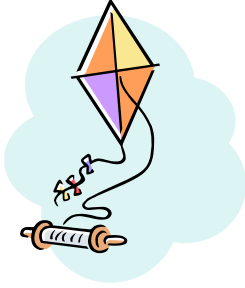


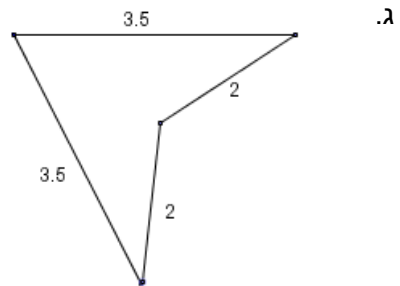
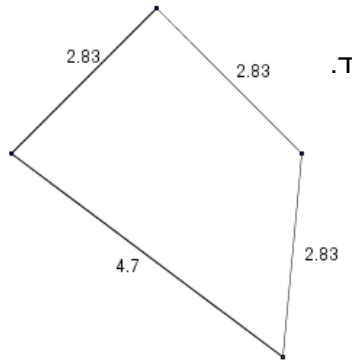
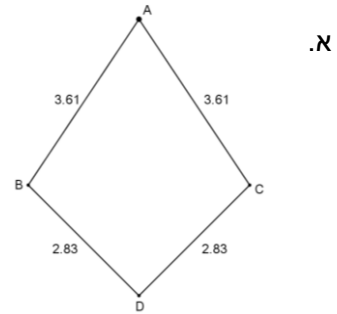
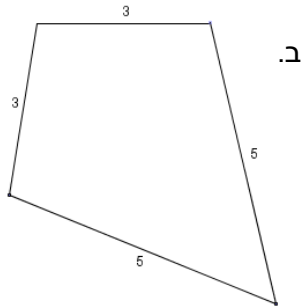
דלתון ומשולש שווה שוקיים

שיעור 1 – הכרת הדלתון

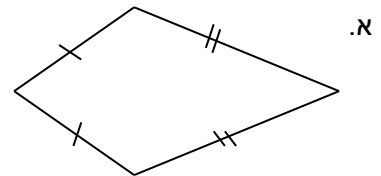
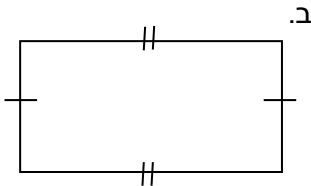
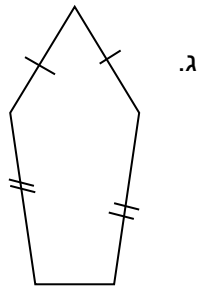
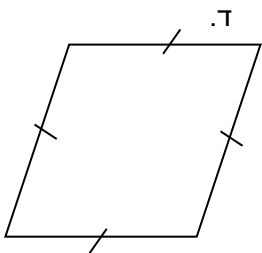


1. א. שרטטו במחברת דלתון.
 ב. שרטטו במחברת דלתון נוסף.

2. לפניכם מספר מצולעים, אורכי הצלעות נתונים בס"מ.
 אילו מהמצולעים שלפניכם הם דלתונים? נמקו.



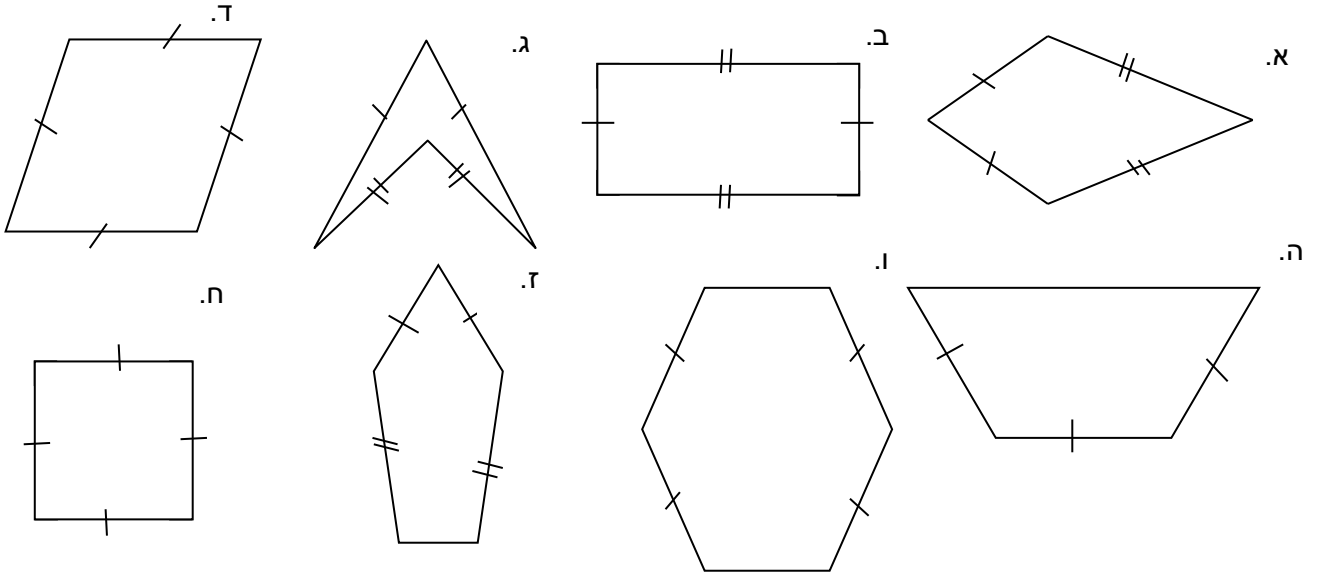
3. לפניכם מספר מצולעים. אילו מהמצולעים שלפניכם הם דלתונים? נמקו.



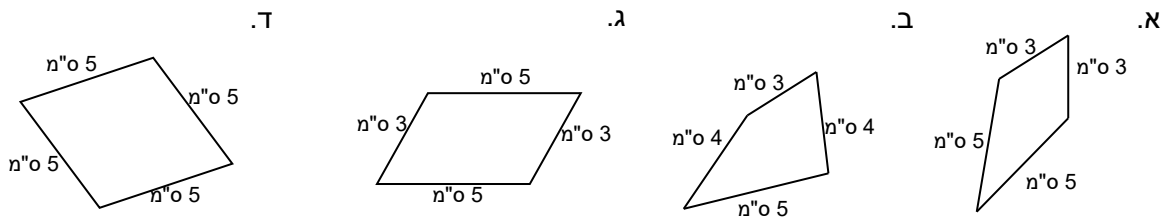
משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

הגדרת הדלתון:
 הדלתון הוא מרובע שלו שני זוגות זרים של צלעות סמוכות השוות זו לזו.

4. אילו מהמצולעים המשורטטים הם דלתונים על פי ההגדרה?



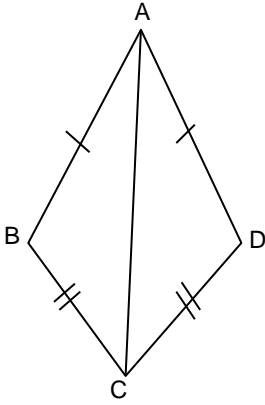
5. קבעו על סמך הנתונים הרשומים בשרטוטים (השרטוטים מוקטנים) אילו מהמרובעים שלפניכם הם דלתונים:



6. נתון דלתון. אורך אחת הצלעות 10 ס"מ, אורך הצלע האחרת 4 ס"מ. מה היקף הדלתון?

המשך ההגדרה של מרכיבי הדלתון
 קדקוד של הדלתון, שהוא נקודת חיתוך של שתי צלעות (סמוכות) השוות זו לזו, נקרא **קדקוד ראשי** (יש שני קדקודים ראשיים בדלתון). האלכסון המחבר את הקדקודים הראשיים נקרא **אלכסון ראשי**.

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

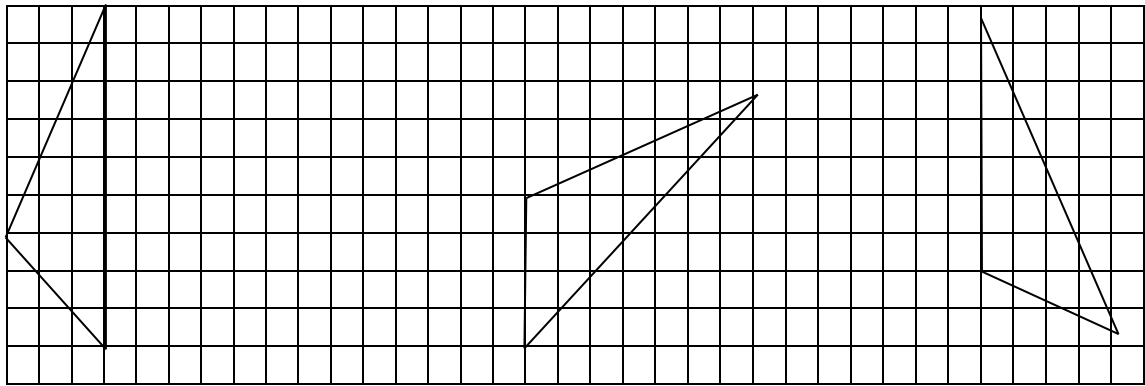


7. **משפט: האלכסון הראשי בדלתון מחלק אותו לשני משולשים חופפים.**

- א. רשמו את המשפט מחדש: אם..... אזי.....
- ב. רשמו את הנתון ומה שצריך להוכיח בכתב מתמטי.
- ג. הסבירו בעל פה את ההוכחה.
- ד. העתיקו את ההוכחה מהלוח.
- ה. מה נובע מהחפיפה?

מסקנה: בדלתון - האלכסון הראשי הוא ציר סימטרייה.

8. לפניכם שלושה משולשים. לכל אחד מהמשולשים שרטטו שלושה דלתונים שונים כאשר בכל אחד מהמקרים צלע אחרת של המשולש היא האלכסון הראשי של הדלתון.



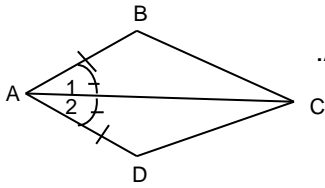
9. מהו סכום הזוויות הפנימיות של דלתון? נמקו.

10. שרטטו דלתון שאורכי הצלעות שלו הם: 4 ס"מ ו- 2 ס"מ.

11. נתון קטע באורך 5 ס"מ. _____
 הקטע הוא אלכסון ראשי של דלתון. העתיקו את הקטע למחברת ושרטטו שני דלתונים שונים שהקטע הוא האלכסון הראשי שלהם.

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

שיעור 2 – זוויות צד בדלתון



1. במרובע ABCD נתון כי $AD = AB$, וכי האלכסון AC חוצה את הזווית A. הוכיחו כי המרובע הוא דלתון.

לפניכם טיעונים להוכחה, הוסיפו נימוקים מתאימים.

נתון: $AB = AD$

$$\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2$$

צ"ל: ABCD דלתון ($BC = DC$, $AB = AD$)

הוכחה: $AB = AD$

$$\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2$$

$$AC = AC$$

↓

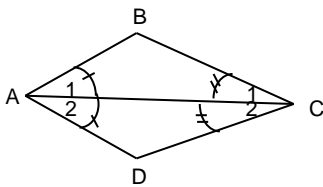
$$\triangle ABC \cong \triangle ADC$$

↓

$$BC = DC$$

↓

ABCD דלתון (מה שרצינו להוכיח).



2. במרובע ABCD נתון כי האלכסון AC חוצה את הזווית A ואת הזווית C. הוכיחו כי המרובע הוא דלתון.

לפניכם נימוקים להוכחה, הוסיפו טיעונים מתאימים.

נתון: $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2$

$$\sphericalangle C_1 = \sphericalangle C_2$$

צ"ל: ABCD דלתון ($BC = DC$, $AB = AD$)

הוכחה: נתון

נתון

צלע משותפת

↓

עפ"י משפט החפיפה זווית-צלע-זווית

↓

צלעות מתאימות שוות במשולשים חופפים

צלעות מתאימות שוות במשולשים חופפים

↓

מרובע בעל שני זוגות זרים של צלעות סמוכות שוות

(מה שרצינו להוכיח).

המשך ההגדרה של מרכיבי הדלתון
 הזוויות בשני הקדקודים הנוצרים מהצלעות הסמוכות השוות נקראות **זוויות ראש**
 הזוויות בשני הקדקודים האחרים נקראות **זוויות צד**.

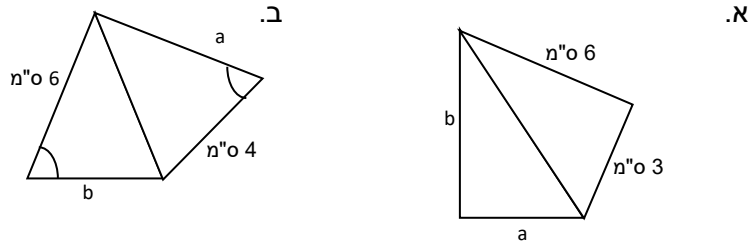
משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

3. **משפט: בדלתון זוויות הצד שוות זו לזו**

(מסקנה מהוכחת המשפט האלכסון הראשי בדלתון מחלק אותו לשני משולשים חופפים).

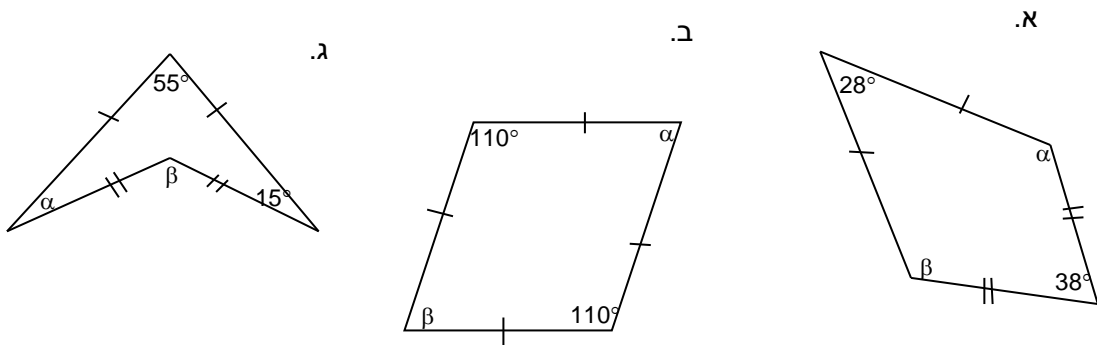
- א. רשמו את המשפט מחדש: אם..... אזי.....
 ב. רשמו את הנתון ומה שצריך להוכיח בכתיב מתמטי.
 ג. השלימו את המסקנה בהמשך להוכחה של תרגיל 7 משיעור מס' 1.

4. לפניכם דלתונים. קבעו על סמך הנתונים הרשומים בשרטוטים (השרטוטים מוקטנים) את הערכים של הצלעות המסומנות ב- a וב- b.

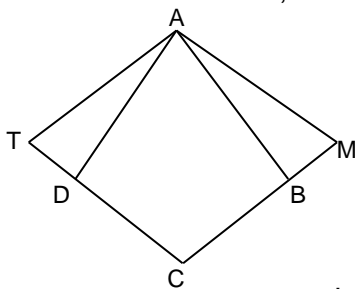


5. נתון דלתון שבו זוויות הצד ישרות.
 אורך צלע אחת 8 ס"מ, אורך הצלע האחרת 6 ס"מ.
 א. מה היקף הדלתון?
 ב. מה אורך האלכסון הראשי?

6. חשבו את גודל הזוויות המסומנות ב- α וב- β על פי הנתונים המסומנים בשרטוט.



7. בדלתון ABCD ($BC = CD, AB = AD$) האריכו את הקטע BC עד לנקודה M, האריכו את הקטע CD עד לנקודה T כך ש $BM = DT$. הוכיחו AMCT דלתון.

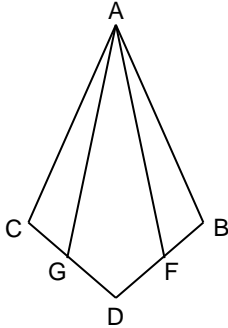


- לפניכם תכנית הוכחה:
 א. נוכיח שהמשולשים AMB ו- ATD חופפים
 ב. נסיק מהחפיפה שהקטעים AM ו- AT שווים
 ג. ידוע שהקטעים BC ו- CD שווים
 ד. ידוע שהקטעים BM ו- DT שווים
 ה. נחבר את הקטעים ונקבל שוויון של הקטעים CM ו- CT.
 ו. יתקבל מרובע בעל שני זוגות זרים של צלעות סמוכות שוות ולכן הוא דלתון.

עקבו אחר תכנית הוכחה בעזרת סימון על השרטוט והסבירו בעל פה כל שלב.

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

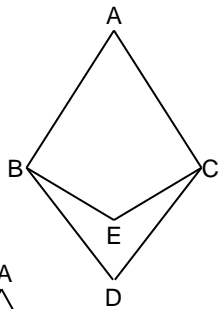
8. בדלתון ABCD, האלכסון הראשי הוא AC. E אמצע AB, F אמצע AD, G אמצע CD, H אמצע BC. שרטטו שרטוט מתאים והציעו תכנית הוכחה לכך ש $EH = FG$



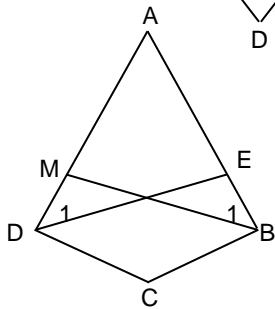
9. המרובע ABDC הוא דלתון. ($BD = CD, AC = AB$). F נקודה על הצלע BD, ו-G נקודה על הצלע CD. נתון: $BF = CG$. צריך להוכיח: המרובע AGDF הוא דלתון. לפניכם הוכחה. השלימו את הנימוקים המתאימים לכל שלב בהוכחה.

_____ $AB = AC$
 _____ $\sphericalangle B = \sphericalangle C$
 _____ $BF = CG$
 ↓
 _____ לפי $\triangle ABF \cong \triangle ACG$
 ↓
 _____ $AF = AG$
 _____ $BD = CD$
 _____ $FD = GD$

10. המרובעים ACEB ו-ACDB הם דלתונים. ($CD = BD, CE = BE, AC = AB$)
 א. הסבירו מדוע $\sphericalangle ECD = \sphericalangle EBD$
 ב. הראו שהמרובע DCEB הוא דלתון.



11. ABCD הוא דלתון. BM חוצה זווית B, DE חוצה זווית D.

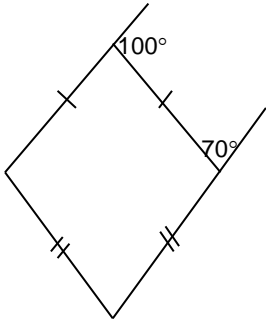


א. הסבירו מדוע $\sphericalangle D_1 = \sphericalangle B_1$
 ב. לפניכם טיעונים להוכחה ש $\triangle ADE \cong \triangle ABM$
 כתבו נימוקים מתאימים:

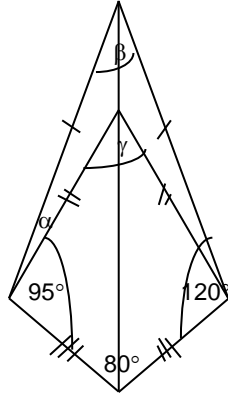
_____ $AD = AB$
 _____ $\sphericalangle D_1 = \sphericalangle B_1$
 _____ $\sphericalangle A = \sphericalangle A$
 ↓
 _____ $\triangle ADE \cong \triangle ABM$
 ג. רשמו שלוש מסקנות הנובעות מהחפיפה.

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

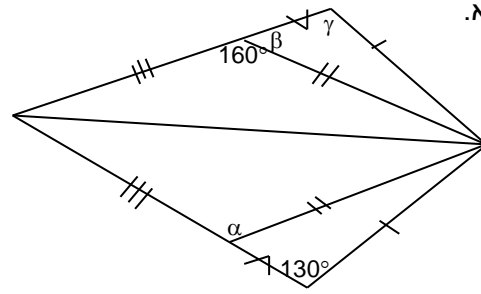
12. חשבו את זוויות הדלתון על פי הנתונים המסומנים:



13. בכל אחד מהשרטוטים נתונים שני דלתונים להם אלכסון ראשי משותף. חשבו את הזוויות המסומנות ב- α , β , γ על פי הנתונים בשרטוטים.



ב.



א.

14. שרטטו דלתון שאחת מזוויות הראש שלו בת 30° וזוויות הצד בנות 120° כל אחת.

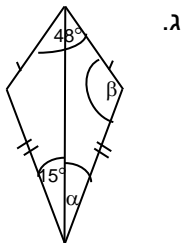
שיעור 3 – האלכסון הראשי בדלתון

1. משפט: בדלתון האלכסון הראשי חוצה את זוויות הראש

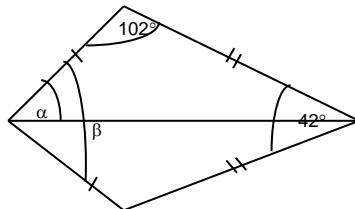
(מסקנה מהוכחת המשפט האלכסון הראשי בדלתון מחלק אותו לשני משולשים חופפים).

- א. רשמו את המשפט מחדש: אם..... אזי.....
- ב. רשמו את הנתון ומה שצריך להוכיח בכתיב מתמטי.
- ג. הוכיחו.

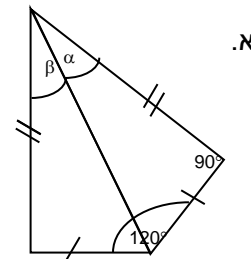
2. נתונים דלתונים. חשבו את הזוויות המסומנות ב- α או β על סמך הנתונים הרשומים:



ג.

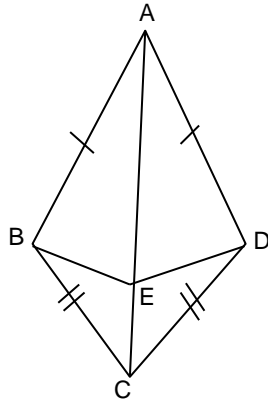


ב.



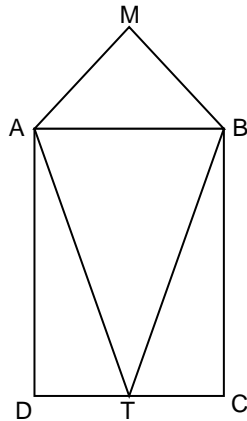
א.

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

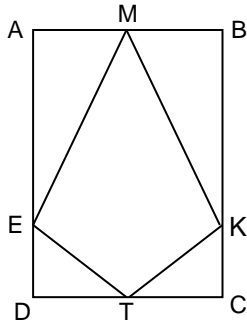


3. המרובע ABCD הוא דלתון. (CD = BC ,AD = AB)
 E נקודה על האלכסון הראשי.
 הוכיחו שהמרובעים ABED ו- BEDC הם דלתונים.

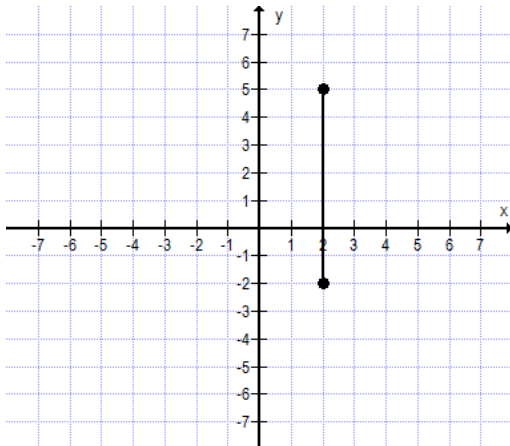
4. נתון כי המרובע ABCD הוא מלבן והמשולש AMB משולש שווה שוקיים (BM = AM) T אמצע DC.
 הוכיחו: המרובע AMBT דלתון.



5. המרובע ABCD הוא מלבן. T אמצע DC, M אמצע AB. BK = AE
 הסבירו כיצד ניתן להוכיח שהמרובע MKTE הוא דלתון (הציעו תכנית הוכחה).



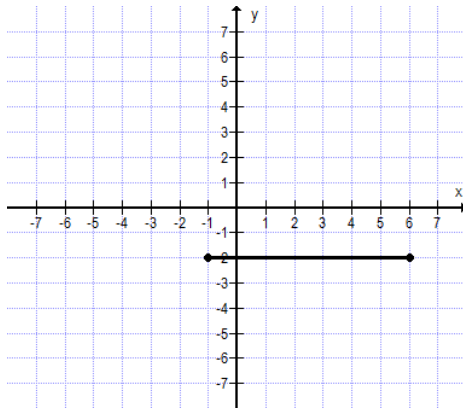
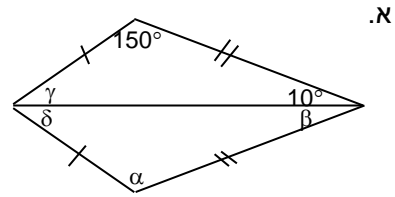
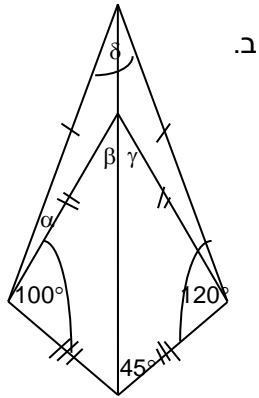
6. נקודות (2,5) ו- (2,-2) הן שני קדקודים נגדיים של דלתון. הישר העובר בין הנקודות הוא האלכסון הראשי של הדלתון.



- א. שרטטו דלתון לדוגמה, רשמו את שיעורי הנקודות של הקדקודים האחרים.
 ב. כמה דלתונים שונים אפשר לשרטט? הסבירו.

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

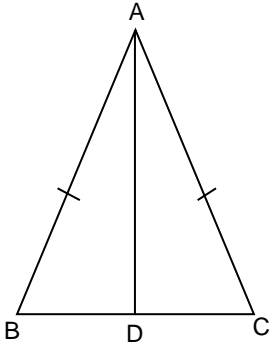
7. חשבו את הזוויות המסומנות ב- $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ על פי הנתונים בשרטוטים



8. נקודות $(-1, -2)$ ו- $(6, -2)$ הן שני קדקודים נגדיים של דלתון. הישר העובר בין הנקודות הוא האלכסון הראשי של הדלתון.
 א. שרטטו דלתון לדוגמה, רשמו את שיעורי הנקודות של הקודקודים האחרים.
 ב. כמה דלתונים שונים אפשר לשרטט? הסבירו.

שיעור 4 – משולש שווה שוקיים

1. משפט: התיכון מזווית הראש במשולש שווה שוקיים מחלק אותו לשני משולשים חופפים.



- א. רשמו את המשפט מחדש: אם..... אזי.....
- ב. רשמו את הנתון ומה שצריך להוכיח בכתב מתמטי.
- ג. הסבירו בעל פה את ההוכחה.
- ד. רשמו 3 מסקנות ישירות הנובעות מהחפיפה.

הוכחנו את המשפט: במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו.

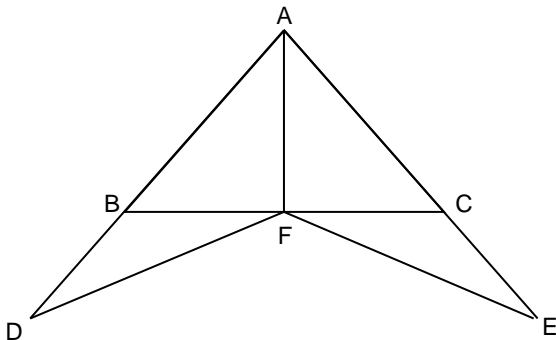
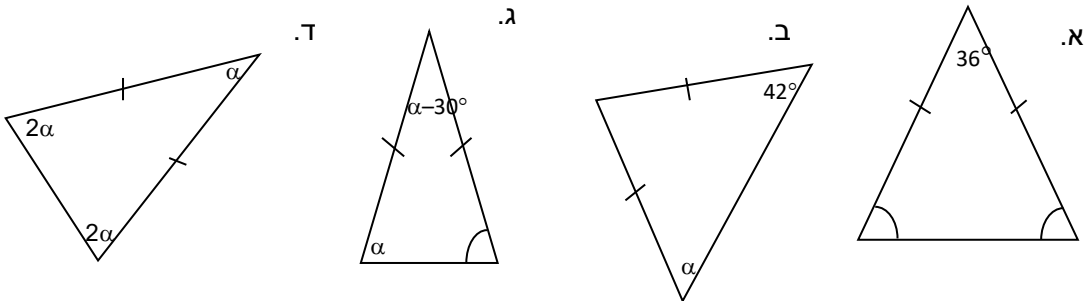
2. תהייה: האם מולפ שבו שתי זוויות שוות זו לזו באודלן, הוא מולפ שווה שוקיים? אכן – תנו דוגמה נכדית.



3. תהייה: האם מרובע שבו שתי זוויות נכדיות שוות הוא דלתון? אכן – תנו דוגמה נכדית.

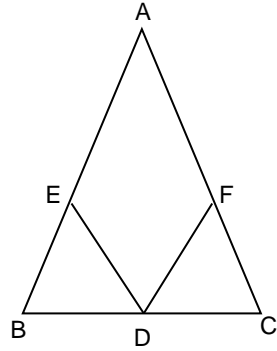


4. לפניכם משולשים שווי שוקיים. השלימו את גודל הזוויות החסרות על סמך הנתונים בשרטוטים.



5. משולש ABC משולש שווה שוקיים ($AB = AC$).
 AF תיכון ל-BC
 האריכו את השוקיים כך ש $BD = CE$
 א. הוכיחו: $\triangle FDB \cong \triangle FEC$
 ב. הסבירו בעל פה מדוע המרובע AEFD דלתון.

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה



6. משולש ABC שווה שוקיים ($AC = AB$)
 E, F נקודות על השוקיים
 נתון: D אמצע BC
 $EB = FC$
 הוכיחו:
 א. $\triangle EDB \cong \triangle FDC$
 ב. $ED = FD$
 ג. המרובע AEDF הוא דלתון
 ד. $AE = AF$

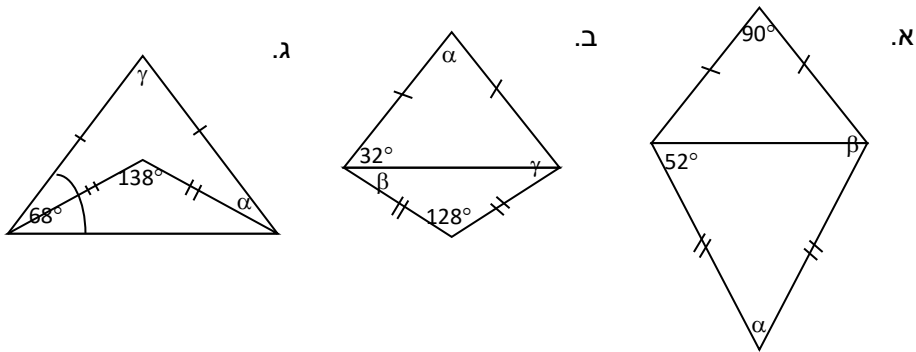
תזכורת:

המשך ההגדרה של מרכיבי הדלתון
 האלכסון המחבר שני קדקודים ראשיים בדלתון נקרא אלכסון ראשי
 האלכסון האחר נקרא אלכסון משני.

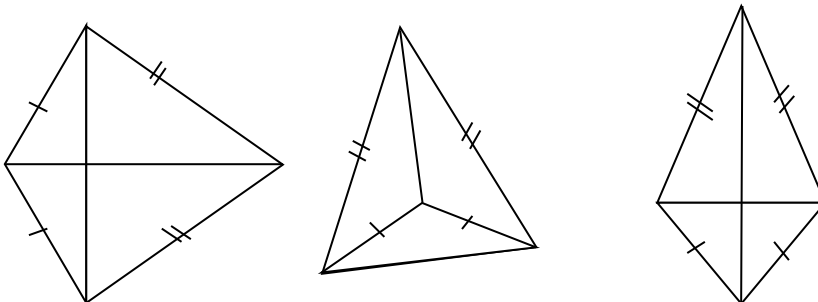
7. תהייה: האם כל מרובע שאחד מאלכסוניו מחלק אותו לשני מופעים חופפים הוא דלתון? אם לא – תנו דוגמה נכדית.

8. תהייה: האם הטענה שהאלכסון המשני מחלק את הדלתון לשני מופעים שווים שוקיים בצלפי בסיס מות'ר נכונה תמיד?

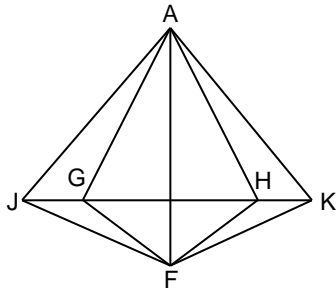
9. לפניכם מספר דלתונים. השלימו את הזוויות המסומנות ב- α , β , γ על סמך הנתונים.



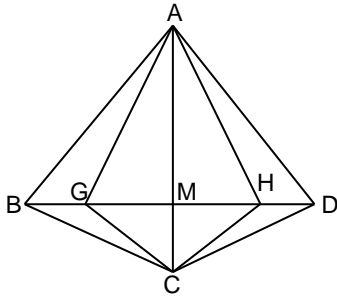
10. לפניכם מספר דלתונים. סמנו בכל דלתון בצבע אחד את האלכסון הראשי ובצבע שני את האלכסון המשני.



משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה



11. AHFG דלתון. J, K נקודות על המשך האלכסון המשני GH משני צדדיו. $HK = GJ$
 א. הראו על סמך משפט החפיפה צלע-זווית-צלע שהמשולשים AKH ו- AJG חופפים.
 ב. כיצד תראו שהמשולשים KHF ו- JGF חופפים?
 ג. הוכיחו שהמרובע AKFJ הוא דלתון.

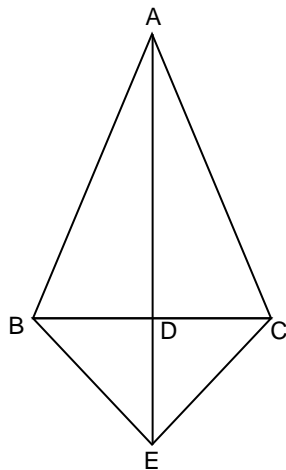


12. ABCD הוא דלתון. G, H הן נקודות על האלכסון המשני כך ש $BG = HD$.
 הוכיחו: המרובע AGCH הוא דלתון.

שיעור 5 – משפט הדלתון

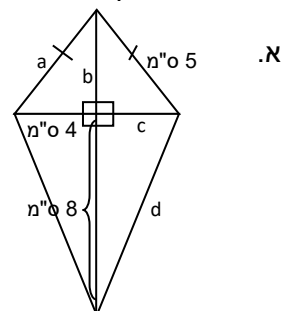
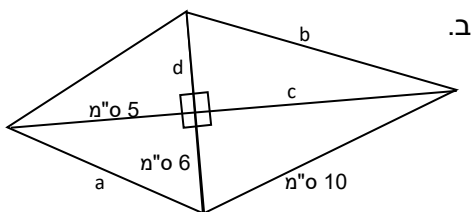
1. משפט הדלתון: בדלתון האלכסון הראשי מאונך לאלכסון המשני וחוצה אותו.

- א. רשמו את המשפט מחדש: אם..... אזי.....
 ב. רשמו את הנתון ומה שצריך להוכיח בכתיב מתמטי.
 ג. רשמו את ההוכחה.

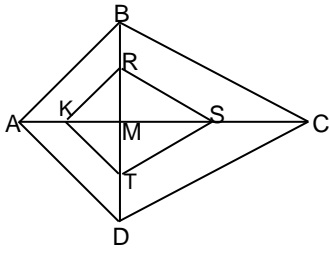


2. משולש ABC משולש שווה שוקיים ($AC = AB$)
 AD תיכון לצלע BC.
 E נקודה על המשך AD.
 א. הסבירו מדוע BEC משולש שווה שוקיים.
 ב. הסבירו מדוע המרובע ABEC הוא דלתון.

3. לפניכם דלתונים. מצאו את האורכים של הקטעים המסומנים ב- a, b, c, d. השרטוטים מוקטנים.

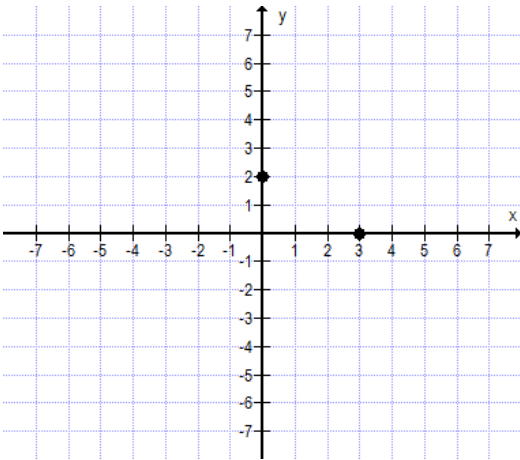


משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

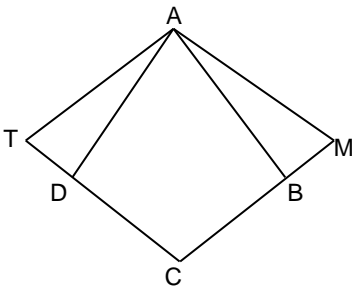


4. M היא נקודת חיתוך האלכסונים בדלתון ABCD.
 $(BC = CD, AB = AD)$
 הנקודות K, S, R, T ממוקמות באמצעי הקטעים המחברים את קדקודי הדלתון עם M.
 א. מיהו ציר הסימטרייה בדלתון ABCD?
 ב. האם הנקודות R, T מרוחקות במידה שווה מציר הסימטרייה? נמקו.
 ג. הוכיחו: KRST הוא דלתון.

5. הנקודות (0,2) ו-(3,0) הן שני קדקודים סמוכים של דלתון.
 א. מצאו שיעורים של עוד שתי נקודות שיכולות להיות שני הקדקודים האחרים של הדלתון.
 כמה דלתונים שונים אפשר למצוא? נמקו.
 ב. האם תיתכנה שתי נקודות כאלה שאינן על הצירים?



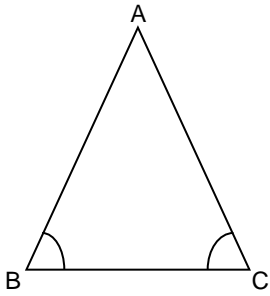
6. בדלתון ABCD ($BC = CD, AB = AD$) האריכו את הקטע BC עד לנקודה M, האריכו את הקטע CD עד לנקודה T כך ש $BM = DT$.



- הוכיחו:
 א. $CM = CT$
 ב. $\triangle ATD \cong \triangle AMB$
 ג. דלתון AMCT
 ד. $AC \perp MT$ *

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

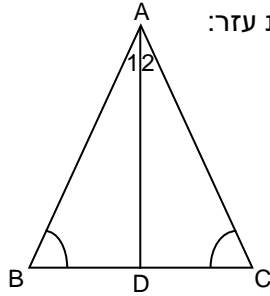
שיעור 6 – זוויות שוות במשולש



1. נתון משולש ABC.

$$\sphericalangle B = \sphericalangle C$$

שאלה: האם אפשר להוכיח שהמשולש שווה שוקיים?



כדי לענות על השאלה ניצור שני משולשים בעזרת בניית עזר:

א. $AD \perp BC$ בניית עזר

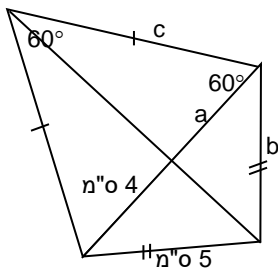
ב. הסבירו מדוע $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2$

ג. הוכיחו שהמשולשים ADC ו-ADB חופפים.

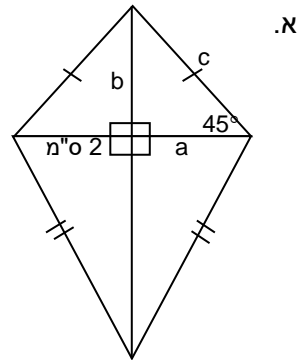
ד. כתבו מה המסקנות הנובעות מהחפיפה.

הוכחתם את המשפט: אם במשולש יש שתי זוויות שוות אז המשולש הוא שווה שוקיים.

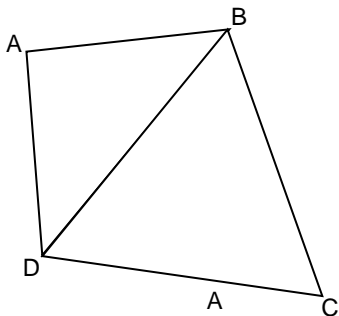
2. חשבו את אורכי הקטעים המסומנים ב-a, b, c על סמך הנתונים בשרטוט.



ב.



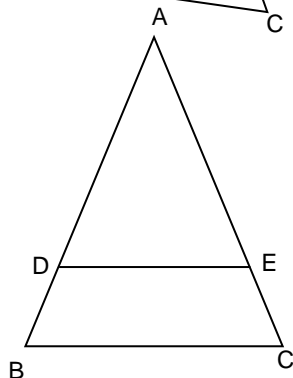
א.



3. נתון: במרובע ABCD, BD אלכסון.

$$\sphericalangle DBC = \sphericalangle BDC, \sphericalangle ADB = \sphericalangle ABD$$

הוכיחו: מרובע ABCD הוא דלתון.



4. משולש ABC שווה שוקיים ($AB = AC$)

D, E נקודות על השוקיים.

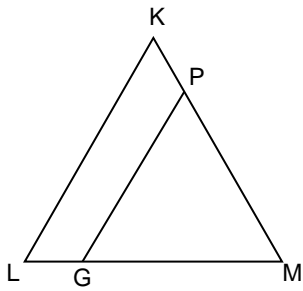
נתון: $BC \parallel DE$

הוכיחו:

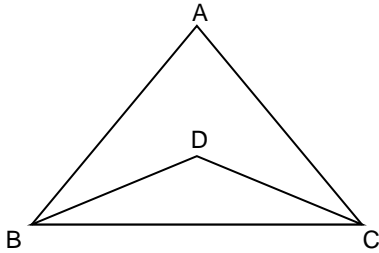
א. $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

ב. משולש ADE משולש שווה שוקיים

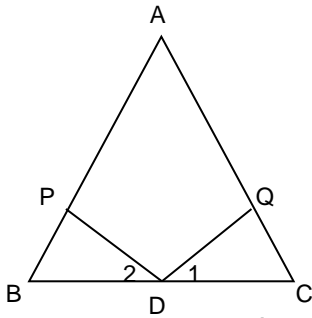
משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה



5. משולש KLM שווה שוקיים ($KL = KM$)
 P, G נקודות על LM ו-KM בהתאמה.
 נתון: $KL \parallel PG$
 הוכיחו:
 א. $\triangle KLM \sim \triangle PGM$
 ב. משולש PGM משולש שווה שוקיים.

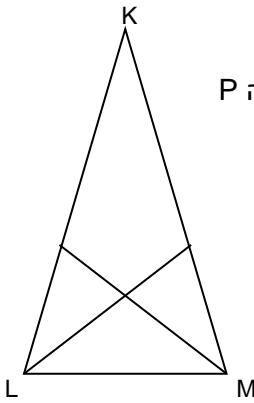


6. משולש ABC שווה שוקיים ($AB = AC$)
 $\sphericalangle ABD = \sphericalangle ACD$
 הסבירו את ההשתלשלות ההיסקית להוכחה
 שמרובע ABDC הוא דלתון.

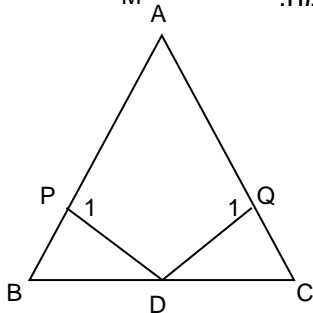


7. ABC משולש שווה שוקיים.
 נתון:
 D אמצע הבסיס.
 $\sphericalangle D_1 = \sphericalangle D_2$

- א. לפי איזה משפט אפשר להראות שמשולש DQC
 חופף למשולש DPB?
 ב. רשמו את המסקנות הנובעות מהחפיפה
 ג. היעזרו בסעיף ב' והסבירו מדוע $AP = AQ$
 ג. ציינו מבין המסקנות אליהן הגעתם בהוכחות אשר בסעיפים הקודמים אילו מסקנות
 מאפשרות לדעת שהמרובע APDQ הוא דלתון.



8. החוצים של זוויות הבסיס במשולש שווה שוקיים חותכים את השוק KL בנקודה P
 ואת השוק KM בנקודה T. חוצי הזוויות נחתכים בנקודה O.
 א. השלימו את האותיות החסרות בשרטוט על פי הנתונים.
 ב. כתבו את הנתונים בכתיב מתמטי.
 ג. יש להוכיח שהמרובע KPOT הוא דלתון:
 כתבו בכתיב מתמטי את מה שצריך להוכיח.
 (אין צורך להוכיח).

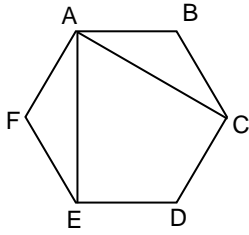


9. במשולש ABC, P, Q נקודות על הצלעות AB, AC בהתאמה.
 נתון:
 $\sphericalangle B = \sphericalangle C$
 $\sphericalangle P_1 = \sphericalangle Q_1$
 $BP = QC$
 הוכיחו:
 א. משולש ABC משולש שווה שוקיים
 ב. $\triangle DBP \cong \triangle QCD$
 ג. $AP = AQ$
 ד. המרובע AQDP דלתון.

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

תזכורת:
 במצולע
 משוכלל כל
 הצלעות
 שוות וכל
 הזוויות
 שוות.

10. ABCDEF הוא משושה משוכלל. הוכיחו כי ACDE דלתון.



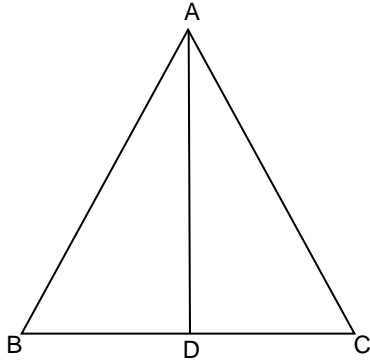
שיעור 7 – גובה ותיכון במשולש שווה שוקיים והקשר לדלתון

1. במשולש ABC נתון:

$$AD \perp BC$$

AD תיכון ל-BC

הוכיחו: משולש ABC משולש שווה שוקיים

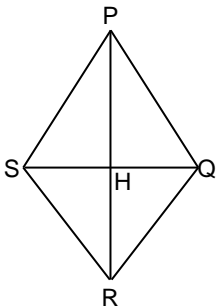


משפט: אם במשולש הגובה והתיכון מתלכדים אז המשולש שווה שוקיים.

2. האלכסון PR במרובע PQRS מאונך לאלכסון השני וחוצה אותו.

הוכיחו כי המרובע הוא דלתון.

נתונה תכנית הוכחה המובילה מהנתונים לקיום תנאי ההגדרה של דלתון:



א. מהנתונים נובעת חפיפת המשולשים

PHQ ו-PHS (H חיתוך האלכסונים).

ב. נובע כי $PS = PQ$ (זוג של צלעות סמוכות שוות זו לזו).

ג. באותו אופן ניתן להסיק לגבי המשולשים RHS ו-RHQ ולכן $SR = QR$.

ד. זוגות הצלעות הסמוכות השוות זו לזו הם זרים.

ה. מרובע שבו שני זוגות זרים של צלעות סמוכות השוות זו לזו הוא דלתון.

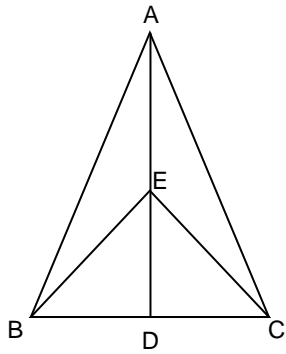
פרטו תכנית הוכחה נוספת:

רמז: התבוננו בנפרד במשולשים PSQ, RSQ וזהו את הנתונים לגבי הקטע PH ו-RH

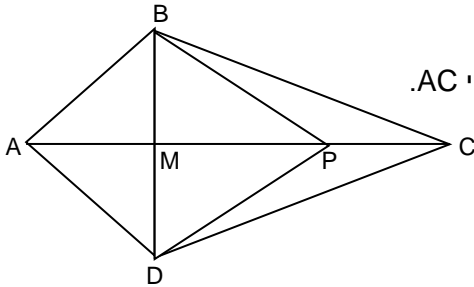
בהתאמה.

משפט: אם במרובע אלכסון אחד מחלק את האלכסון השני לשני חלקים שווים ומאונך לו אז המרובע הוא דלתון.

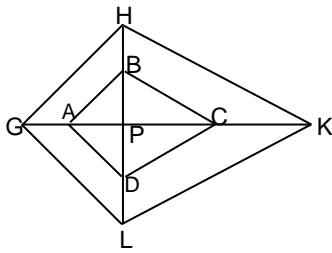
משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה



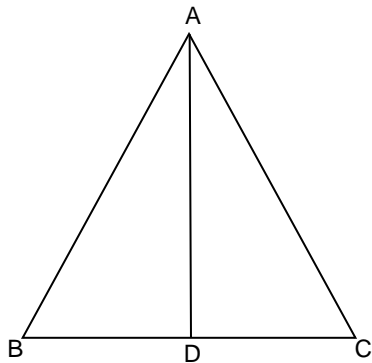
3. משולש ABC שווה שוקיים ($AC = AB$)
 $AD \perp BC$
 E נקודה על AD.
 הוכיחו:
 א. $\triangle EDB \cong \triangle EDC$
 ב. משולש BEC משולש שווה שוקיים.
 ג. הסבירו מדוע המרובע ABEC הוא דלתון.



4. המרובע ABCD הוא דלתון. P נקודה על האלכסון הראשי AC.
 הסבירו מדוע המרובע ABPD הוא דלתון.



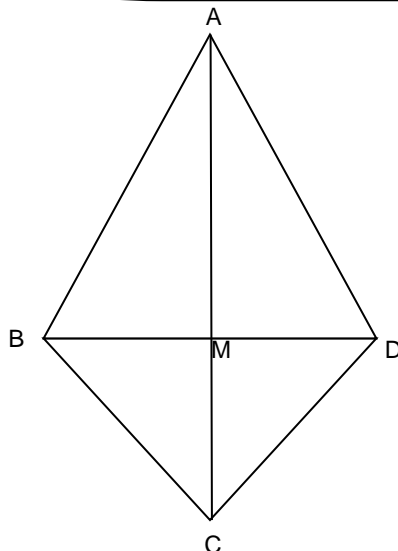
5. P היא נקודת חיתוך האלכסונים בדלתון GHKL.
 הנקודות A, B, C, D ממוקמות
 באמצעי הקטעים המחברים
 את קדקודי הדלתון עם P.
 הסבירו מדוע המרובע ABCD הוא דלתון.



שיעור 8 – גובה וחוצה זווית במשולש שווה שוקיים והקשר לדלתון

1. נתון משולש ABC.
 $AD \perp BC$
 AD חוצה זווית A
 הוכיחו: משולש ABC משולש שווה שוקיים

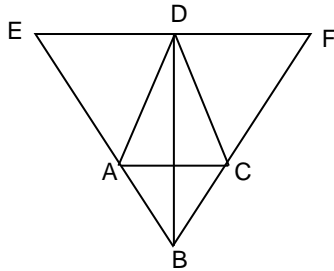
משפט: אם במשולש גובה וחוצה זווית מתלכדים אז המשולש שווה שוקיים.



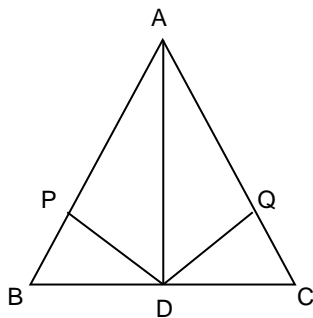
2. נתון מרובע ABCD. AC, BD אלכסונים.
 $AC \perp BD$
 AC חוצה זוויות A
 הוכיחו: מרובע ABCD הוא דלתון.

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

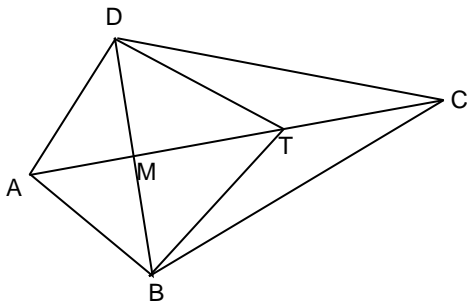
משפט: אם במרובע האלכסון חוצה זווית ומאונך לאלכסון הנוסף אז המרובע הוא דלתון.



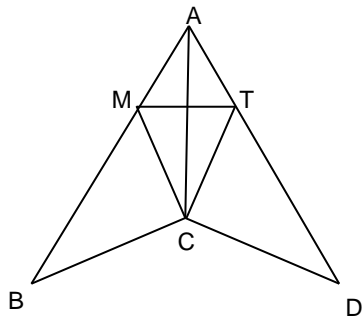
3. משולש EFB משולש. A, C, D נקודות על הצלעות EF, BF, EB בהתאמה.
 $BD \perp EF$
 BD חוצה זווית B
 $AC \parallel EF$
 הוכיחו:
 א. משולש EBF הוא משולש שווה שוקיים
 ב. משולש ABC הוא משולש שווה שוקיים
 ג. מרובע ABCD דלתון.



4. ABC משולש
 נתון: $AD \perp BC$
 AD חוצה זווית A
 $\angle PDC = \angle QDB$
 הוכיחו:
 א. APDQ דלתון
 ב. ABC משולש שווה שוקיים



5. נתון מרובע ABTD
 $AT \perp DB$
 $\angle DAT = \angle BAT$
 C נקודה על המשך הקטע AT
 הוכיחו: ABCD דלתון.

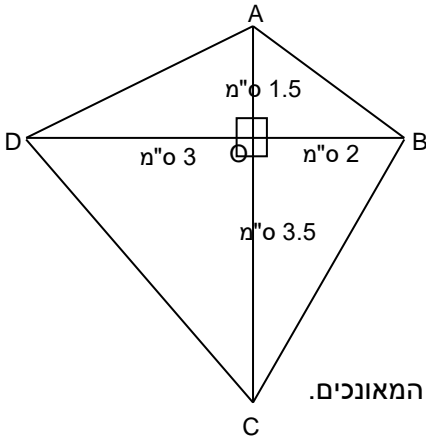


6. במרובע ABCD הקטע AC חוצה זווית A
 $AC \perp MT$
 M, T נקודות על הצלעות AB, AD בהתאמה
 נתון: $BM = DT$
 הוכיחו:
 א. המרובע AMCT דלתון
 ב. $BC = CD$

שיעור 9 – חישוב שטחים

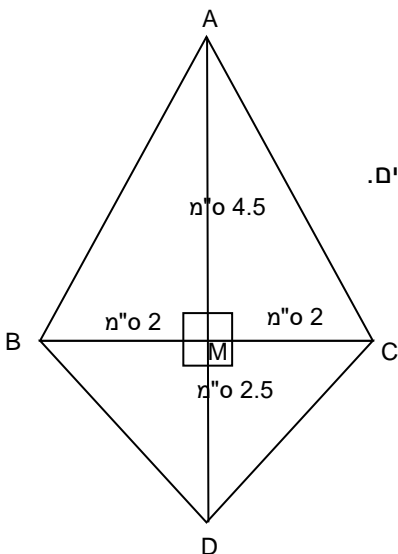
1. תהייה: האם כל ארובע שבו האלכסונים מאונכים זה לזה, הוא דלתון? אם לא, תנו דוגמה נכדית.

2. נתון מרובע ABCD שאלכסוניו מאונכים זה לזה. הנתונים רשומים על גבי השרטוט. חשבו במספר דרכים שונות את שטחו של המרובע.



3. א. שרטטו שני קטעים כרצונכם, המאונכים זה לזה, סמנו את הישרים המאונכים.
 ב. חברו את קצות הקטעים כך שיווצר מרובע (ראו דוגמה בתרגיל 2)
 ג. חשבו את שטח המרובע לאחר מדידת הצלעות הנדרשות לחישוב המרובע.

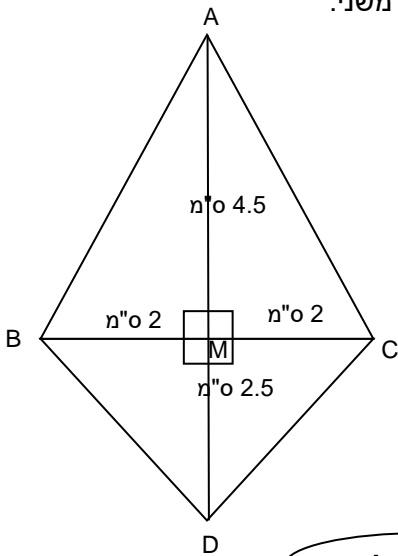
4. המרובע ABDC הוא דלתון. AD אלכסון ראשי בדלתון, BC אלכסון משני. אוהד הילה והדר התבקשו לחשב את שטח הדלתון בעזרת הנתונים הרשומים.
 - אוהד חישב את שטח משולש AMC לאחר מכן את שטח משולש AMB
 לאחר מכן את שטח משולש CMD ולבסוף את שטח משולש BMD.
 הוא חיבר את ארבעת השטחים שחישב ומצא את שטח הדלתון.
 - הילה חישבה את שטח משולש ACD, לאחר מכן את שטח משולש ABD
 היא חיברה את שני השטחים שחישבה ומצאה את שטח הדלתון.
 - הדר חישב את שטח משולש ABC לאחר מכן את שטח משולש BCD
 הוא חיבר את שני השטחים שחישב ומצא את שטח הדלתון.



א. דונו בהצעות החישוב של אוהד, הילה והדר.
 ב. חשבו על דרכים לייעל את דרכי החישוב של שטח הדלתון.

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

5. המרובע ABCD הוא דלתון. AD אלכסון ראשי בדלתון, BC אלכסון משני. הנתונים רשומים על גבי השרטוט.



א. היעזרו בנתונים וחשבו את שטח הדלתון

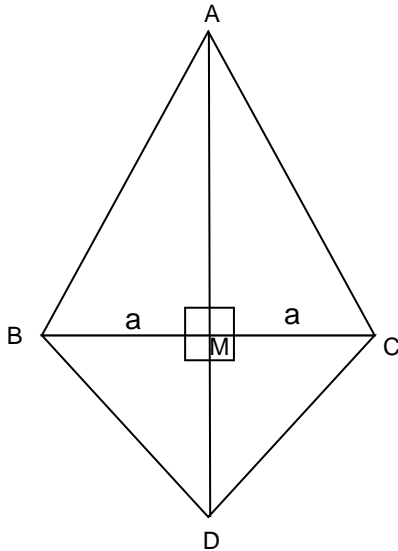
ב. השלימו: $AD = \text{ס"מ} \underline{\hspace{2cm}}$

$BC = \text{ס"מ} \underline{\hspace{2cm}}$

חשבו את מכפלת האלכסונים.

ג. פי כמה גדולה מכפלת האלכסונים משטח הדלתון שחישבתם?

6. **משפט שטח הדלתון: שטח הדלתון שווה למחצית המכפלה של אלכסוניו.**



א. רשמו את המשפט מחדש: אם אזי

ב. רשמו את הנתון ומה שצריך להוכיח בכתיב מתמטי.

ג. הסבירו את ההוכחה הבאה:

נתבונן במשולש ACD

a הוא הגובה לצלע AD במשולש

$$S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} a \cdot AD$$

נתבונן במשולש ABD

a הוא הגובה לצלע AD במשולש

$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} a \cdot AD$$

נתבונן בדלתון ABCD

האלכסון הראשי AD, האלכסון המשני 2a

שטח הדלתון:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} a \cdot AD + \frac{1}{2} a \cdot AD = 2 \cdot \frac{1}{2} a \cdot AD$$

$$S_{ABCD} = 2 \cdot \frac{1}{2} a \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot AD$$

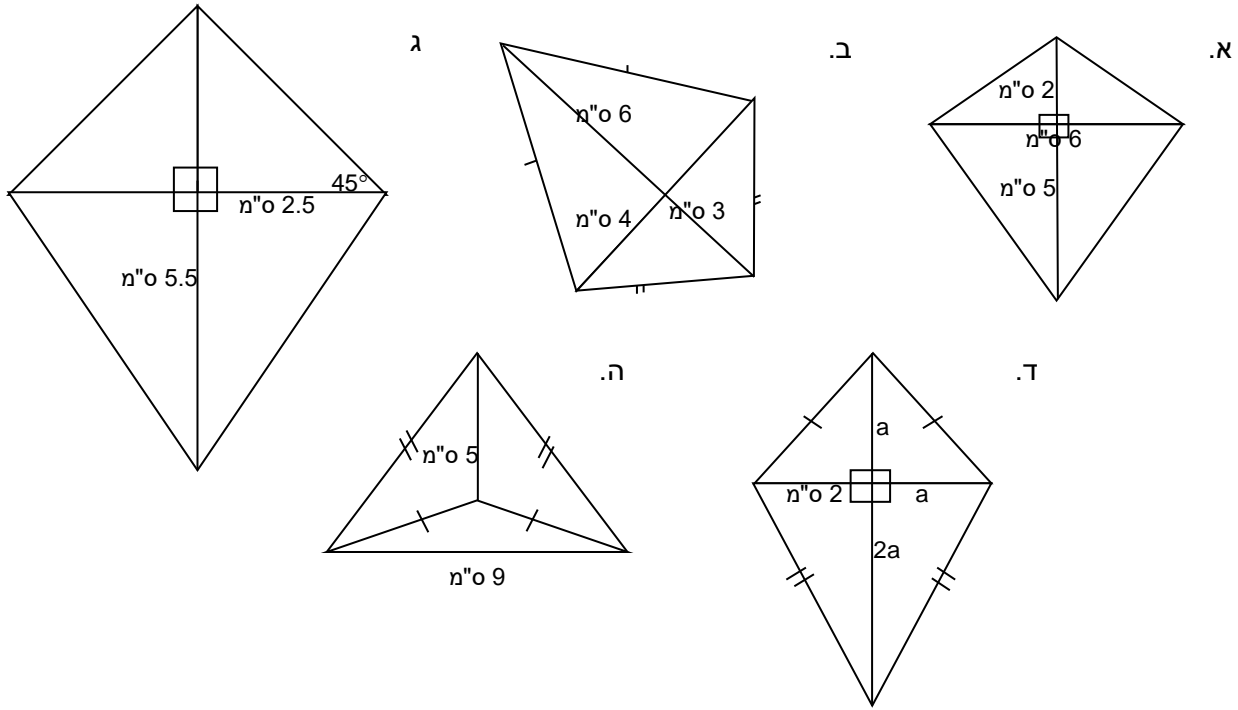
↓

שטח הדלתון שווה למחצית המכפלה של אלכסוניו. מ.ש.ל

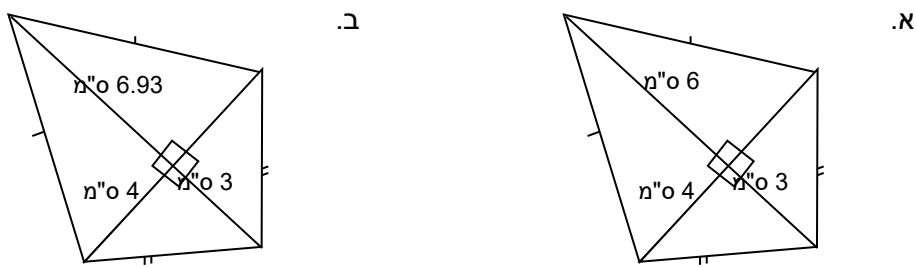
7. **הוכיחו את המשפט: שטחו של כל מרובע שאלכסוניו מאונכים זה לזה הוא מחצית המכפלה של אלכסוניו.**

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

8. חשבו את שטחי הדלתונים הבאים:

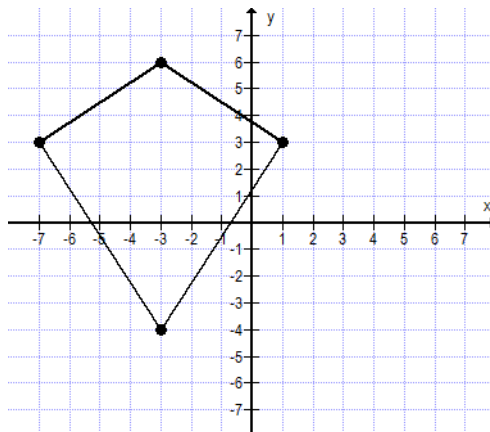


9. חשבו את שטחי הדלתונים והיקפיהם:




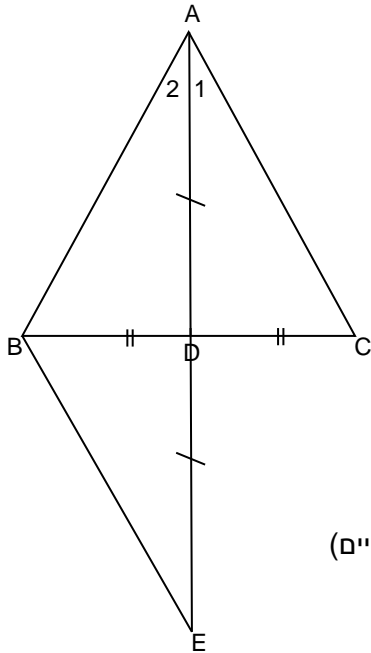
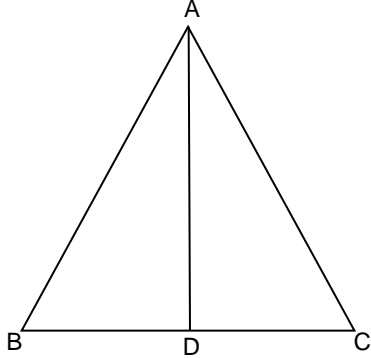
10. אורכו של האלכסון הראשי בדלתון הוא 28 ס"מ ואורכו של האלכסון המשני הוא 48 ס"מ.
 האלכסון המשני מחלק את האלכסון הראשי ביחס של 5:9.
 א. מצאו את שטח הדלתון ואת היקפו.
 ב. קבעו כיצד היה משתנה, אם בכלל, שטח הדלתון, אילו האלכסון הראשי היה מחולק ביחס של 2:5 או של 1:1.

11. חשבו את שטח הדלתון המשורטט במערכת הצירים שלפניכם:



שיעור 10 – תיכון וחוצה זווית במשולש שווה שוקיים

1. תהייה: האם כל משולש שבו התיכון וחוצה הזוויות מתלכדים הוא משולש שווה שוקיים? אם לא, תנו דוגמה נכדית. 



2. נתון משולש ABC.

AD חוצה זווית A

AD תיכון לצלע BC

הוכיחו: משולש ABC משולש שווה שוקיים
 נתון:

צריך להוכיח: _____

הוכחה:

נבנה בניית עזר: יש להמשיך את AD כאורכו

$AD = DE$ (בניית עזר)

$BD = DC$ (נתון תיכון)

$\sphericalangle ADC = \sphericalangle EDB$ (זוויות קודקודיות שוות זו לזו)

↓

$\triangle ADC \cong \triangle EDB$ (עפ"י צלע-זווית-צלע)

↓

$AC = BE$ (צלעות מתאימות שוות במשולשים חופפים)

$\sphericalangle A_1 = \sphericalangle E$ (זוויות מתאימות שוות במשולשים חופפים)

$\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2$ (נתון)

↓

$\sphericalangle E = \sphericalangle A_2$ (כלל המעבר)

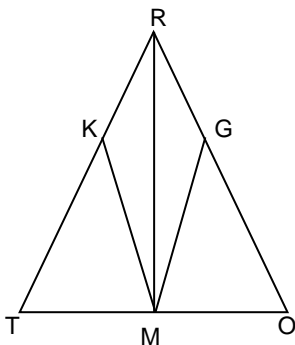
↓

$AB = BE$ (אם במשולש שתי זוויות שוות אז המשולש שווה שוקיים)

↓

$AB = AC$ (כלל המעבר) מ.ש.ל.

משפט: אם במשולש תיכון וחוצה זווית מתלכדים אז המשולש שווה שוקיים.



3. במשולש ROT חוצה זווית R.

RM תיכון לצלע OT

G נקודה על RO, K נקודה על RT ש $GO = KT$

הוכיחו:

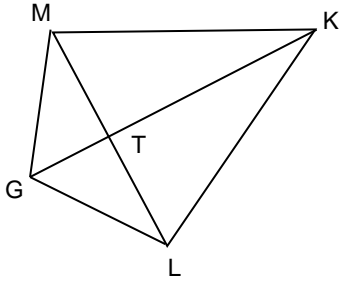
א. RGMK דלתון

ב. $RM \perp KG$

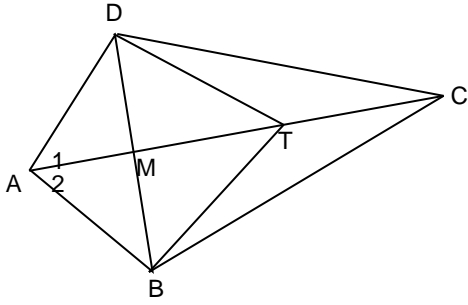
משפט: אם במרובע אחד האלכסונים חוצה זווית וגם חוצה את האלכסון השני, אז המרובע הוא דלתון.

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

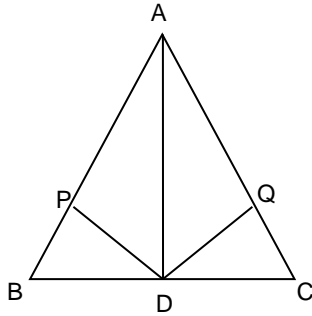
4. במשולש KLM חוצה זווית K
 T אמצע ML .
 G על המשך KT
 הוכיחו: המרובע $KLGM$ דלתון.



5. במשולש $ABCD$, $ABTD$ מרובעים.
 T נקודה על האלכסון AC
 M נקודת החיתוך של האלכסונים AC, DB
 $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2$
 M אמצע DB
 א. הוכיחו: המרובע $ADTB$ דלתון
 ב. הוכיחו: המרובע $ABCD$ דלתון
 ג. הסבירו מדוע המרובע $DTBC$ דלתון.

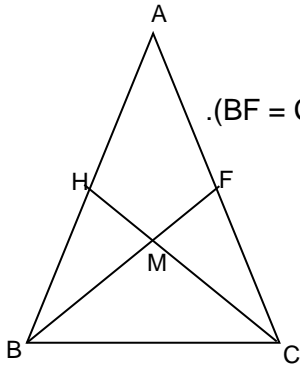


6. במשולש ABC , D אמצע BC
 AD חוצה זווית A
 $DP \perp AB$
 $DQ \perp AC$
 הוכיחו: מרובע $AQDP$ דלתון

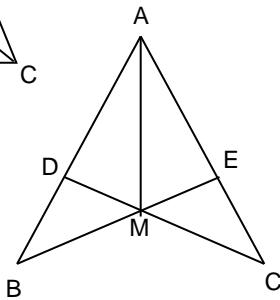


תרגול נוסף

1. א. הוכיחו שבמשולש שווה שוקיים ABC התיכונים לשוקיים שווים זה לזה ($BF = CH$).
 ב. נסמן את נקודת חיתוך התיכונים לשוקיים ב- M .
 הוכיחו כי $AHMF$ הוא דלתון.



2. הקטעים DC, BE נחתכים בנקודה M כך ש-
 $\sphericalangle BDC = \sphericalangle CEB, DM = EM$
 א. הוכיחו:
 $BM = CM$
 ב. עוד נתון: $AB = AC$
 נמקו מדוע המרובע $ABMC$ דלתון.
 ג. הוכיחו: המרובע $ADME$ דלתון.



3. $ABCD$ דלתון. BM חוצה זווית B , DE חוצה זווית D .
 חוצי הזוויות נפגשים בנקודה T .
 מצאו שלושה דלתונים נוספים בשרטוט.
 *הוכיחו שכל אחד מהם הוא דלתון.

