



משרד החינוך
המינהל למדע ולטכנולוגיה

תכנית לימודים

שם התכנית: **מערכות תפעול ב**

מקצוע: **חקר ביצועים**

כיתה: **י"ד**

תשס"ח 2007

חקר ביצועים

התפיסה הרעיונית של התכנית

חקר ביצועים הוא מדע שמטרתו העיקרית היא התרת בעיות והחלטות מורכבות באמצעות שיטות כמותיות, תוך שימוש נרחב בכלים מתמטיים וסטטיסטיים. הגישה האופיינית בחקר ביצועים היא בניית "מודל מתמטי" לבעיית ההחלטה הנתונה והתרת המודל הזה על מנת להשיג את הפתרון הטוב ביותר(המכונה: "הפתרון האופטימלי"). לעתים קרובות, המודל המתמטי של הבעיה מורכב ומסובך וכולל פרמטרים רבים, ולכן מוטב לפתור אותו באמצעות המחשב.

עקרונות התכנית

הקורס לחקר ביצועים לתלמידי תעשייה וניהול בכיתה יד'. נועד להציג את הנושאים החשובים ביותר המאפיינים מקצוע זה (ראו פירוט הנושאים בהמשך), תוך הקניית מיומנויות לבניית מודלים מתמטיים מסוגים שונים ותרגול מעשי בהתרת המודלים הללו (גם תרגול באמצעות המחשב). הנושאים והשיטות הנלמדים בקורס זה ניתנים ליישום במקצועות אחרים כגון ניהול הייצור, ניהול השיווק, אמינות ובקרת איכות, ניהול אחזקה ועוד.

דרכי הוראה/למידה מומלצות

מומלץ לסיים כל פרק ב"אירוע מסכם". אירוע זה הוא בעיה מורכבת הקשורה לנושא הפרק. התלמידים נדרשים לניתוח מעמיק, לבנייה של מודל מתמטי ולהתרת המודל באמצעות המחשב. ברשימה הביבליוגרפית מסומנים בכוכבית (*) הספרים שבהם יש דיסקטים עם חבילות תוכנה מתאימות.

שעות	נושאי לימוד
20	1. תכנון לינארי
20	2. בעיית התובלה
20	3. בעיית ההשמה
16	4. תורת הגרפים והרשתות
20	5. תורת התורים
96	סה"כ

פירוט התכנים וחלוקת השעות המוצעת

שעות	נושאי לימוד
20	<p>תכנון לינארי</p> <p>מבוא וניסוח מודלים של תכנון לינארי</p> <p>1.1</p> <p>כלים מתמטיים להתרת מודלים של תכנון לינארי בשני משתנים וקבוצות קמורות במישור, אי-שוויונים ממעלה ראשונה בשני נעלמים, מערכות של אי-שוויונים ממעלה ראשונה בשני נעלמים)</p> <p>1.2</p> <p>פתרון גרפי של בעיית התכנון הלינארי בשני נעלמים</p> <p>1.3</p> <p>שיטת גאוס להתרת מערכות של משוואות לינאריות</p> <p>1.4</p> <p>פיתוח ותיאור שיטת הסימפלקס</p> <p>1.5</p> <p>שיטת הסימפלקס הדו-שלבית</p> <p>1.6</p> <p>אירוע מסכם</p> <p>1.7</p>
20	<p>בעיית התובלה</p> <p>הצגת הבעיה ובניית המודל המתמטי לבעיית התובלה</p> <p>2.1</p> <p>שיטות למציאת פתרון בסיסי התחלתי לבעיית התובלה (שיטת הפינה הצפונית-מערבית, שיטת המחזור המינימלי וכו')</p> <p>2.2</p> <p>בעיית התובלה הלא-מאוזנת</p> <p>2.3</p> <p>אירוע מסכם</p> <p>2.4</p>
20	<p>בעיית ההשמה</p> <p>3 פרק</p>

שעות	נושאי לימוד
	<p>3.1 הצגת בעיית ההשמה ופיתוח האלגוריתם להתרת בעיה זו</p> <p>3.2 יישום ותרגול האלגוריתם והרחבתו, בעיות לא מאוזנות, מקסימיזציה, וכו'</p> <p>3.3 אירוע מסכם</p>
16	<p>פרק 4 תורת הגרפים והרשתות</p> <p>4.1 מושגי יסוד בתורת הגרפים (צמתים, קשתות, מקור, יעד, שרשרת, מעגל, מסלול, עץ, גרף קשיר וכו')</p>
	<p>4.2 בעיית המסלול המינימלי</p> <p>4.3 בעיית העץ הפורש המינימלי</p> <p>4.4 בעיית הזרימה המקסימלית</p> <p>4.5 אירוע מסכם</p>
20	<p>פרק 5 תורת התורים</p> <p>5.1 תיאור מצבים הגורמים להיווצרות תורים ומושגי יסוד בתורת התורים (קלט, פלט, שירות, משטר השירות וכו')</p> <p>5.2 הפרמטרים העיקריים המאפיינים את התור 5.2.1 $(\rho, \mu, \lambda, d, S, Pn(t), n, Ws, Wq, Ls, Lq)$</p> <p>5.3 תור פואסוני עם שרת יחיד והגדרת התור הפואסוני עם שרת יחיד, הצגת הנוסחאות היסודיות - ללא הוכחה ותרגול</p> <p>5.4 תור פואסוני עם מספר שרתים והגדרה, הצגת הנוסחאות - ללא הוכחה כולל חישוב מספר שרתים אופטימלי (בעזרת E.T.C)</p>
	<p>5.5 אירוע מסכם</p>
96	סה"כ

מושגים עיקריים

המונח	הסימול	הסבר	
תכנות לינארי		<p>פונקציית מטרה $Z=C_1X_1+C_2X_2+\dots+C_nX_n$</p> <p>תחת אילוצים $a_{11}X_1+a_{12}X_2+\dots+a_{1n}X_nR_1b_1$</p> <p>$\frac{a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n R_2 b_2}{a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n R_m b_m}$</p> <p>$R_j$ היחס בין אגף שמאל לימין של האילוצים ($\leq, \geq, =$) ($j=1,2,\dots,m$)</p>	
	פונקציית מטרה	z	משקפת את מטרת הבעיה.
	משתני החלטה	X_1, X_2, \dots, X_n	משתנים אשר ערכיהם ניתנים לבחירה בגבולות האילוצים.
	מקדמי המחירים	C_1, C_2, \dots, C_n	מקדמי פונקציית המטרה.
	המקדמים הטכנולוגיים	a_{ij} ($i=1,2,\dots,n$ $j=1,2,\dots,m$)	מקדמי המשתנים באילוצי המודל מוצגים באמצעות מטריצת המקדמים הטכנולוגיים.
	המשאבים	b_1, b_2, \dots, b_n	
	קבוצה קמורה במישור		קבוצה המוצגת על יד עקומה סגורה (דיאגרמת ון) שבה כל הנקודות בקטע המחבר שתי נקודות בקבוצה שייכות לקבוצה.
	עמודת פיווט		עמודה בטבלת סימלקס שבה המשתנה הבסיסי השלילי עם הערך המוחלט הגבוה ביותר.
	שורת פיווט		השורה עם הערך החיובי הגבוה ביותר לאחר חלוקת עמודת הפיווט בערכי המשאבים.
	פיווט		מפגש בין שורת הפיווט לעמודת הפיווט – ערך זה ינורמל לקראת בניית פתרון בסיסי חדש.

המונח		הסימול	הסבר																																																		
התובלה	בעיית תובלה – המודל		<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2" rowspan="2"></th> <th colspan="4">עלות ליחידה</th> <th rowspan="2">היצע</th> </tr> <tr> <th colspan="4">יעדים</th> </tr> <tr> <th colspan="2"></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>...</th> <th>n</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="4">מקורות</td> <td>1</td> <td>c_{11}</td> <td>c_{12}</td> <td>...</td> <td>c_{1n}</td> <td>S_1</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>c_{21}</td> <td>c_{22}</td> <td>...</td> <td>c_{2n}</td> <td>S_2</td> </tr> <tr> <td>...</td> <td>...</td> <td>....</td> <td>...</td> <td>...</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>m</td> <td>c_{m1}</td> <td>c_{m2}</td> <td>...</td> <td>c_{mn}</td> <td>S_m</td> </tr> <tr> <td colspan="2">ביקוש</td> <td>d1</td> <td>d2</td> <td>...</td> <td>dn</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>			עלות ליחידה				היצע	יעדים						1	2	...	n		מקורות	1	c_{11}	c_{12}	...	c_{1n}	S_1	2	c_{21}	c_{22}	...	c_{2n}	S_2	m	c_{m1}	c_{m2}	...	c_{mn}	S_m	ביקוש		d1	d2	...	dn	
						עלות ליחידה					היצע																																										
					יעדים																																																
					1	2	...	n																																													
מקורות	1	c_{11}	c_{12}	...	c_{1n}	S_1																																															
	2	c_{21}	c_{22}	...	c_{2n}	S_2																																															
																																															
	m	c_{m1}	c_{m2}	...	c_{mn}	S_m																																															
ביקוש		d1	d2	...	dn																																																
שיטת הפינה הצפון מערבית	שיטה למציאת פתרון התחלתי למודל על ידי התאמת ביקוש להיצע החל מהפינה הצפונית – מערבית.																																																				
שיטת המחיר המזערי	שיטה למציאת פתרון התחלתי למודל על ידי התאמת ביקוש להיצע החל מהמשבצת עם העלות המזערית.																																																				
ההשמה	בעיית ההשמה – המודל (כמקרה פרטי של בעיית תובלה)		<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2" rowspan="2"></th> <th colspan="4">עלות ליחידה</th> <th rowspan="2">היצע</th> </tr> <tr> <th colspan="4">מכונות</th> </tr> <tr> <th colspan="2"></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>...</th> <th>n</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="4">מפעילים</td> <td>1</td> <td>c_{11}</td> <td>c_{12}</td> <td>...</td> <td>c_{1n}</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>c_{21}</td> <td>c_{22}</td> <td>...</td> <td>c_{2n}</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>...</td> <td>...</td> <td>....</td> <td>...</td> <td>...</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>m</td> <td>c_{m1}</td> <td>c_{m2}</td> <td>...</td> <td>c_{mn}</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td colspan="2">ביקוש</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>...</td> <td>1</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>			עלות ליחידה				היצע	מכונות						1	2	...	n		מפעילים	1	c_{11}	c_{12}	...	c_{1n}	1	2	c_{21}	c_{22}	...	c_{2n}	1	m	c_{m1}	c_{m2}	...	c_{mn}	1	ביקוש		1	1	...	1	
						עלות ליחידה					היצע																																										
					מכונות																																																
					1	2	...	n																																													
מפעילים	1	c_{11}	c_{12}	...	c_{1n}	1																																															
	2	c_{21}	c_{22}	...	c_{2n}	1																																															
																																															
	m	c_{m1}	c_{m2}	...	c_{mn}	1																																															
ביקוש		1	1	...	1																																																
צמתים	מפגש בין שני מסלולים.																																																				
קשתות	חיבור בין שני צמתים.																																																				
גרף	אוסף קשתות וצמתים לתיאור רשת.																																																				
מקור	צומת שכל הקשתות הקשורות אליו יוצאות ממנו.																																																				
יעד	צומת שכל הקשתות הקשורות אליו נכנסות לתוכו.																																																				
שרשרת	סדרת קשתות המקשרות שני צמתים בגרף בלתי מכוון.																																																				
גרף קשיר	גרף שבו כל זוג צמתים בלתי מכוון קשור בשרשרת.																																																				
מעגל	שרשרת היוצאת וחוזרת לאותו הצומת בלי לעבור על שום קשת יותר מפעם אחת.																																																				
מסלול	שרשרת של קשתות מכוונת המקשרות שני צמתים בגרף מכוון.																																																				
עץ	גרף קשיר בלי מעגלים.																																																				
תורת הגרפים והרשתות			מפגש בין שני מסלולים.																																																		
			חיבור בין שני צמתים.																																																		
			אוסף קשתות וצמתים לתיאור רשת.																																																		
			צומת שכל הקשתות הקשורות אליו יוצאות ממנו.																																																		
			צומת שכל הקשתות הקשורות אליו נכנסות לתוכו.																																																		
			סדרת קשתות המקשרות שני צמתים בגרף בלתי מכוון.																																																		
			גרף שבו כל זוג צמתים בלתי מכוון קשור בשרשרת.																																																		
			שרשרת היוצאת וחוזרת לאותו הצומת בלי לעבור על שום קשת יותר מפעם אחת.																																																		
			שרשרת של קשתות מכוונת המקשרות שני צמתים בגרף מכוון.																																																		
גרף קשיר בלי מעגלים.																																																					

המונח	הסימול	הסבר
תורת התורים		קצב ומספר הצרכנים הממוצע המופיע למערכת התבנית הסטטיסטית של תהליך זה.
		קצב השירות התור
		מספר השרתים במערכת השירות והתפלגות זמן השירות.
		מספר השרתים/התור
		השיטה שבה נבחרים הצרכנים לקבלת שרות מתוך סך כל הצרכנים הממתנים בתור.
	λ	קצב ההגעה
		בהנחת התפלגות פואסונית – ממוצע קבוע ללא תלות הדדית.
	μ	קצב שירות
		בהנחת התפלגות מעריכית.
	s	כמות עמדות השירות
		מודל M/M/1
		תור הגעה פואסוני עם שרת יחיד מעריכי.
	λ/μ	מקדם נצילות המערכת
	ρ	תוחלת אורך התור
$\rho * \lambda / (\mu - \lambda) = \rho * L_s$	Lq	
$\lambda / (\mu - \lambda)$	Ls	
	תוחלת מספר הצרכנים בתור	
$1 / (\mu - \lambda)$	Ws	
	תוחלת זמן ההמתנה (השהייה) במערכת	
$\rho * 1 / (\mu - \lambda) = \rho * W_s$	Wq	
	תוחלת זמן ההמתנה בתור בלבד	
$1 - \rho$	P ₀	
	הסתברות שאין לקוחות במערכת	
$\rho^n (1 - \rho)$	P _n	
	הסתברות שיש n לקוחות במערכת	

המונח	הסימול	הסבר
מודל M/M/s		תור הגעה פואסוני עם מספר שרתים מעריכיים – .s
מקדם נצילות המערכת	ρ	$\lambda/\mu s$
תוחלת אורך התור	Lq	$\frac{Po(\lambda / \mu)^s \rho}{s!(1-\rho)^2}$
תוחלת מספר הצרכנים בתור	Ls	$Ws*\lambda$
תוחלת זמן ההמתנה (שהייה) במערכת	Ws	$Wq + (1/\mu)$
תוחלת זמן ההמתנה בתור בלבד	Wq	Lq / λ
ההסתברות שאין לקוחות במערכת	$P0$	$\{[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!} (\frac{\lambda}{\mu})^n] + \frac{1}{s!} (\frac{\lambda}{\mu})^s (\frac{s\mu}{s\mu - \lambda})\}^{-1}$

ביבליוגרפיה

1. א' זאבי, **מבוא לחקר ביצועים**, הוצאת דקל, 1989.
2. ד' רייך, **חקר ביצועים**, הוצאת אורט, 1990.
3. Hillier & Liberman, *Introduction to Operations Research*, McGraw Hill, 2005
4. H. Taha, *Operations Research , An Introduction*, McMillan 1992
5. Anderson D. Sweeney & J. Williams, *An Introduction to Management Science*, West Publishing Company 1997
6. Harvey M. Wagner, *Principles of Operations Research with Applications to Managerial Decisions*, Prentice Hall 1969

280916