



מינהלת מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי
טכנולוגי ע"ש עמוס דה שליט



אוניברסיטת חיפה
הפקולטה לחינוך



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי
المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية

אוגדן שיח מתמטי: דיונים ושיח בכיתה



מרכז מורים ארצי במקצוע: מתמטיקה. הפרויקט מבוצע עפ"י מכרז 09/07.13 עבור המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך.
כל הזכויות שמורות למשרד החינוך

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי – הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה
שדרות אבא חושי 199, הר הכרמל, חיפה, מיקוד 3498838

פקס: 04-8288073

אתר: <http://ymath.haifa.ac.il>

טל' 04-8240646

דוא"ל: mathcntr@edu.haifa.ac.il

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי
المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية

אוגדן שיח מתמטי: דיונים ושיח בכיתה

כתיבה: טלי אילון, עירית לביא, מירי שרייבר, מיכל דביר וקרן ארידור
ייעוץ מדעי: ד"ר יובל גנוסר

יוני 2018



מינהלת מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי
טכנולוגי ע"ש עמוס דה שליט



אוניברסיטת חיפה
הפקולטה לחינוך



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים

הפרויקט מבוצע עפ"י מכרז 09/07.13 עבור המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך.

© כל הזכויות שמורות למשרד החינוך

אוגדן שיח מתמטי: דיונים ושיח בכיתה

תוכן

7	מבוא
9	חלק א: רקע תיאורטי
9	א.1: הגדרת שיח מתמטי
9	1 (הגדרת שיח על פי התיאוריה התקשורתית ללמידה (קומוניטיבית)
11	2 (שיח דיאלוגי
11	3 (שיח מחויב - Accountable Talk
13	א.2: סוגי שיח
15	חלק ב: יישום - משימות לעידוד שיח מתמטי בכיתה
15	ב.1: תנאים לקיום שיח מתמטי
16	ב.2: דרכים לעידוד שיח מתמטי
17	1 (יצירת מערכי שיעור שבמרכזם שיח מתמטי
23	2 (תרגול רוטינת חשיבה מסוג "אני שם לב, אני תוהה"
26	3 (שימוש במשימות פתוחות
28	4 (שימוש בפרקטיקה: חשיבה-זוג-והדהוד/השוואה
29	5 (הצעת דרכים שונות להשתתפות בשיח
30	6 (העלאת שאלות לעידוד שיח
32	7 (מהלכי שיח מחויב שנועדו לסייע למורה
33	8 (דוגמאות לפעילויות המעודדות שיח מתמטי
34	9 (דוגמאות למשחקים בנושא שיח מתמטי
35	10 (דוגמאות למאמרים בנושא שיח מתמטי
37	ב.3: סביבות למידה המעודדות שיח
37	פוסטרים
37	דפי רפלקציה לתלמידים - השתתפות בשיח
39	חלק ג: משימות להשתלמות / לפגישות עם צוותי מורים
40	ביבליוגרפיה
43	נספחים

אוגדן זה עוסק בשיח מתמטי, ושימוש בהנמקות והסברים במסגרת שיעורי המתמטיקה בבית הספר היסודי. בתוכנית הלימודים החדשה במתמטיקה לבית הספר היסודי מצוין כי על המורה "לשמוע את הנמקות התלמיד ומחשבותיו בעת ביצוע הפעילות המתמטית" (תוכנית הלימודים החדשה במתמטיקה לבית הספר היסודי, עמ' 14). גם בסטנדרטים האמריקאים להוראת המתמטיקה מצוין כי "היכולת לנמק חיונית להבנת המתמטיקה" (NCTM, 2000, p.45) וכי יש לעשות פעילות זאת בכל הגילאים גם בגילאים צעירים מאוד. ב-NCTM מרחיבים לגבי חשיבות פעילות ההנמקה:

"... הנמקה מתמטית והוכחה מציעות דרכים רבות עוצמה לפיתוח וביטוי תובנות לגבי מגוון רחב של תופעות. אנשים שמנמקים וחושבים בצורה אנליטית נוטים להבחין בדפוסים, במבנים או בסדירות, במצבים אמתיים ובאובייקטים סמליים; הם שואלים אם דפוסים אלה מקריים או אם הם מתרחשים מסיבה; והם משערים ומוכיחים" (עמ' 45).

בחלק התיאורטי של האוגדן אנו סוקרות מספר תיאוריות ללמידה ומתמקדות בעיקר בתיאוריה התקשורתית (קומוניטיבית) ללמידה שבבסיסה עומדת ההנחה כי תקשורת היא סוג מיוחד של שיח וכי למידה היא שינוי בשיח. גישה אופרטיבית זו מאפשרת למורה להבחין בשינוי שחל בשיח אצל התלמידים ובכך גם בלמידה שלהם. בחלק היישומי של החוברת אנו מציגות מספר דרכים לפתח שיח מתמטי כיתתי, כזה המעודד שימוש בהנמקות ובהסברים, מתווי שיעורים שבמרכזם עומד השיח המתמטי הכיתתי ועקרונות לבניית סביבה לימודית המעודדת פיתוחו של שיח זה. אנו מקוות כי תמצאו חוברת זו כיעילה לפיתוח שיח כיתתי פורה ומעניין המאפשר השתתפות של כלל התלמידים.

חלק א: רקע תיאורטי

א.1: הגדרת שיח מתמטי

המגמה הרווחת כיום בחינוך, בהתאם לסטנדרטים האמריקאים Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM, 2010), מעודדת שיח מתמטי הכולל המללה, הנמקה ומתן הסברים בכדי להביא את התלמידים להבנת המתמטיקה ושימוש ברמות חשיבה גבוהות. במהלך הדיונים המתמטיים, על התלמידים להיות מסוגלים "להצדיק את מסקנותיהם, להעביר אותן לאחרים, ולהגיב לטיעונים של אחרים" (CCSSM, 2010, pp. 6-7). שיח מתמטי כולל דיונים מתמטיים ובניית ידע אצל המשתתפים כאשר תפקיד המורה בשיח הוא להנחות את התלמידים להעלות רעיונות שונים ולנמק את הפתרונות או דרכי החשיבה שלהם (Rawding & Wills, 2012).

1) הגדרת שיח על פי התיאוריה התקשורתית ללמידה (קומוגניטיבית)

בשנים האחרונות חוקרים ואנשי חינוך מתמטי עוסקים בהרחבה בנושא התקשורת בכיתה. בקרב אנשי החינוך המתמטי קיימות שתי אסכולות מרכזיות בנוגע לתקשורת. האחת רואה בה "חלון" לתהליכי חשיבה והאחרת תופסת אותה כ"שקולה" לחשיבה (נחליאלי וטבח, 2016). ספרד (Sfard, 2008) מציעה את המונח קומוגניציה (commognition) המאחד את התיאוריות של תקשורת (קומוניקציה) ושל חשיבה (קוגניציה) מתוך הנחת היסוד שחשיבה היא תהליך של תקשורת עצמית – תקשורת של אדם עם עצמו – ולכן חשיבה ותקשורת הן למעשה שני חלקים של אותו שלם. באוגדן זה אנו מאמצות גישה זו שכן היא מאפשרת התייחסות אופרטיבית לנושא השיח הכיתתי. כזו המאפשרת למורה, לזהות ולפתח כלים יישומיים בכיתה.

על פי גישה זו, שיח מוגדר כסוג מסוים של תקשורת המתנהלת על פי דפוסים ייחודיים (Sfard, 2007, 2008). שיח מתמטי הוא סוג מסוים של שיח בעל מאפיינים ייחודיים כמו לכל שיח. ספרד מציגת ארבעה מאפיינים לשיח המתמטי המעניקים לו את זהותו הייחודית:

- המילים המרכזיות ודרכי השימוש בהן - לכל שיח יש מילים הייחודיות לו. במתמטיקה יהיו אלו מילים כגון משוואה, צלעות, שלוש.
- מתווכים ויזואליים ייחודיים (ספרות, גרפים וכו') - עצמים שעליהם פועלים כחלק מתהליך התקשורת. השיח המתמטי כולל סמלים המייצגים ספרות, תרגילים, צורות, גרפים וכו' (Sfard, 2008 נחליאלי וטבח, 2016).

- נרטיבים מאומצים (endorsed narratives) - כל טקסט, מילולי או כתוב, שנתפס כנכון (משפטים, הגדרות וכו').
- רוטינות אופייניות שהן דפוסים קבועים בדרכי הביצוע של מטלות מתמטיות שונות (Sfard & Lavie, 2005). באמצעות הרוטינות ניתן לתאר את פעולות המשתתפים. דוגמה לרוטינה היא אמירת 'בוקר טוב' על ידי המורה ותגובה מתאימה מצד התלמידים. קיים אוסף של תגובות מתאימות הידועות לתלמידים וממנו הם בוחרים את תגובותיהם (Lavi, Steiner & Sfard, 2018, לביא וספרד 2016).

הטבלה הבאה (טבלה מס' 1) מדגימה את ארבעת המאפיינים:

טבלה מספר 1: מה הופך את השיח למתמטי

מה עושה את השיח למתמטי? (ספרד, 2011)	
מספר, שטח, פונקציה, חמש	מילים והשימוש בהן
סמלים מתמטיים $\sqrt{\quad}$ $\frac{1}{2}$ עצמים קונקרטיים  ציורים 	מתווכים והשימוש בהם
של שימוש במילים של שימוש במתווכים של חישובים של שיכנוע, הגדרה...	רוטינות
$3+3=6$ סכום הזווית במשולש הוא 180°	היגדים מוסכמים

במסגרת הקומוניטיבית, למידת מתמטיקה היא שינוי בשיח המתמטי של הלומד, שינוי שעשוי לבוא לידי ביטוי בכל אחד מארבעת מאפייני השיח. התפתחות זו כוללת הכרת מילים חדשות, היגדים מוסכמים חדשים ורוטינות חדשות. למורה יש תפקיד משמעותי בלמידת התלמיד, הבא לידי ביטוי הן בזיהוי מאפייני השיח של התלמיד וכן בתמיכה בשינויים.

2) שיח דיאלוגי

בימים אלה נידון רבות בספרות המחקרית והפדגוגית נושא ההנמקה, וזאת בשל הדגש על למידה דיאלוגית. למידה דיאלוגית, היא למידה באמצעות שיחה בין הלומדים שבמהלכה כל אחד מביע את דעתו, מקשיב לדעות של אחרים, מעריך דעות שונות ומביא טיעונים בעדן או נגדן (Alexander, 2008).

שיח דיאלוגי הוא שיח שמאפשר הקשבה פעילה, הקשבה שכוללת הבנה ויוצרת מעורבות באמצעות התנגדות או תמיכה בשיח. לפיכך, שיח דיאלוגי אינו רק שיחה. ההנחה היא כי המשמעות של הדברים נקבעת גם על ידי השומע ולא על ידי הדובר בלבד. כלומר השפה מקבלת משמעות מתוך אינטראקציה עם השומע.

הלמידה הדיאלוגית, מתייחסת למפגש בין המורה לתלמידים שבו המורה אינו נתפס כמומחה, אלא כמשתתף נוסף בתהליך הלמידה. הלמידה הדיאלוגית דוגלת בלמידה קבוצתית המבוססת על שיח ודיון פעיל ופורה. למידה המעודדת כל תלמיד להשתתף, לומר את דעתו להסביר את דרך חשיבתו, להיוועץ, לשמוע אחרים וגם להגיע לפתרון ולידיעה (יוגב ונווה, 2000).

"ההוראה הדיאלוגית היא הוראה הרוותמת את כוחו של השיח לדבר וללהרחיב את חשיבת הילדים ולקדם את הלמידה וההבנה שלהם" (Alexander, 2017. p, 185). באוגדן זה נציג מספר דרכים התומכות בהוראה זאת.

3) שיח מחויב¹ - Accountable Talk

בכיתות מתמטיקה רבות נעשים מאמצים רבים על ידי המורים להפוך את השיח בכיתתם ואת הדיון המתנהל בשיעורי המתמטיקה למשמעוטיים יותר, למקדמים ומועילים. אחת הדרכים ליצור שיח משמעותי היא על ידי ניהול שיח המאופיין מחד במחויבות לידע המתמטי ולצידוקו הלוגי ומאידך במחויבות של הלומדים לשיח עצמו ולמשתתפים בו. בדרך זו המורה יוצר קהילת לומדים המחויבת לשיח המתמטי ולמשתתפים בקהילה. שיח כזה, שבו המורה מעודד את התלמידים למחויבות לידע המתמטי ולצידוקו ולקהיליית הלומדים נקרא **שיח מחויב** ובאנגלית, **Accountable Talk** (Resnick, Michaels & O'Connor, 2015; O'Connor, 2010). המקור ליצירת שיח מחויב בכיתה נטוע בעיצוב של מסגרת השתתפות בשיח הכיתתי. בכל שיח בין אנשים, לכל אחד מבני השיח ישנם חובות, זכויות, תפקידים וסוגי אחריות שונים שאף אחד לא מדבר עליהם באופן מוצהר אך הם קיימים ומנוטים את השיח. דוגמה למסגרת השתתפות כיתתית אחת היא למשל שיח שבו תפקידו של המורה הוא לדבר ותפקידו של התלמיד הוא להקשיב (Goodwin, 1990, p. 10). דוגמה נוספת למסגרת

¹ הסקירה בנושא שיח מחויב מבוססת על עבודת התזה של מרב וינגרדן (2017).

השתתפות כיתתית, שמוכרת כדפוס שיח IRE (teacher **Initiates**, student **Responds**, and teacher **Evaluates**) (Cazden & Beck, 1986; Mehan, 1979), היא שיח שבו תפקידו של המורה הוא לשאול שאלות ולשפוט את נכונותם של הנרטיבים שמעלים התלמידים ותפקידו של התלמיד הוא לענות תשובות לשאלות המורה. בשיח מחויב, מסגרת ההשתתפות הכיתתית היא כזו שבה תפקיד התלמיד הוא לייצר נרטיבים, להצדיק אותם ולהעריך את נכונותם וזאת יחד עם הסתמכות על נרטיבים שהעלו תלמידים אחרים בכיתה (O'Connor & Michaels, 1993). בשיח מחויב, המורה מעלה שאלה שמזמנת תגובות מגוונות ומפורטות ובאמצעות התגובות הללו של התלמידים, המורה מבקש מהם, לשאול שאלות, להרחיב ולנמק את תשובותיהם והסבריהם, להעלות דוגמאות נגדיות ולהתייחס לדברי תלמידים אחרים. בשיח מחויב התלמידים צריכים לשפוט על-פי ההיגיון המתמטי את הנרטיבים השונים, הם צריכים להקשיב לנרטיבים שמעלים חבריהם כדי לשפוט אותם ולהעריך את נכונותם ולא להסתמך רק על הנרטיבים המאומתים של המורה. אחד מהכלים ליצירה ועיצוב של מסגרת ההשתתפות שבה התלמיד מחויב הן לידע המתמטי ולצידוקו הלוגי והן לקהיליית הלומדים, הוא מהלכי הדיבור המחויב (Michaels & O'Connor, 2015). מהלכי הדיבור המחויב (Move Talk) הם שאלות ו/או אמירות שהמורה יכול להשתמש בהן במהלך השיעור כדי לעודד שיח מחויב יותר. כך למשל, אם המורה רוצה לעודד את המחויבות לידע המתמטי ולהצדקתו הלוגית הוא ישתמש במהלכי הדיבור מסוג Say more – "תוכל להרחיב קצת יותר?" ובמהלך הדיבור מסוג Press for reasoning – "תוכל להסביר איך הגעת לזה?", "למה זה נכון?" וכדומה. אם המורה רוצה לעודד את המחויבות לקהיליית הלומדים הוא ישתמש במהלכי הדיבור מסוג Agree/Disagree – "דני, אתה מסכים עם מה שרוני אמרה?" ובמהלך הדיבור מסוג Explain other – "דני, אתה יכול להסביר את דרך הפתרון של רוני?" וכדומה. השימוש במהלכי הדיבור המחויב מעודד את התלמידים להשתתף יותר בדיון, תורם להעשרת הדיון, להנאה של התלמידים מהדיון ולתהליך הלמידה באופן כללי (Clarke, Chen, Stainton, & Katz, 2013; Michaels & O'Connor, 2015).

בחלק ב' באוגדן זה מופיעה סכמה מלאה של מהלכי הדיבור כפי שהופיעה במחקרה של הד-מצויינים (Heyd-Metzuyanim, Smith, Bill, & Resnick, 2016) בתרגום לעברית כחלק מעבודת התזה של וינגרדן (וינגרדן, 2017). בטבלה מוצגים מהלכי שיח מחויב אפשריים הבאים לסייע למורה בארבע מטרות שונות: לעזור לתלמיד לשתף להרחיב ולהבהיר את חשיבתו, לעזור לתלמיד להקשיב לדברי האחר, לעזור לתלמיד להעמיק את החשיבה שלו ולעזור לתלמיד לחשוב יחד עם אחרים.

ממצאי מחקר שבדק נושא זה (וינגרדן, 2017) עולה כי לאחר היכרות ראשונית של מורים עם מהלכי הדיבור, הם מאמצים אותם לכיתה כשגרת שיח, באופן מיידי.

א.2: סוגי שיח

רגב ושמעוני (2005) מציגות חמישה סוגי שיח שניתן לצפות בהם בשיעורי המתמטיקה בכיתה:

1. שיח ארגוני-לוגיסטי
2. שיח חברתי
3. שיח מתמטי מעוגן במודל
4. שיח מטה-קוגניטיבי
5. שיח מתמטי

השיחים נבדלים זה מזה בעולם התוכן ובתפקידיהם היחסיים בתהליך השיחה. שלושה עוסקים במתמטיקה באופן מפורש: שיח מודל, שיח מטה-קוגניטיבי ושיח מתמטי. השניים האחרים, שיח ארגוני ושיח חברתי, תומכים בתהליך המתמטי אך עלולים גם לעכבו. לכל סוג שיח נורמות ו'שפה' משלו.

להלן הסבר קצר על כל שיח:

- **שיח ארגוני-לוגיסטי** - שיח העוסק בארגון הפיזי (זמן, משאבים, מרחב...) והלוגיסטי (הוצאת מחברות, העתקה מהלוח...) של הפעילות. שיח זה נועד לאפשר לכיתה להתארגן לקראת העיסוק במתמטיקה.
- **שיח חברתי** - שיח הכולל הערות חברתיות (פנייה לתלמיד להשתתף, עידוד התלמידים...).
- **שיח מתמטי מעוגן במודל** - שיח הכולל פעולות לוגיות בעת התנהלות עם מודל כלשהו (דוגמאות למודל הן למשל, בדידים, צורות פלא, כח עשר, מודל ישר המספרים וכדומה). מטרתו של שיח מסוג זה היא לאפשר הבנת חוקיות מתמטית מסוימת באמצעות מערכת הדגמה או המחשה אנלוגית ממנה יוכל התלמיד להקיש למערכת המתמטית.
- **שיח מטה-קוגניטיבי** - שיח הכולל שיפוט והערכה של ביצוע מתמטי שמטרתו להסביר ולהצדיק את הפעולות המתמטיות שנעשו. זהו שיח של "חשיבה על החשיבה המתמטית". לדוגמה, "השתמשתי בחוק הפילוג כדי להכפיל את המספר עם שתי הספרות ב- 4 כך קל לי יותר להכפיל את העשרות ואחר כך את היחידות" (רגב ושמעוני, עמ' 39).
- **שיח מתמטי** – השיח המרכזי, המלווה את הביצועים המתמטיים (כתיבת תרגיל, אופן ביצוע המשימה). שיח מתמטי כולל שימוש במספרים או צורות וגופים.

בכיתה המתמטית, נרצה להמעיט בשיח הארגוני-לוגיסטי ולהרחיב בשיח המתמטי ובישיח המטה-קוגניטיבי. טבח ונחליאלי (2014), באמצעות ניתוח שיח כיתתי בשיעור מתמטיקה במכללה להוראה, הבחינו בין שלושה תפקודי שיח הלקוחים מהתיאוריה הבלשנית (Halliday, 1978): תוכן (תכנים מתמטיים מילוליים ולא-מילוליים), תפקוד בין-אישי ותפקוד ארגוני הכולל את הפעולות הפדגוגיות שנועדו לארגן את התכנים ולעזור ללומדים להשתתף בשיח המתמטי. בעזרת שילוב בין התיאוריה הקומוניטיבית לבלשנית הן בנו כלי לניתוח שיח מתמטי ששימש לזיהוי תהליכי הוראה ולמידה, הבנוי על ארבעת מאפייני השיח של ספרד (Sfard, 2008) תוך התייחסות לסוגי שיח שונים. בטבלה 2 ניתן לראות סיכום של ארבעת המאפיינים כפי שבאים לידי ביטוי בשיחים השונים החלים בכיתה:

טבלה מספר 2: כלים לניתוח שיח מתמטי כיתתי

כלי לניתוח שיח מתמטי כיתתי (טבח ונחליאלי, 2014)				
היבטי השיח	מילים והשימוש בהן	מתווכים ויזואליים	נרטיבים מקובלים	רוטיות
שיח מתמטי	המילים הייחודיות בהן משתמשים בכיתה המתמטיקה	מתווכים שבהם משתמשים במתמטיקה	ההיגדים המתמטיים הנאמרים בשיעור	הרוטיות המתמטיות שמזהים בשיעורים
שיח בין-אישי	המילים שבעזרתן התלמיד ממצב את עצמו ביחס לאחרים ולמתמטיקה	המתווכים שבעזרתם היחיד ממצב את עצמו ביחס לאחרים ולמתמטיקה	הנרטיבים שבעזרתם היחיד ממצב את עצמו ביחס לאחרים ולמתמטיקה	הרוטיות שבעזרתן היחיד ממצב את עצמו ביחס לאחרים ולמתמטיקה
שיח פדגוגי	המילים שבעזרתן היחיד מארגן את התכנים כך שהלומדים יהיו משתתפים מרכזיים	העצמים (ספרות, גרפים וכו') שבעזרתם מארגנים את התכנים כך שהלומדים יהיו משתתפים מרכזיים	הנרטיבים שבעזרתם היחיד מארגן את התכנים כך שהלומדים יהיו משתתפים מרכזיים	הרוטיות שבעזרתן היחיד מארגן את התכנים כך שהלומדים יהיו משתתפים מרכזיים

בבית הספר היסודי יכולה המורה לעקוב אחר השיח המתמטי של התלמידים בכדי להבין האם התרחשה למידה בכיתה. על המורה לחפש שינוי בשיח כדוגמת שינוי במילים בהן משתמשים התלמידים (למשל שימוש במילה צלע במקום מתמטי), הוספת מילים לאוצר המילים של הילדים (למשל למידת הביטוי קו שבר), שינוי בנרטיבים המתמטיים (למשל התייחסות לשאלה האם קוטר הוא גם מיתר, כפל לא תמיד מגדיל), שימוש במתווכים ויזואליים (למשל שימוש בישר המספרים) או שימוש שונה ברוטיות (למשל ההבנה שפתרון לשאלה יכול להיות מרובה ולא יחיד).

בחלק הבא נציג מספר כלים יעילים לעידוד ויישום השיח המתמטי בכיתה.

חלק ב: יישום - משימות לעידוד שיח מתמטי בכיתה

ב.1: תנאים לקיום שיח מתמטי

על מנת ליצור סביבת למידה המאפשרת ביטחון, סבלנות וסובלנות לדיון כיתתי הכולל אסטרטגיות פתרון שונות, חשוב לאפשר לתלמידים להביע חוסר הבנה ולתת לגיטימציה לטעות, כמו גם, לפתח נורמות, רוטינות והתנהלות מכבדים.

פייס ואורטיז (Pace & Ortiz, 2016) מציגים אסטרטגיית הוראה פשוטה ויצירתית להגברת ההבנה המתמטית של התלמידים לשם עידוד השיח והגברת המוכנות של התלמידים לשתף ולהסביר את עבודתם. בפעילות המתוארת ומכונה "[מצאו את הפשלה](#)" המורה מציגה לכיתה טעויות שעשו תלמידים וביחד הם מנתחים את השגיאה, מנסים להבין את מקורה ולומדים כיצד לענות נכון על השאלה. דרך זו מחזקת את יכולת התלמידים לעזור זה לזה למצוא שגיאות ולגלות תשובות נכונות על ידי שיח ותקשורת כשהמורה משמשת כמנחה. הפעילות יוצרת הבנה עמוקה וגם מאפשרת לשגיאות להתקבל ללא ביקורת. התלמידים הופכים בטוחים יותר בתשובותיהם כיוון שהכיתה עוברת משיפוטיות של תשובות שגויות לעזרה בתיקון שלהן.

כדי לאפשר יישום של דרך הוראה זו חייבת להיות בכיתה אוירה תומכת, מאפשרת ולא שיפוטית. להלן מספר רוטינות אותן כדאי למורה להנחיל בכיתה בכדי ליצור קהילת שיח מכבדת. (ר' נספח מספר 1):

- ✓ אט אינכט מביניט, אאלו אלה.
- ✓ הקשיבו בתשומת לב לאחריט.
- ✓ אט אינכט מסכימיט, נאקו זאת.
- ✓ כבדו את דרך החשיבה והפתרון של כל אחד.

ב.2: דרכים לעידוד שיח מתמטי

בזמן השיעור, כאשר המורה מלמדת או מובילה דיון, תגובות התלמידים יכולות להיות מסוגים שונים, החל מתשובה של כן/לא ועד להסבר ספציפי לפתרון בו השתמש התלמיד. תרומה איכותית לדיון מוגדרת כהסבר שכולל גם חישוב וגם שיח על מושגים (Lampart & Cobb, 2003).

ווגנר (Waggoner, 2015), מסבירה את חשיבות השיח המתמטי ומדגישה את ההבחנה בין הסבר להצדקה: הסבר הוא תיאור השלבים שהובילו לפתרון. בעוד שהצדקה היא הוכחה כיצד או מדוע פתרו את הבעיה בדרך מסוימת, והיא דורשת לשתף מדוע נעשה שימוש באסטרטגיית פתרון מסוימת. היא מציגה חמש הצעות כלליות לבניית קהילת שיח בכיתה ועידוד דיון כיתה משמעותי:

- ✓ לדון בחשיבות השיח המתמטי
- ✓ ללמד את התלמידים כיצד יש להקשיב ולהאזין
- ✓ להציג מושגים מפתח לשיח כורה
- ✓ להבחין בין הסבר להצדקה
- ✓ לתת דוגמאות

בשביל ליצור שיח יעיל התגובות צריכות להתמקד לא בתשובה לקונית של כן/לא; נכון/לא נכון או רק בפתרון או בפרוצדורה של הפתרון כיוון שהללו מוגבלים. תפקיד המורה הוא לתכנן את הפעילות באופן מכוון, בצורה שתאפשר לתלמידים לחקור את השגיאות שלהם ולהסתמך על ההבנה המושגית שלהם. עליה לנווט את תהליך הלמידה באמצעות העלאת שאלות כמו למה? איך? או האם תוכלו להראות לי? במקום מתן תשובה אחת בלבד.

להלן יובאו דרכים שונות ליצירת קרקע פוריה לשיח מתמטי כיתתי ועידוד השתתפות בשיח בדרכים שונות.

חשוב להבהיר שכל פעילות או רעיון שיובאו בחלק זה יכולים להתאים לכל גיל או רמה של תלמידים. כלומר, גם כאשר הדוגמה המובאת הינה ספציפית (למשל מערך שיעור הכולל כפל דו-ספרתי בדו-ספרתי), עקרונות השיעור ודרך ההעברה שלו יכולים להיות מיושמים לכל נושא ולהיות מותאמים לצרכי המורה והכיתה.

1) יצירת מערכי שיעור שבמרכזם שיח מתמטי

על מנת לערוך דיון מתמטי פורה בכיתה וכדי לאפשר שיח רב משתתפים, רצוי להתחיל את השיעור עם גירוי מסוים שיכול להיות תרגיל, ייצוג סימבולי, פעילות וכדומה. לאחר הצגת הגירוי, המורה מבקשת להתייחס לגירוי (לפתור, לחשוב מה זה ועוד...) ודרכו היא מעודדת גמישות בחשיבה, בדרכי ההסתכלות ובדרך הפתרון. להלן יובאו מספר רעיונות שעובדו מתוך סרטונים של שיעורי מתמטיקה קצרים המדגימים שיח מתמטי משמעותי שמשתף את כלל תלמידי הכיתה.²

הסרטונים מדגימים באופן ברור כיצד ניתן לערוך דיון מתמטי פורה בכיתות היסוד והם כוללים מספר שלבים קבועים המאפשרים שיח מתמטי רב משתתפים:

1. מתן זמן לחשיבה עצמאית
2. הצבעה מוצנעת עם סיום החשיבה. מאחר ויש ילדים החושבים מהר יותר, מומלץ לבקש מהילדים שבידם כבר יש פתרון, להצביע קרוב לגוף על פתרון/מספר פתרונות עליהם חשבו. כך המורה תוכל לדעת לכמה ילדים יש כבר רעיון (אחד או יותר) לפתרון, אך לא תהיה תחושת לחץ על הילדים שלוקח להם יותר זמן לחשוב על דרך הפתרון. כך, למשל, ילדה שחשבה על שני פתרונות, תצביע ליד גופה בעזרת שתי אצבעות. דרך זו מאפשרת מרחב שקט עבור התלמידים לחשוב על פתרון אחד או יותר, ללא הסחת דעת מחבריהם לכיתה.

הצבעה מוצנעת:



שני פתרונות

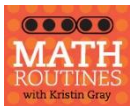


פתרון אחד

² הסרטונים לקוחים מתוך האתר Teaching Channel: Getting Better Together

https://www.teachingchannel.org/videos?page=1&categories=subjects_%20math&load=1

3. שיח במליאה: **מתן הסברים והנמקות** של הילדים על דרכי הפתרון שלהם באמצעות:
 - א. חזרה של המורה על דברי הילד תוך קישור למושגים ידועים (למשל חוק חילוף/הפילוג/עיגול/משוואה...)
 - ב. התייחסות או הסבר לדברי האחר.
 4. חשיבה בזוגות על אסטרטגיות פתרון נוספות:
 - א. האחד מסביר לשני את דרך הפתרון שלו
 - ב. ביחד הם מנסים להגיע לפתרון נוסף שטרם הוצג בשיעור.
 5. שיח במליאה: פיתוח שיח והסברים על הרעיון המתמטי שעומד מאחורי האסטרטגיה הנוספת.
 6. משימה מסכמת המיישמת את הנלמד הכוללת הסברים והנמקות כתובים.
- להלן דוגמה למערך שיעור בנושא גמישות ומגוון אסטרטגיות לפתרון תרגילים.



מערך שיעור בנושא "שיח מתמטי: גמישות ומגוון אסטרטגיות"³

מטרה ייעודית: הקניית יכולת לקיום שיח מתמטי.

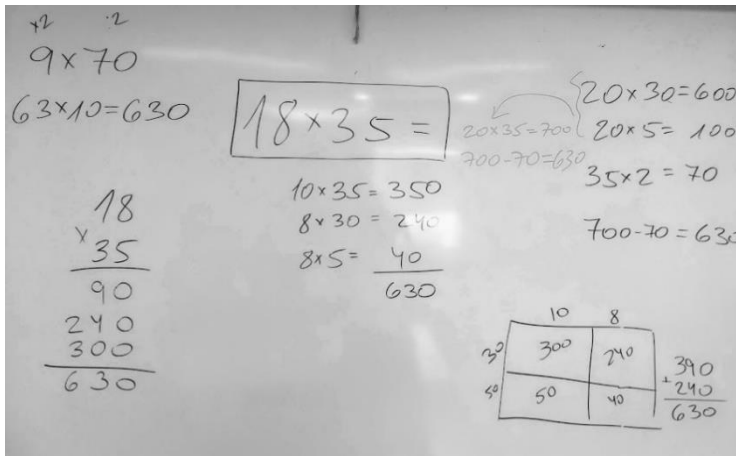
נושא מתמטי: כפל מספר דו-ספרתי במספר דו-ספרתי.

מטרות:

1. התלמיד יחשוב על אסטרטגיות שונות לפתרון בעיה של כפל מספר דו-ספרתי במספר דו-ספרתי.
2. התלמיד יסביר את דרך הפתרון שלו.
3. התלמיד ייחשף לאסטרטגיות פתרון מגוונות.
4. התלמיד יתאר את הקשר בין דרכי פתרון שונות.
5. התלמיד יתרגל וישפר את יכולתו להשתתף בשיח מתמטי הכולל חשיבה והנמקה.

³ מערך השיעור מעובד מתוך הסרטון שנמצא בקישור:

<https://www.teachingchannel.org/videos/4th-5th-grade-number-talks>

זמן	הסבר	פעילות המורה
3 דק'	פתיחה זו נועדה לאפשר לכל ילד זמן לחשוב על פתרון בדרך הנוחה לו. הילדים מקבלים זמן לחשוב ומצביעים באופן שקט ומוצנע (ליד החזה) כאשר יש להם אסטרטגיית פתרון. אצבע אחת מעידה על דרך פתרון אחת, שתי אצבעות מעידות על שתי דרכי פתרון שונות וכו'.	פתיחה: המורה תציג על הלוח תרגיל כפל במאוזן של מספר דו-ספרתי בדו-ספרתי: 35×18 הילדים יתבקשו לחשוב על דרך לפתור את התרגיל ולהצביע באופן מוצנע כאשר יש להם לפחות דרך פתרון אחת.
15 דק'	מאפשר השתתפות פעילה של הרבה ילדים בשיח, מעודד הקשבה והבנה ומלמד דרכי פתרון מגוונות.	התנסות: לאחר שהמורה תראה שרוב הילדים חשבו על פתרון היא תאפשר להם (אחד אחד) לתאר את דרכי הפתרון שלהם ותרשום כל דרך על הלוח. לעיתים המורה תשאל שאלות על דרך הפתרון. למשל: למה לחלק לשני החלקים האלה 10, 8? איפה ה-18 מהתרגיל? המורה תקשר בין דרכי פתרון שונות, באמצעות פנייה לתלמידים (האם זה דומה או שונה מהפתרון הקודם?).
		
		המשגה: המורה תוסיף או תרחיב מושגים מתמטיים/משוואות בכדי להציג/להבהיר/לפשט את דרך הפתרון שהציגו התלמידים.

		שלב זה יתבצע במקביל ותוך כדי הסברי הילדים. הילד מסביר את דרכו והמורה חוזרת על הדרך שתיאר הילד תוך כדי שימוש במושגים המתאימים.
10 דק'		<u>יישום:</u> לאחר שיסיימו להציג דרכי פתרון שונות, המורה תבקש להתחלק לזוגות. כל תלמיד יציג את אסטרטגיית הפתרון שלו לחברו ועל החבר להסביר אותה. אפשרות שנייה: הכיתה תחולק לזוגות וכל זוג יציע אסטרטגיית פתרון אחת שלדעתו היא הטובה ביותר וינמק מדוע. אפשרות שלישית: הכיתה תחולק לזוגות וכל זוג ינסה למצוא אסטרטגיית פתרון שעדיין לא הוצגה במליאה. המטרה - לעלות ברמת החשיבה בכך שעל התלמידים יהיה להסביר מהו העיקרון המתמטי שעומד מאחורי האסטרטגיה החדשה.
12 דק'	התלמיד יישם את הידע שרכש באמצעות כתיבת דרכי פתרון שונות לתרגיל נתון.	<u>סיכום:</u> לאחר הדיון הכיתתי במליאה התלמידים יתבקשו ליישם את הנלמד על ידי כתיבת דרכים שונות לתרגיל אחר של כפל דו-ספרתי בדו-ספרתי.

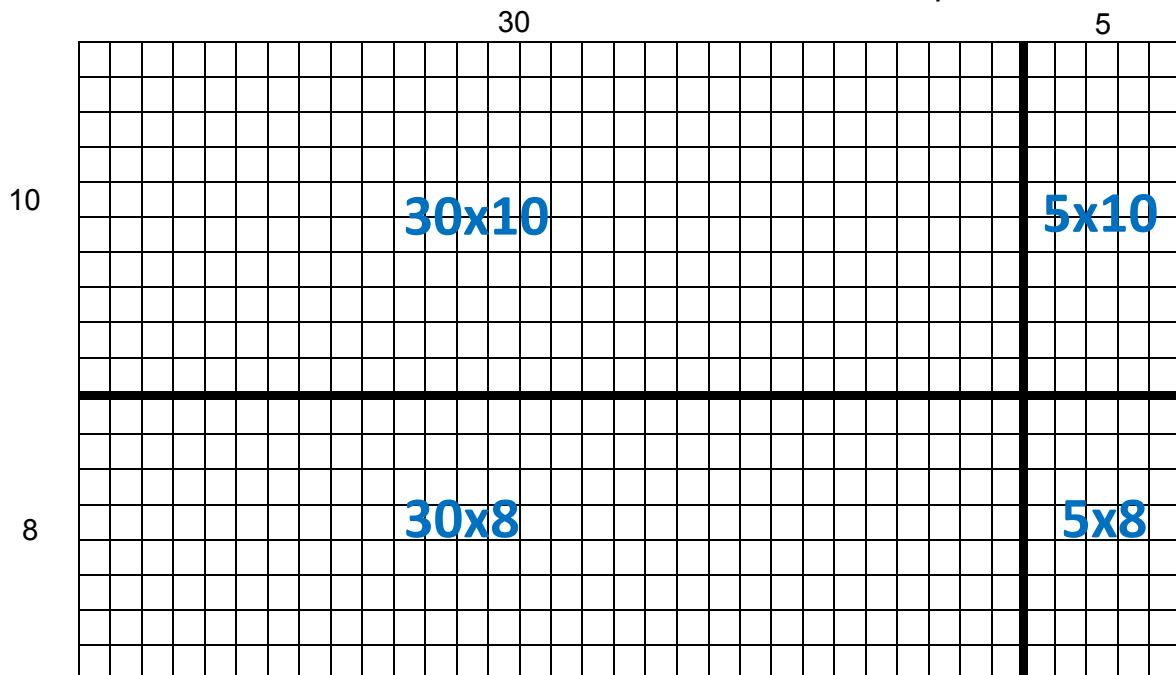
אפשרות נוספת ליישום מערך השיעור

תחילת השיעור זהה למערך המוצע לעיל (עמוד 18).
המורה תציג על הלוח תרגיל כפל במאוזן של מספר דו-ספרתי בדו-ספרתי: 18×35 .
הילדים יתבקשו לחשב את התרגיל ולהעלות על הכתב את דרך הפתרון שלהם.
בשלב זה המורה עוברת בין התלמידים ושואלת אותם שאלות מסוג "איך ידעת?" או "מדוע בחרת בדרך זו?". שאלות אלה מעודדות את התלמיד לחשוב, להסביר ולנמק את דרך הפתרון שלו. במהלך הזמן הזה המורה מסמנת לעצמה את דרכי הפתרון השונות של התלמידים.
התלמידים שסיימו מתבקשים לנסות לפתור בדרך אחרת.

בזמן העבודה האישית, המורה מסתובבת בין הילדים ומסמנת לה את הפתרונות אותם היא רוצה שהילדים יציגו במליאה. בשלב זה היא גם קובעת את סדר הדיבור של הילדים.
לאחר שכולם סיימו לתעד את דרך הפתרון שלהם, יציגו התלמידים, בהכוונתה של המורה, את דרכי הפתרון שלהם באופן מדורג, על פי אסטרטגיות החישוב - מן המוחשי אל המופשט - כדי לאפשר "פיגומים" להבנת האסטרטגיות השונות לכלל התלמידים.
המורה תחזור על דברי התלמידים תוך שימוש במושגים המתמטיים המתאימים ותקשר בין האסטרטגיות השונות.

דוגמאות לאסטרטגיות חישוב שונות לפתרון התרגיל 18×35 - מהמוחשי אל המופשט

1. המחשה - מלבן הכפל



2. דרך הפילוג

$$\begin{aligned} 2 \times 10 \times 35 &= 700 \\ 2 \times 35 &= 70 \\ 700 - 70 &= 630 \end{aligned}$$

או

$$\begin{aligned} 18 \times 3 \times 10 &= 540 \\ 18 \times 5 &= 90 \\ 540 + 90 &= 630 \end{aligned}$$

או

$$\begin{aligned} 10 \times 30 &= 300 \\ 10 \times 5 &= 50 \\ 8 \times 30 &= 240 \\ 8 \times 5 &= 40 \\ 300 + 50 + 240 + 40 &= 630 \end{aligned}$$

3. כפל מאונך מפורט

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 35 \\ \hline 5 \times 8 = 40 \\ 5 \times 10 = 50 \\ 30 \times 8 = 240 \\ 30 \times 10 = \underline{300} \\ 40 + 50 + 240 + 300 = 630 \end{array}$$

5. כפל מאונך מקוצר

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 35 \\ \hline 630 \end{array}$$

4. שימוש בעקרון הפיצוי

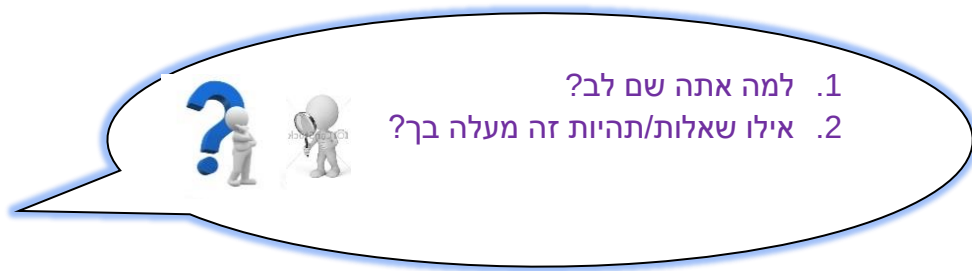
$$18 : 2 = 9$$

$$35 \times 2 = 70$$

$$9 \times 70 = 630$$

2) תרגול רוטינת חשיבה מסוג "אני שם לב, אני תוהה"

דוגמה לרוטינת חשיבה בה מורים משתמשים בדרך כלל בתחילת יחידת לימוד, על מנת ליצור עניין, להציף ידע ולהתחיל את תהליך החקירה. רוטינה זו מכונה: **אני שם לב, אני תוהה** (על מספרים, על צורות) וכשמה כן היא: התלמיד מתבקש להתבונן בגירוי מסוים ולומר למה הוא שם לב או אילו מחשבות זה מעלה אצלו. מטרתה של רוטינה זו - לעורר עניין וסקרנות ולהכין את הבמה לחקר.



להלן דוגמה למערך שיעור המדגים את השימוש ברוטינה "אני שם לב, אני תוהה"⁴.

⁴ מערך השיעור מעובד מתוך הסרטון שנמצא בלינק:

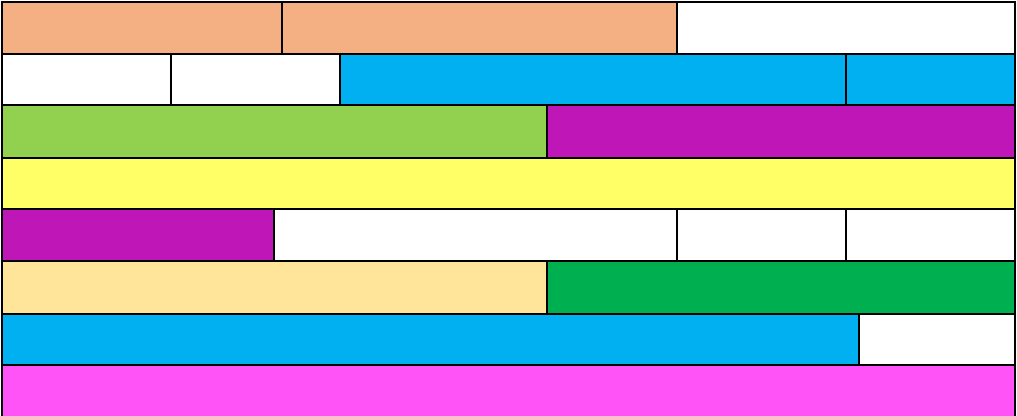
<https://www.teachingchannel.org/videos/4th-grade-notice-wonder-routine>

מערך שיעור בנושא "שיח מתמטי: השימוש ברוטינה אני שם לב, אני תוהה"

מטרה ייעודית: הקניית היכולת לקיום שיח מתמטי.

מטרות אופרטיביות:

1. התלמיד ייחשף לרוטינת החשיבה "אני שם לב, אני תוהה..."
2. התלמיד יבחין בפרטים בגירוי שמולו.
3. התלמיד יזהה מושגים מתמטיים הקשורים לגירוי.
4. התלמיד יעלה שאלות הקשורות לגירוי.
5. התלמיד יתרגל וישפר את יכולתו להשתתף בשיח מתמטי הכולל חשיבה והנמקה.

זמן	הסבר	פעילות המורה
3 דק'	פעילות פתיחה זו תזמן שיח עם התלמידים ותבדוק באמצעות המתווך הויזואלי את הידע ואוצר המילים של התלמידים. הפתיחה מסקרנת ומעוררת עניין.	פתיחה: המורה תראה מתווך ויזואלי (גירוי) מסוים לילדים ותבקש להתבונן בו. הגירוי יכול להיות איור הכולל שברים, צורה גיאומטרית שחלקה צבועה, סדרה מתמטית מסוימת וכדומה... היא תבקש מהתלמידים לחשוב מה מהות הדבר שהם מתבוננים בו באמצעות שאלות השאלות: למה אתה שם לב? אילו שאלות/תהיות זה מעלה בך? דוגמה לגירוי:  נדלה מתוך: https://www.teachingchannel.org/videos/4th-grade-notice-wonder-routine

17 דק'	מאפשר השתתפות פעילה של הרבה ילדים בשיח, מעודד הקשבה והבנה ומלמד דרכי פתרון מגוונות. דוגמה לתשובות אפשריות לעמודת "אני רואה": • לוח שברים מבולבל • הרבה צבעים דוגמה לתשובות אפשריות עמודת "אני תוהה": • למה הלוח לא שלם? • מה משמעות הצבעים?	התנסות: המורה תחלק את הלוח לשניים: בחלק אחד תכתוב: אני שם לב ש... בחלק השני תכתוב: אני תוהה... כעת ניתן לעשות אחד מהשניים: 1. המורה תבקש מהתלמידים לשאול ולתהות בכתב במחברת אודות האובייקט או הנושא. בזמן שהילדים כותבים, המורה מסתובבת ביניהם ובודקת מה הם כותבים. 2. התלמידים יתבקשו לחשוב בשקט ולהצביע (באופן מוצנע) כאשר יש להם רעיון אחד או יותר לשתף בו. לאחר שהמורה תראה שרוב הילדים חשבו על פתרון היא תאפשר להם (אחד אחד) לתאר מה הם רואים או לשאול דבר מה עליו הם תוהים, ותרשום על הלוח במקום המתאים. המורה תעודד תלמידים לגבות את הפרשנות שלהם בנימוקים.
10 דק'		המשגה: המורה תהפוך את דבריהם למושגים (למשל: איזה שם היית נותנת לחלק הזה?) או תרחיב את השיח עם שאלות פתוחות (למשל: איך אפשר להוכיח זאת?).
10 דק'	התלמיד יישם את הידע שרכש על דרכי פתרון שונות. יש חשיבות למתן פעילות שתבדוק את הפנמת הידע.	יישום: לאחר הדיון הכיתתי במליאה על התלמידים ליישם את הנלמד על ידי תרגול רוטינת החשיבה מסוג "אני שם לב, אני תוהה" עם גירוי אחר. ניתן ליצור קבוצות עבודה שיבדקו את אחת השאלות שהועלו במליאה ויעלו השערות שונות לגבי התשובות האפשריות.

3) שימוש במשימות פתוחות

קיימים מספר סוגים של משימות פתוחות: משימות עם מספר רב של דרכי פתרון, משימות עם מספר רב של תשובות, משימות חקר, משימות מיון. משימות אלה יוצרות קרקע בטוחה ליצירת רוטינות ונורמות לשיח מתמטי בכיתה.

פרקטיקה זו של שימוש במשימות פתוחות מאפשרת לתלמידים שימוש במגוון אסטרטגיות והצעת פתרונות מסוגים שונים.

אחת החוזקות של משימה פתוחה היא מתן אפשרות לתלמידים לפעול ברמות שונות של הבנה. כך, כל תלמיד יכול להשתתף ברמה זו או אחרת בשיח המתמטי ולתרום לחשיבה המתמטית בכיתה. באופן זה התלמידים הופכים בטוחים יותר לגבי היכולות המתמטיות שלהם.

Hodge & Walther (2017) ציינו כמה רעיונות להפיכת משימות קיימות למשימות פתוחות יותר:

טיפים ליצירת משימות פתוחות יותר

- ♦ לאפשר לתלמידים בחירה
- ♦ להסיר משאלות קטעים שמעודדים יותר מדי תיווך והנחייה
- ♦ לבקש יותר מפתרון אחד
- ♦ לבקש נימוק לפתרון
- ♦ לעודד שימוש באיורים לפתרון
- ♦ להציג בעיות עם קונטקסט מציאותי ורלוונטי

בספרי הלימוד ישנן שאלות רבות שלהן פתרון אחד. עם קצת חשיבה ניתן לשנות את השאלה כך שתאפשר מספר פתרונות או מספר אסטרטגיות לפתרון. להלן דוגמה לשינוי שאלה משאלה סגורה לפתוחה:



שאלה סגורה:

מצאו את השטח וההיקף של חצר שאורכה 12 מטר ורוחבה 6 מטר.

שאלה פתוחה:

משפחת כרמי רוצה לבנות מרחב בטוח לכלב שוקו. יש להם 36 מטרים של גדר המיועדים לתחום את השטח בו שוקו יוכל לשחק ולרוץ.

- א. הציעו שלושה מרחבים מלבניים שונים שניתן ליצור עם הגדר וחשבו את שטחם ואת היקפם.
- ב. הציעו שלושה מרחבים סגורים שונים שניתן ליצור עם הגדר וחשבו את שטחם ואת היקפם.
- ג. האם תוכלו לחשוב על מרחב סגור נוסף אותו ניתן ליצור עם הגדר, ששטחו גדול יותר מכל השטחים שמצאתם עד כה?
- ד. מהו המרחב הסגור בעל השטח הגדול ביותר אשר ניתן ליצור עם הגדר?

הערה: בסעיפים ב', ג' ו-ד' אין הגבלה למרחבים מלבניים. בסעיף ב', התלמידים יכולים להתרשם מכך שלמלבנים עם אותו היקף יכול להיות שטח שונה, כלומר שהיקף הוא לא בהכרח פונקציה של שטח. בנוסף, תלמידים עשויים לנחש ולנסות להצדיק שהמרחב המלבני עם השטח המקסימלי הוא ריבוע עם אורך צלע 9 מטר. בסעיף ד' המרחב הסגור בעל השטח הגדול ביותר אותו ניתן ליצור הוא עיגול.

4) שימוש בפרקטיקה: חשיבה-זוג-והדהוד/השוואה

פרקטיקה זו יוצרת הזדמנות להבין מה המשמעות של שיח מתמטי מעבר לשיתוף באסטרטגיות. היא מאפשרת למורה להסתובב בין הקבוצות, לתווך וגם להעריך הבנה של שיח מתמטי אצל כל אחד מהתלמידים. הפרקטיקה כוללת שלושה שלבים:

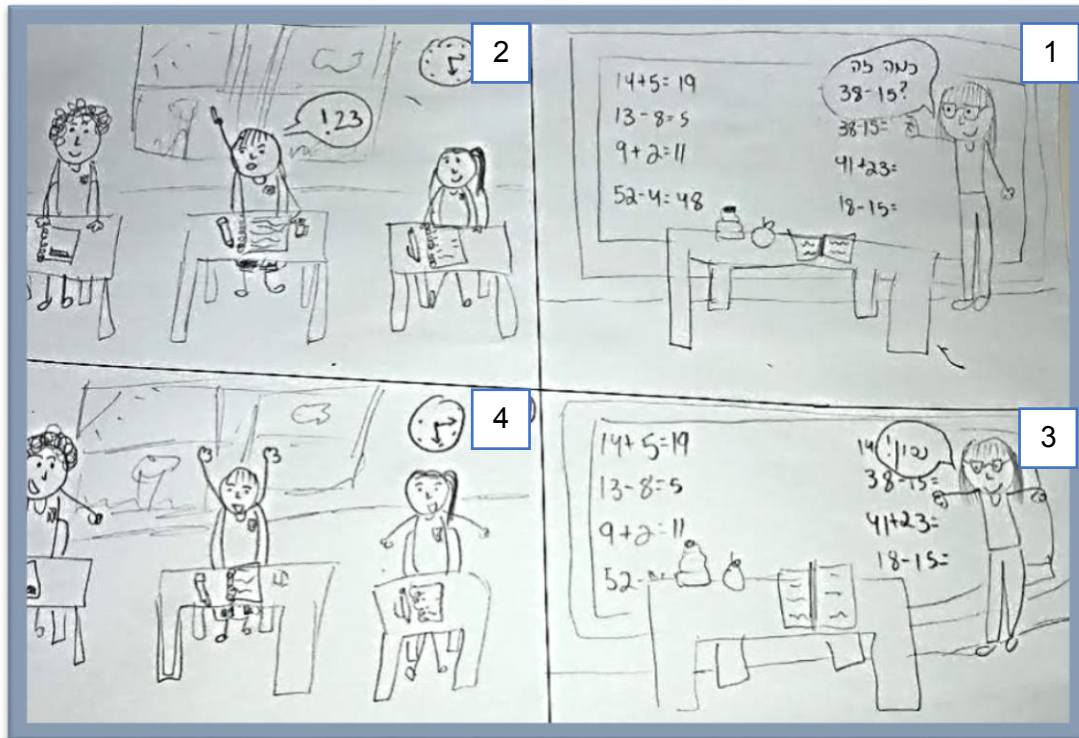
שלושה שלבים של קיום שיח מתמטי בזוגות

- חשיבה - לבקש לחשוב ולכתוב את הפתרון/המחשבות/השאלות שעולים.
- זוג - שיתוף מתודת הפתרון עם השותף. המטרה היא להבין מה אומר השותף.
- הדהוד/השוואה - לחזור על דברי השותף או למצוא את הדומה/השונה בין שני הפתרונות.

במערך השיעור בנושא הכפל שהוצג קודם (עמוד 20) נמצאת דוגמה לשימוש בפרקטיקה זו.

5) הצעת דרכים שונות להשתתפות בשיח

בדיון כיתתי יש להיזהר משיח מסוג של IRE (initiation-response-evaluation): יוזמה-תגובה-הערכה (Mehan, 1979). בתבנית זו המורה מדבר עם תלמיד ספציפי, מתרכז בתשובת התלמיד, בלי לבקש נימוק או הסבר לפתרון שלו, או לדרך החשיבה ואז מעריך את תשובתו (נכון/לא נכון). כמו הדוגמה באיור הבא:



איירה: שירה סילוני

אחד הדברים החשובים הוא לבנות הבנה של תפקיד התלמיד בשיח המתמטי. מומלץ להציע לתלמידים **שלוש רוטינות השתתפות המוצגות כהנחיות**. רוטינות ההשתתפות האלו כלליות מספיק כדי לאפשר לכל תלמיד לתרום לשיח (Hodge & Walther, 2017):



א. תשאל על מה ששמעת

ב. תחזור במילים שלך על מה ששמעת

ג. תוסיף על מה ששמעת

6) העלאת שאלות לעידוד שיח

בראיון של ג'יל בקסר עם פרופ' מריון וולטר (Baxter, 2005) מפרטת ומדגימה פרופ' וולטר, בעלת שם עולמי בחינוך מתמטי, את היתרונות של העלאת שאלות ומציגה שיטות לעידוד העלאת שאלות. וולטר טוענת כי העלאת שאלות מעודדת את הסקרנות של התלמידים ומסבירה כיצד ניתן לכוון לשאלות מסקרנות. היא מציעה להתחיל בהעלאת שאלות על ידי התבוננות בנקודת פתיחה, לדוגמה, תרשים, תיאור מצב, משוואה, או היגד ולבדוק מהן השאלות שצצות, בדומה למה שהצגנו קודם. לדוגמה (Baxter, 2005, p.2):



השאלה המתבקשת היא אולי $3+5=?$ אך האיור מהווה נקודת פתיחה להעלאת שאלות שהילדים העלו, כמו:

כמה רגליים?

אם כל האנשים יבואו ולכולם יהיו תינוקות, כמה הם יהיו?

כמה כסאות ניתן להכניס ברווח?

אם יבואו שישה ילדים, כמה כסאות יישארו ריקים?

האם הם מספרי 4 הפוכים?

גם שאלה כמו זו האחרונה, שלכאורה נראית לא רלוונטית, יכולה להוביל לדיון אודות הרעיונות הגיאומטריים של סיבוב ושיקוף. עם הזמן השאלות הופכות מתוחכמות יותר. למשל:

האם ניתן לסדר את הכיסאות בדרך אחרת?

אם עורמים אותם בערימות של שניים, כמה ערמות יהיו?

כדאי שהמורה תדגים לתלמידים כיצד לשאול שאלות וכך תפתח ותעודד את היכולת לייצר שאלות בעצמם. לדוגמה, הצגת הגירוי:

במקום לשאול "איזה חלק מהריבוע צבוע?" ניתן לשאול "האם אפשר לחלק את הריבוע לארבעה חלקים בדרך אחרת?".
דוגמה למגוון שאלות העוזרות לשמור על שיח פתוח עם התלמידים:

- האם אפשר לעשות זאת בדרך אחרת?
- האם זה תמיד נכון?
- איך אפשר לדעת אם מצאנו את כולם?
- האם ניתן להסתכל על זה באופן גיאומטרי?

העלאת שאלות יכולה להוביל את הילדים לחקירה ולהבנה טובה יותר של רעיונות מתמטיים חשובים. תלמידים יכולים לחזק את התובנה וההבנה שלהם לתוכן מתמטי. גם תלמידים בעלי רתיעה ממתמטיקה שאולי חרדים מאי ידיעת התשובה "הנכונה" ייהנו מאסטרטגיה זו כיוון שהחרדה שלהם תפחת כאשר לא תהיה תשובה אחת נכונה. בנוסף, תלמידים נעשים מעורבים יותר והמוטיבציה לפתרון השאלה "שלהם" עולה על המוטיבציה לפתור בעיות מספר הלימוד. כמו כן, סוג ורמת השאלות שתלמידים מעלים יכולה להעיד על רמת ההבנה שלהם ובכך לאפשר למורה כלי הערכה.

7) מהלכי שיח מחויב שנועדו לסייע למורה

השימוש במהלכי הדיבור המחויב מעודד את התלמידים להשתתף יותר בדיון ותורם להעשרתו. הטבלה הבאה מסכמת את מהלכי הדיבור (וינגרדן, 2017) ומוציגים בה מהלכי שיח מחויב אפשריים הבאים לסייע למורה בארבע מטרות שונות: לעזור לתלמיד לשתף להרחיב ולהבהיר את חשיבתו, לעזור לתלמיד להקשיב לדברי האחר, לעזור לתלמיד להעמיק את החשיבה שלו ולעזור לתלמיד לחשוב יחד עם אחרים.

טבלה מספר 3: סיכום מהלכי הדיבור שנועדו לסייע למורה לקיים שיח מחויב

(Michaels & O'Connor, 2015; Resnick, Michaels & O'Connor, 2010)

המטרה	הקטגוריה	פירוש הקטגוריה	דוגמאות
לעזור לתלמיד לשתף, להרחיב ולהבהיר את חשיבתו	להרחיב	המורה יבקש מתלמיד להרחיב את הרעיון שהעלה. Say more	"אתה יכול להגיד עוד על זה?" "מה אתה מתכוון כשאתה אומר...?"
	לאמת	המורה חוזר על רעיון שתלמיד העלה ונותן לו הזדמנות לאמת את דבריו. Revoice	"אתה בעצם אומר ש...?" "אז אם הבנתי נכון...?" "לפי מה שאמרת עכשיו...?"
לעזור לתלמיד להקשיב לאחר	לחזור	המורה יבקש מתלמיד ב' לחזור על הרעיון של תלמיד א'. Restate	"... תחזור בבקשה על מה שהוא אמר" "מישהו יכול להגיד מה הוא אמר במילים אחרות?"
לעזור לתלמיד להעמיק את החשיבה שלו	לנמק	המורה יבקש מהתלמיד להסביר את דרך חשיבתו. Press for reasoning	"למה זה נכון?" "איך הגעת לזה?" "למה אתה חושב ככה?"
	לאתגר	המורה ייתן לתלמיד אתגר או דוגמה נגדית. Challenge	"זה תמיד נכון?" "איך זה מסתדר עם...?"
לעזור לתלמיד לחשוב יחד עם אחרים	להסכים	המורה יבקש מתלמיד ב' ליישם את דרך חשיבתו עם דרך החשיבה של תלמיד א'. Agree / disagree	"אתה מסכים עם...? למה?" "מישהו רוצה להגיב על הרעיון של...?"
	להוסיף	המורה יבקש מתלמיד ב' להרחיב את דבריו של תלמיד א'. Add on	"מי יכול להוסיף על דבריו של...?" "מישהו יכול לקחת את הרעיון של... צעד אחד קדימה?"
	להסביר	המורה יבקש מתלמיד א' להסביר מה תלמיד ב' אמר. Explain other	"מי יכול להסביר למה התכוון... כשאמר את זה?" "מי יכול להסביר במילים שלו למה... עשה ככה?"
	לגנון	המורה יבקש מתלמיד ב' את נקודת מבטו על השאלה שעליה ענה תלמיד א'. Soliciting additional viewpoints	"האם יש למישהו רעיון אחר?"

8) דוגמאות לפעילויות המעודדות שיח מתמטי

- **הכנת קריקטורות** בהן יש דיאלוג בין מספרים / צורות. לדוגמה:



ציירה: גילי אילון

קריקטורות כאלה דורשות התייחסות הומוריסטית לתכונות של צורות או מספרים. לאחר שהתלמידים יוצרים קריקטורות, ניתן לשוחח עליהן תוך דגש על המשגה.

- **הכנת קריקטורות** בהן יש ויכוח בין ילדים בנושא מסוים. קריקטורות מסוג זה יכולות לחדד עבור הילדים מושגים או תכונות מסוימות של עצמים מתמטיים מעצם החשיבה והשימוש בהם. בעת הכנת הקריקטורות מתבצעת פעילות מטה-קוגניטיבית - חשיבה על חשיבה. הצגה של הקריקטורות בכיתה על-ידי הילדים יכולה להוות פתח לדיון.



איירה: שירה סילוני

9) דוגמאות למשחקים בנושא שיח מתמטי

באתר מרכז המורים הארצי למתמטיקה בחינוך היסודי (<http://ymath.haifa.ac.il>) מופיע חומר נוסף בנושא של שיח מתמטי, החל ממצגות בתחום זה מכנסים שונים, דרך פעילויות המעודדות שיח מתמטי, חשיבה והנמקה ועד משחקים שיכולים לעודד זאת. להלן כמה דוגמאות למשחקים מתמטיים בנושאים שונים שיכולים להוביל ולעודד שיח מתמטי כיתתי:



• תולים שברים

פעילות בנושא השוואת שברים שמטרתה להעלות אסטרטגיות שונות להשוואת שברים וסידורם. בפעילות זו מסדרים התלמידים שברים פשוטים, מדומים ומספרים מעורבים על חבל כביסה. הפעילות מתחילה בפעילות אישית בדף התלמיד. אחר כך אותה פעילות נעשית במליאה בצורה מוחשית על ידי מתיחת חבל לאורך הכיתה ותליית כרטיסיות עם מספרים על החבל. הפעילות בפורום הכיתתי חשובה לניהול השיח הכיתתי סביב אסטרטגיות ההשוואה השונות. (מקור: תורגם ועובד מתוך פעילות מהאתר של ה-NCTM).

[קישור לפעילות.](#)

• כרטיסי הצהרות לקידום חשיבה מתמטית, הסברים והנמקות

בפעילות זו, על התלמיד לבחון הצהרה מתמטית ולהחליט האם הצהרה זו תמיד נכונה, לעיתים נכונה או תמיד לא נכונה. לאחר שגיבש את החלטתו עליו להציג את ההצהרה בפני יתר התלמידים בקבוצה ולהסביר להם את מסקנתו. יכולת ההנמקה וההסבר מהווה חלק חשוב ומשמעותי בתהליך החינוך המתמטי בבית הספר היסודי. הפעילות "כרטיסי הצהרות" מסייעת בביסוס ההבנה ובעידוד וקידום השימוש בהסברים והנמקות, לצורך הבהרה של היגדים מתחומי המתמטיקה השונים. ניתן להתאים את נושאי ההצהרות ורמתן לטווח גילאים, יכולות ונושאים מתמטיים. לפעילות מצורפות דוגמאות לכרטיסי הצהרה, ותבנית ריקה להכנת כרטיסים אחרים.

[קישור לפעילות.](#)

• בחנות הצעצועים

פעילות לוח קיר של התאמת מחירים לצעצועים המלווה בנימוקים מילוליים. הפעילות דורשת חישובים, אומדן, התייחסות לזוגי ואי זוגי, הנמקה והכללה. הפעילות מלווה בדפים למורה המסבירים כיצד ניתן לעודד שיח מתמטי.

[קישור לפעילות.](#)

כוס גבוהה יכולה להכיל יותר מים מאשר כוס נמוכה

- תמיד נכון
- לעיתים נכון
- תמיד לא נכון

10) דוגמאות למאמרים בנושא שיח מתמטי

באתר מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי (<http://ymath.haifa.ac.il>) נמצאים מאמרים מתורגמים העוסקים בנושא שיח מתמטי והנמקה. להלן כמה דוגמאות:

• מתמטיקה בגן הילדים

המאמר דן בהוראת המתמטיקה בגן הילדים תוך הצגת הצורך בכך והתייחסות לתפקיד הגננת. מובאות דוגמאות לשילוב סביבה המעודדת חקירות מתמטיות, תצפיות והתערבויות מתאימות, ופעילויות מתמטיות ספציפיות, שמסייעות לילדים בגיל הגן לבנות ידע קדם-מתמטי וידע מתמטי מפורש.

Mathematics in the Preschool / Douglas H. Clements

מתוך: Teaching Children Mathematics, Vol. 7, No. 5, January 2001, pp. 270-275

תרגום: ברכה סגליס.

[קישור למאמר](#).

• יצירת קהילות של שיחה מתמטית

המאמר מדגיש את החשיבות של עיסוק התלמידים בשיחה מתמטית משמעותית, בה יש להם הזדמנות להרחיב את ההבנה המושגית שלהם ולהעמיק את ידע התוכן המתמטי, תוך דגש על ההבדל בין הסבר דבריהם להצדקתם. המאמר מציג חמש אסטרטגיות לעידוד שיחה מתמטית משמעותית בכיתה, המאפשרת לתלמידים לבנות טיעונים תקפים, להצדיק את הנמקותיהם ולתקשר אותן לאחרים ובנוסף, להעביר ביקורת על ההנמקות של האחרים.

Creating Math Talk Communities/ Erin L. Waggoner

מתוך: Teaching Children Mathematics, Vol. 22, No. 4, November 2015

תרגום: ד"ר מיכל סוקניק.

[קישור למאמר](#).

- **אחד, כמה, או אף אחד: היופי שבאי הבהירות**

המאמר מציג משחק המהווה פתרון לסוגיה כיצד לטפל במשקל היתר שיש לחשיבה מתכנסת ברוב תוכנית הלימודים במתמטיקה. הרעיון שלבעיה יכולים להיות מספר פתרונות, או אף פתרון, זר לתלמידים רבים, ומביא לתגובה מותנית המפחיתה בחשיבותה של ההנמקה.

One, Some, or None: Finding Beauty in Ambiguity/ Robert M. Berkman

מתוך: Mathematics Teaching in the Middle School, Vol.11 No.7, March. 2006, pp.324-327.

תרגום: ברכה סגליס.

[קישור למאמר.](#)

- **שיחה המקדמת הבנה מושגית**

מאמר זה מציג נקודות חשובות ממחקר המדגים מהי המשמעות של "ללחוץ" על התלמידים לחשוב באופן מושגי על מתמטיקה, כלומר, לדרוש חשיבה המצדיקה פרוצדורות, במקום משפטים על הפרוצדורות עצמן. מחקר זה בדק את המידה שבה עשרים ושלוש מורות של הכיתות הגבוהות של ביה"ס היסודי, תמכו בלמידה והבנה בזמן דיונים של הכיתה כולה ושל קבוצות קטנות.

Discourse that Promotes Conceptual Understanding/ Elham Kazemi

מתוך: Teaching Children Mathematics, March 1998.

תרגום: ד"ר מיכל סוקניק.

[קישור למאמר.](#)

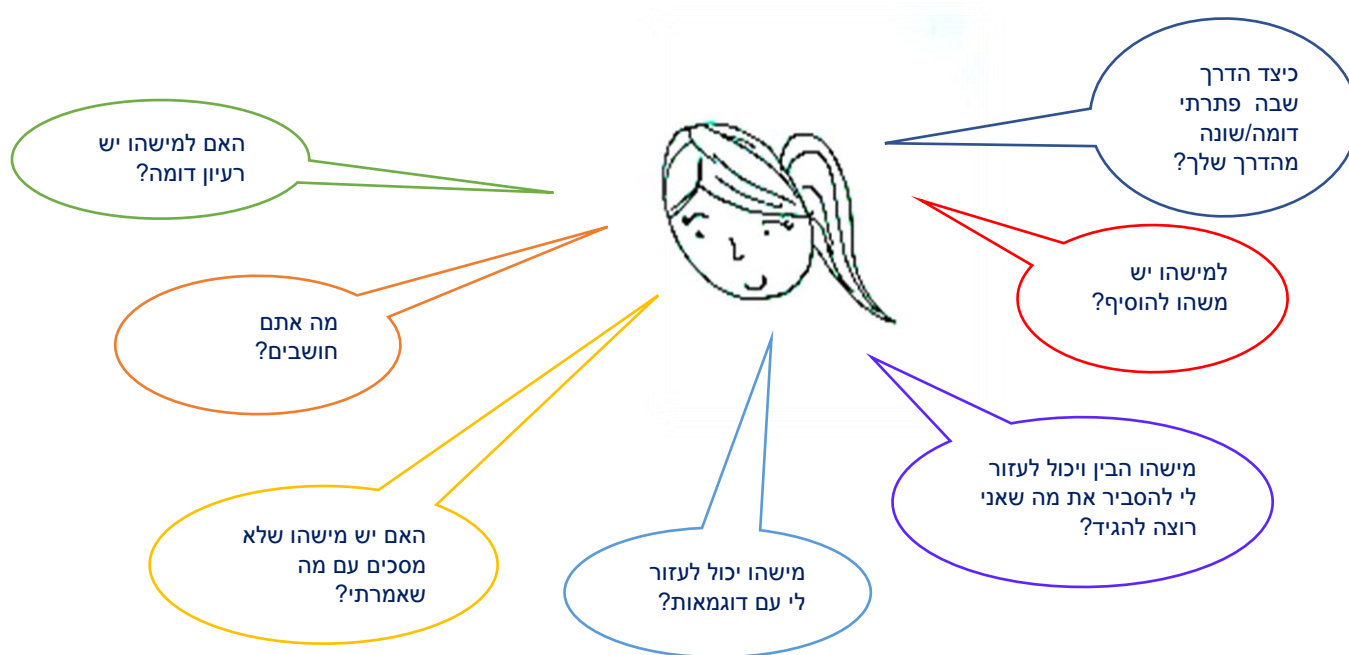


ב.3: סביבות למידה המעודדות שיח

פוסטרים

מומלץ ליצור פוסטרים לתלייה בכיתה או כרטיסי ניווט נגישים הכוללים כללים/תנאים/דרכים לשימוש בשיח.

דוגמאות לפוסטרים מסוג זה ניתן למצוא בנספח מספר 2.



דפי רפלקציה לתלמידים - השתתפות בשיח

דרך נוספת, קלה ויעילה, לפיתוח ועידוד הרוטינה של השתתפות בשיח המתמטי בכיתה היא הכנסת פעילות קבועה לשיעורים שכוללת רפלקציה של התלמיד על השתתפותו בשיח הכיתתי. כאשר התלמידים משלבים את הרפלקציה על השתתפותם בשיח בכל שיעור, אופן ההשתתפות בשיח הופך מודע, רצוי ואף מתועד. בתום כל שיעור, כל תלמיד ממלא טבלה הכוללת משפטים כמו: שאלתי שאלה, הוספתי לתשובה של אחר וכדומה. בטבלה עליו לסמן ✓ אם המשפט נכון לגביו בשיעור הנוכחי.

להלן דוגמה:

השתתפותי בשיח המתמטי	
✓	תאריך: _____
	השתתפתי בשיח עמיתים
	שאלתי שאלה
	עניתי על שאלה
	בקשתי ממישהו לחזור על דבר מה שאמר
	חזרתי (הדהדתי) על דבריו של מישהו אחר
	נתתי דוגמה לדברי המורה או תלמיד אחר
	הסברתי את דרך הפתרון שלי
	הבעתי הסכמה או התנגדות עם תשובה של תלמיד אחר
	הוספתי לתשובה של אחר
	אחר:

רפלקציות מוכנות להדפסה ניתן למצוא בנספח מספר 3.

חלק ג: משימות להשתלמות / לפגישות עם צוותי מורים

✓ שינוי שאלה קיימת לפתוחה המאפשרת את אחת הטכניקות:

דרכים להפיכת משימה לפתוחה יותר:

1. לספק לתלמיד אפשרויות
2. להסיר קטעים שמעודדים יותר מדיי תיווך והנחיה
3. לבקש יותר מפתרון אחד
4. לבקש נימוק לפתרון
5. להציג בעיות עם קונטקסט מציאותי ורלוונטי

✓ צפייה משותפת באחד השיעורים המוסרטים שהוצגו באוגדן זה והבעת דעה בדיון בהשתלמות. דיון בשאלות כמו: האם בסרטון מתקיים דיון שכולל את כל התלמידים? האם מתקיים בו שיח מתמטי פורה (על פי מה שהוגדר באוגדן כשיח מתמטי משמעותי)?

✓ הצגת סרטון או תסריט כתוב כלשהו וניתוח הסיטואציה על-פי מאפייני השיח (על-פי התיאוריה הקומוניטיבית) או סוגי השיח השונים (על פי רגב ושמעוני).

✓ עבודה עצמית למורים, מיני מחקר עצמי לבדיקת השיעור שהם מעבירים מבחינת השימושים במונחים השונים על-פי ספרד (ארבעת מאפייני השיח) או רגב ושמעוני (סוגי שיח שונים): כל מורה יתבקש לצלם עשר דקות משיעור שהוא מעביר. לאחר מכן יהיה על המורה להתבונן בסרטון השיעור ולנתח אותו על פי מאפייני השיח ו/או סוגי השיח הנכללים בו. סרטונים אלו וניתוחם ניתן להציג כחלק משיח פדגוגי מקצועי בהשתלמות או כבסיס לדיון של הצוות המתמטי הבית ספרי.

✓ עבודה בקבוצות: לקבוצה יינתן מבחן של תלמיד שקיבל ציון נמוך. על הקבוצה לדון בטעויות של התלמיד - לנסות להבין את מקור הטעות, להבין מה הוא יודע ומה לא, ולחשוב מהי דרך העבודה שתקדם אותו. עבודה זו תהווה הכנה לעבודה קבוצתית דומה שיכולה להתקיים בשיעור שהמורה יעביר לאחר מכן בכיתתו.

✓ תרגול אחת מהפרקטיקות (או יותר) המובאות באוגדן על ידי כתיבת מערך שיעור שמיישם את הפרקטיקה הנבחרת.

ביבליוגרפיה

- וינגרדן, מ. (2017). הכשרת מורים להוראת מתמטיקה מעודדת חקירה. עבודת תזה. הפקולטה לחינוך למדע וטכנולוגיה, טכניון - מכון טכנולוגי לישראל, חיפה.
- טבח, מ., ונחילאלי, ט. (2014). [מאפייני השיח המתמטי הכיתתי של סטודנטיות להוראה: המקרה של הקורס 'פונקציות וגרפים'.](#) הכשרת מורים, 6, 43-67.
- יוגב, א., ונווה, א. (2000). למידה דיאלוגית וזהות לאומית מתהווה. זמנים, 71.
- לביא, ע., וספרד, א. (2016). [מספרים מדיבורים: כיצד ילדים קטנים יוצרים מספרים בתוך שיח.](#) עיונים בחינוך מתמטי, 4, 22-68.
- משרד החינוך, התרבות והספורט (2006). תכנית לימודים במתמטיקה לכיתות א-ו בכל המגזרים. המזכירות הפדגוגית, האגף לתכנון ולפיתוח תכניות לימודים.
- נחילאלי, ט., וטבח, מ. (2016). [הוראה ולמידה בראי הגישה התקשורתית](#) (עורכות). גיליון מיוחד, מחקר ועיון בחינוך מתמטי, 4.
- רגב, ח., ושמעוני, ש. (2005). [השיחה המתמטית – שיח אחד או יותר.](#) על"ה 34, 43-35.
- Alexander, R.J. (2008). *Essays on Pedagogy*. Routledge, especially pp 72-172 and 184-191.
- Alexander, R.J. (2017). *Towards Dialogic Teaching: rethinking classroom talk* (5th edition), Dialogos.
- Baxter, J. A (2005). Some Reflections on Problem Posing - A Conversation with Marion Walter. *Teaching Children Mathematics*, Vol. 12 No. 3, pp. 122-128.
- Cazden, C. B., & Beck, S. W. (1986). Classroom discourse. *Handbook of Research on Teaching*, 3, 432–463.
- Clarke, S., Chen, G., Stainton, C., & Katz, S. (2013). The impact of CSCL beyond the online environment. *Proceedings of Computer Supported Collaborative Learning*.
- Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM). (2010). Washington, DC: The National Governors Association Center for Best Practices and Council of Chief State School Officers.
http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards1.pdf

- Goodwin, M. H. (1990). *He-said-she-said : talk as social organization among Black children*. Indiana University Press.
- Halliday, M. A. K. (1978). *Language as social semiotic: The social interpretation of language and meaning*. London: Edward Arnold.
- Heyd-Metzuyanim, E., Smith, M. S., Bill, V. L., & Resnick, L. B. (2016). Change in Teachers' Practices Towards Explorative Instruction. In Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp. 393–400).
- Hodge, L. L & Walther A. (2017). Building a Discourse Community: Initial Practices. *Mathematics Teaching in the Middle School*, Vol. 22, 7, pp. 430-437.
- Lampert, M. & Cobb, P. (2003). Communication and learning in the mathematics classroom. In J. Kilpatrick & D. Shifter, Eds. *Research Companion to the NCTM Standards*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, pp. 237-249.
- Lavie, I., Steiner, A. & Sfard, A. (2018). Routines we live by: from ritual to exploration. *Educational Studies in Mathematics*.
<https://doi.org/10.1007/s10649-018-9817-4>
- Mehan, H. (1979). "What time is it, Denise?": Asking known information questions in classroom discourse". *Theory into Practice*, vol. 18, no. 4, pp. 285–294.
- Mehan, H. (1979). *Learning lessons: Social organization in the classroom*. Cambridge Press., MA: Harvard University.
- Michaels, S., & O'Connor, M. C. (2015). Conceptualizing Talk Moves as Tools: Professional Development Approaches for Academically Productive Discussion. *Socializing Intelligence Through Academic Talk and Dialogue*, pp. 347–362.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM
- O'Connor, M. C., & Michaels, S. (1993). Aligning Academic Task and Participation Status through Revoicing : Analysis of a Classroom Discourse Strategy. *Anthropology & Education Quarterly*, 24(4), 318–335.

- Pace, M. H. & Ortiz, E. (2016). Get the GOOF! *Teaching Children Mathematics*, Vol. 23, No. 3, pp. 138-144.
- Sfard, A. (2007). When the rules of discourse change, but nobody tells you: Making sense of mathematics learning from a commognitive standpoint. *Journal for Learning Sciences*, Vol 16, No. 4, pp 567–615.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, development of discourses, and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Sfard, A., & Lavie, I. (2005). Why cannot children see as the same what grown-ups cannot see as different? Early numerical thinking revisited. *Cognition and Instruction*, 23(2), 237-309.
- Rawding, M. R. & Wills, T. (2012). Discourse: Simple Moves that Work. *Mathematics Teaching in the Middle School*, Vol 18, No. 1, pp. 46-51.
- Resnick, L. B., Michaels, S., & O'Connor, M. C. (2010). How (well structured) talk builds the mind. In R. Sternberg & D. Preiss (Eds.), *Innovations in Educational Psychology: Perspectives on Learning, Teaching, and Human Development* (pp. 163–194). New York: Springer.
- Waggoner, E. L. (2015). Creating Math Talk Communities. *Teaching Children Mathematics*, Vol.22, No 4, pp. 248-254.

תנאים לקיום שיח מתמטי

✓ את אינכם מבינים, שאלו שאלה.

✓ הקשיבו בתשומת לב לאחרים.

✓ את אינכם מסכימים, נמקו זאת.

✓ העריכו את החשיבה של כל אחד.

אתה אומר ש... האם הבנתי נכון?	הדהוד	
האם אתם יכולים לחזור על מה ש... אמר? האם אתם יכולים לומר בדרך אחרת את מה ש... אמר?	חזרה	
האם אתם מסכימים או לא מסכימים? מדוע?	נימוק	
יש למישהו דבר מה להוסיף?	הוספה	
נחכה רגע שתוכלו לחשוב....	המתנה	
שותפים, פנו זה אל זה וחישבו או דברו על הנושא.	חשיבה משותפת	



(עכשיו כשסיימתי לענות...)

איך מעוררים דיון?

האם למישהו
יש רעיון דומה?

למישהו יש משהו
להוסיף?

כיצד הדרך
שבה פתרתי
דומה/שונה
מהדרך שלך?

מישהו הבין ויכול
לעזור לי להסביר
את מה שאני רוצה
להגיד?

מה אתם
חושבים?

מישהו יכול
לעזור לי עם
דוגמאות?

האם יש מישהו שלא
מסכים עם מה
שאמרתי?

השתתפותי בשיח המתמטי



תאריך: _____

השתתפתי בשיח עמיתים

שאלתי שאלה

עניתי על שאלה

בקשתי ממישהו לחזור על דבר מה שאמר

חזרתי (הדהדתי) על דבריו של מישהו אחר

נתתי דוגמה לדברי המורה או תלמיד אחר

הסברתי את דרך הפתרון שלי

הבעתי הסכמה או התנגדות עם תשובה של תלמיד אחר

הוספתי לתשובה של אחר

אחר: