - 3 \leq 5$ וגם $-(x - 3) \leq 5$

$$\text{או: } x - 3 \leq 5 \quad \text{וגם} \quad x - 3 \geq -5$$

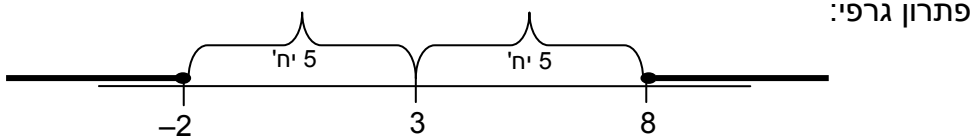
דין:

א. מה ההבדל בין האי שוויון $|x - 3| \leq 5$ לאי שוויון $|x - 3| < 5$?

ב. מה הפתרון לאי שוויון $|x - 3| \leq -5$?

2. מהם כל המספרים שהם פתרון של האי שוויון $|x - 3| \geq 5$? (מהן כל הנקודות

שמרחקן מ-3 אינו קטן מ-5 יחידות?)



$$x \geq 8 \quad \text{או} \quad x \leq -2$$

פתרון אלגברי: האי שוויון שקול לאי שוויון: $x - 3 \geq 5$ או $-(x - 3) \geq 5$

$$\text{או: } x - 3 \geq 5 \quad \text{או} \quad x - 3 \leq -5$$

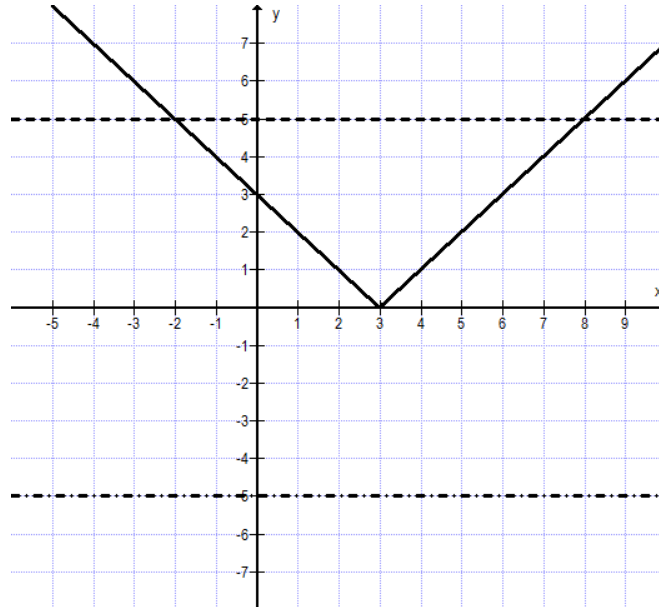
דין:

א. מה ההבדל בין האי שוויון $|x - 3| \geq 5$ לאי שוויון $|x - 3| > 5$?

ב. מה הפתרון לאי שוויון $|x - 3| \geq -5$?

³ מעובד על פי ספרם של פרופ' עזרא לוי ופרופ' מיכאל משלר: "אלגברה – כרך שלישי"

3. נתבונן בגרפים של הפונקציות $f(x) = |x - 3|$, $g(x) = 5$, $m(x) = -5$.
- א. הסבירו כיצד ניתן לפתור את האי שוויונות $|x - 3| \geq 5$, $|x - 3| \leq 5$
- ב. הסבירו כיצד ניתן לפתור את האי שוויונות $|x - 3| \geq -5$, $|x - 3| \leq -5$



4. פתרו את האי שוויונות בדרך של שיקולים. הסבירו את שיקולכם.
- א. $|2x + 4| \geq 0$ ב. $|2x + 4| \leq 0$ ג. $|2x + 4| < 0$
5. פתרו את האי שוויונות הבאים: א. $|x + 5| \geq 0$ ב. $|x - 3| \leq 0$
6. פתרו את האי שוויונות הבאים, היעזרו בשרטוט גרפים.
- א. $|x - 3| \leq 2$ ב. $\left| \frac{x - 13}{2} \right| \geq 1$
- ג. $\left| \frac{x - 13}{2} \right| \geq -1$ ד. $|8x + 5| \leq 3$
7. התחום בו נמצא הפתרון של האי שוויון $|2x + 8| + 16 < 32$ הוא $a < x < b$. מה הערך של $b - a$? הציגו דרך פתרון.

8. מה הערך של x באי שוויון $11 < |x - 3| < 7$?

i. $10 < x < 14$

ii. $-8 < x < -4$

iii. $-8 < x < 14$

iv. $-8 < x < -4$ או $10 < x < 14$

9. נתונה המשוואה: $|x + 5| - 3 = k$ (k מספר קבוע)

א. עבור אילו ערכים של k יש למשוואה הנתונה שני פתרונות שונים?

ב. עבור אילו ערכים של k יש למשוואה הנתונה פתרון אחד בלבד?

ג. עבור אילו ערכים של k למשוואה הנתונה אין פתרונות?

ד. נתון אי השוויון: $|x + 5| - 3 > k$ עבור איזה ערכים של k נקבל כפתרון כל ערך של x ?

אי שוויון ריבועי

1. נתון האי השוויון: $x(x + 1) > 12$

א. הציגו 2 דוגמאות למספרים שהם **אינם פתרונות** של האי שוויון

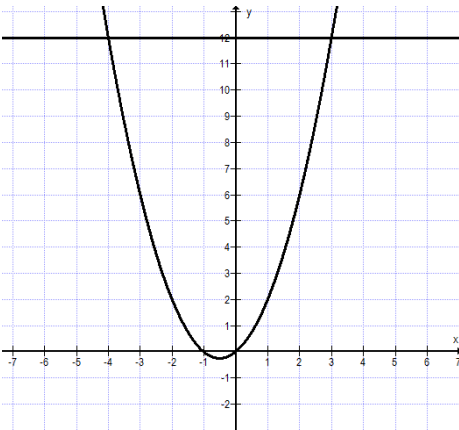
ב. הציגו 2 דוגמאות למספרים שהם **פתרונות** של האי שוויון

ג. מה תוכלו לומר על כל המספרים שהם פתרונות של האי שוויון?

הציגו את שיקוליכם

ד. משורטטים הגרפים של הביטויים בכל אגף.

הסבירו בעזרתם את הפתרון שקיבלתם.



2. נתון מלבן שאורך צלעותיו: x , $x + 1$
שטח המלבן גדול מ 12 סמ"ר.

כתבו אי שוויון מתאים ובדקו מהם המספרים שיכולים לתאר את אורך צלעות המלבן?

האם הפתרונות של אי שוויון זה זהים לפתרונות האי שוויון בשאלה 1? הסבירו.
כתבו דוגמה למספרים היכולים לתאר את אורך צלעות המלבן.

3. אמיר בחר 2 מספרים עוקבים, כפל ביניהם וגילה כי מכפלתם גדולה מ 12.
כתבו אי שוויון מתאים ובדקו אילו אפשרויות של מספרים יכולה היה אמיר לבחור?
האם פתרונות אי שוויון זה זהים לפתרונות שמצאתם בשאלות 1 ו 2? הסבירו.
כתבו 2 דוגמאות למספרים שאמיר יכול היה לבחור.

4. סמנו את הפתרון לאי שוויון: $x^2 - 14x + 49 \leq 0$

i. $x \neq 49$ ii. $x = 7$ iii. כל x iv. $x \neq 7$

5. איזה מהאי שוויונות הבאים מתאים אם הפתרון שלו הוא $x < -4$ או $x > 6$

i. $x^2 + 2x - 24 < 0$

ii. $x^2 + 2x - 24 > 0$

iii. $-x^2 + 2x + 24 > 0$

iv. $-x^2 + 2x + 24 < 0$

6. הפתרון של האי שוויון $x^2 - 26x + 144 < 0$ הוא $a < x < b$

מה הערך של $a + b$?

7. אם הפתרון של האי שוויון $x^2 + ax + b \geq 0$ הוא $x \leq 4$ או $x \geq 7$

מה הערך של $a + b$?

8. כמה ערכים שלמים חיוביים הקטנים מ-100 הם פתרון של האי שוויון

$$x^2 - 20x - 224 > 0$$

9. איזה מהמספרים הבאים יכול להיות הערך של x אם ידוע שהשורש הריבועי של x

גדול מהריבוע של x ?

i. $\frac{1}{4}$ ii. $\frac{9}{4}$ iii. 4 iv. 1

10. פתרו את האי שוויונות בדרך של שיקולים. הסבירו את שיקולכם.

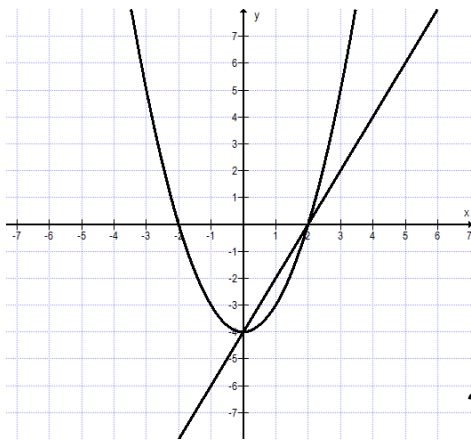
א. $(x - 2)^2(x - 4) < 0$ ב. $(x + 2)^2(x - 4)(x - 6) < 0$

11. רינת בחרה מספר, כפלה אותו בעצמו והחסירה מן המכפלה 4.
אח"כ רינת בחרה מספר אחר, ביצעה את אותן הפעולות וקיבלה בדיוק את אותה התוצאה.

- א. מצאו זוגות של מספרים שאם בוחרים אותם מקבלים את אותה התוצאה.
ב. מה מאפיין מספרים אלו?
ג. כתבו ביטוי אלגברי של פונקציה המתאים לסיפור של רינת.
ד. האם תוכלו להצדיק את תשובתכם בסעיף ב' בעזרת הביטוי שכתבתם?
ה. רשמו, אם אפשר, שני מספרים שרינת יכולה לבחור כדי לקבל כתוצאה:

- מספר חיובי
- מספר שלילי
- אפס
- מספר הגדול מ 60
- מספר הקטן מ (-60)
- את המספר (-3)

ו. לפניכם שני גרפים. איזה מהם מתאים לפונקציה של רינת? הסבירו.



ז. מצאו את כל המספרים שרינת תבחר ותקבל:

- מספר חיובי
- מספר שלילי

הציגו את שיקוליכם – תוכלו להיעזר בגרף או בכלים אלגבריים.

ח. האם יתכן שרינת בחרה מספר וקיבלה כתוצאה: (-10)?

מספר הקטן מ- (-10)? הסבירו בדרך גרפית או בדרך אלגברית.